

基于 FGM-MRF 模型的图像分割

苗晓锋¹, 高荣国²

(1 陕西广播电视大学 理工教学部, 陕西 西安 710068; 2 西安微电子技术研究所, 陕西 西安 710054)

摘 要: 利用 Ward 聚类将图像进行初始分割, 其结果作为基于空间邻域信息马尔可夫随机场(MRF)模型对图像再次分割的初值, 图像分割的先验概率采用 Ising 模型, 通过有限高斯混合模型(FGM)描述图像像素灰度的条件概率分布, 利用期望-最大(EM)算法估计条件概率分布模型参数, 用迭代条件模式(ICM)局部优化方法, 获得最大后验概率(MAP)准则下的图像分割结果. 通过与其他相关算法分割结果相比较, 这种算法能够明显改善分割效果.

关键词: 图像分割; 马尔可夫随机场模型; 有限高斯混合模型; 期望-最大算法

中图分类号: TP393

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2011)06-0092-03

Image Segmentation Based on FGM-MRF

MIAO Xiao-feng¹, GAO Rong-guo²

(1 Polytechnic Department, Shaanxi Radio and TV University, Xi'an 710068, China;

2 Xi'an Microelectronics Technology Institute, Xi'an 710054, China)

Abstract: Image segmentation is executed firstly by using Ward clustering algorithm, the result of which is served as initial value of the Markov random field (MRF) model by applying the spatial neighborhood information to complete image classification. The priori probability of the classification of the image pixel is built on Ising model, the finite Gaussian mixture (FGM) model is used to describe the conditional probability distribution of the image intensity. The expectation-maximization (EM) algorithm is applied in estimating the parameters of FGM model. The local optimization method of the iterative conditional modes (ICM) and the maximum a posteriori (MAP) method are used to estimate the image class label. Experiments demonstrate that the proposed algorithm is able to successfully segment various objects by compare with other algorithms.

Key words: image segmentation; Markov random field (MRF) model; finite Gaussian mixture (FGM) model; expectation-maximization (EM) algorithm

1 引言

图像分割是图像目标识别的一个重要步骤, 是图像处理和识别的基础. 图像由于斑点噪声的影响, 基于单个像素点提供的信息来对其进行分割, 例如 K-means 聚类、Ward 聚类等就是基于单个像素点对图像进行分割的算法, 一般无法得到满意的效果. Markov 随机场(MRF)模型^[1]是建模和研究这类问题的一个方便有效的工具. MRF 模型的分割方法假设图像中像素只和它邻域内的像素相关, 而和邻域外的像素无关, 从而给出了图像的先验局部结构信

息, 该方法是一种能够有效利用像素结构信息的分割方法^[1-2].

本文在 MRF 模型中采用有限高斯混合(FGM)模型描述图像像素灰度的条件概率分布, 期望最大化(EM)算法估计不完全数据的概率模型参数, 初始参数由 Ward 聚类算法分割结果提供, 采用 Ising 模型, 用迭代条件模式(ICM)局部优化方法, 获得最大后验概率(MAP)准则下的图像分割结果. 这种方法可以在迭代次数较少的情况下, 有效提高分割精度和抗噪声能力, 明显改善图像的分割效果.

2 Ward 聚类

Ward 聚类的原理是:如果类分得合理,则同类样本之间离差平方和应当较小,类与类之间的离差平方和应当较大.在实际应用中,离差平方和应用比较广泛,分割效果较好,离差平方和要求样本之间的距离必须为欧式距离.由于采用 Ward 聚类分析的方法对像素的灰度值进行分割,能够很好地保持图像的边缘和纹理结构,因此本文采用 Ward 聚类方法对图像进行初始分割.

如果将 n 个样品分成 k 类,并表示为 $G_1, G_2, \dots, G_k$, x_i 表示类 G_i 中第 i 个样品, n_i 表示类 G_i 中样品的个数, $\bar{x}_i$ 表示 G_i 的平均值,则 G_i 中样品的离差平方和为 S_i , k 个聚类的全部类内离差平方和是 S , 聚类过程描述为:先使 n 个样品自成一类 ($k = n$), 每个聚类的平均值即为各样本本身,此时 $S = 0$. 将其中某两类合并成一类,计算合并后的样本平均值,然后求出 S_i , 取出最小的 S_i 值合并为一类,或者说使 S 增加最小的两类合并为一类. 此时类的总数变为 $n - 1$, 然后再合并其中的两类,使 S 增加最小,直到所有样本归为所要求类数目为止.

3 MRF 图像模型

用 Gibbs 分布定义的 MRF 是贝叶斯估计问题中一种先验模型,在图像处理和计算机视觉中得到广泛应用^[3]. 对于 $M \times N$ 像素的二维图像存在一系列点 $S = \{s = (i, j); 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N\}$, 分割后图像 $X = \{x_s; x_s \in \{1, 2, \dots, L\}\}$ 是定义在 S 上的 MRF, x_s 是点 s 处的类别标记, L 是类别数. MRF 图像模型认为图像具有以下特性:

(1) 正概率性:如果每个 x_s 的发生概率 $f(x_s) > 0$, 则图像像元的联合概率 $f(X) > 0$.

(2) Markov 性: $f(x_s | X_{L(s)}) = f(x_s | X_{N_s})$. 其中, $L(s)$ 是除点 s 外的所有像点组成的集合, N_s 是点 s 的邻域. 如果 c 集合中任两个不同的元素总是互为相邻, 则 S 中的单个点或一个子集 c 称为基团. 所有基团的集合用 C 表示. 图 1 是二维网格系统中的二阶邻域系统及其邻域系统的基团.

Hammersley-Clifford 定理: X 是 S 上的一个对于邻域系统 N_s 的 MRF, 当且仅当它的组合分布是与 N_s 有关的基团的 Gibbs 分布:

$$f(x_s | X_{L(s)}) = f(x_s | X_{N_s}) = \exp[-U(x_s)/T]/Z_s \quad (1)$$

式中, $Z_s = \sum_{x_s} \exp[-U(x_s)/T]$ 为分配函数; T 是

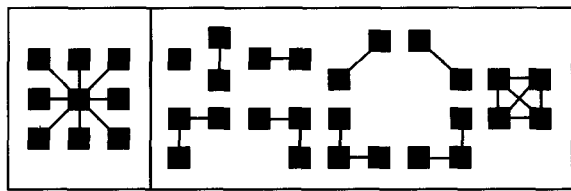


图1 二阶邻域系统和基团

温度; U 称为能量函数, $U(x) = \sum_{c \in C} V_c(x)$; c 是定义在邻域上的基团; C 是基团集合; $V_c(x)$ 是包含 x_s 的基团 c 的势函数. 此定理确立了 MRF 和 Gibbs 分布之间的等价性. 因此, 可以用 Gibbs 分布来定义 MRF 模型.

在 s 点给定类别标记 x_s 的条件下, 图像上所对应的像素灰度值 y_s 满足一定的条件概率分布 $P(y_s | x_s)$. 如果给定 X 和它的邻域 X_{N_s} , 则 (X, Y) 的联合概率分布可以表示为

$$P(y_s, x_s | x_{N_s}) = P(y_s | x_s) P(x_s | x_{N_s}) \quad (2)$$

则 Y 的边缘条件概率即图像灰度条件概率分布为

$$P(y_s | x_{N_s}) = \sum_{x_s=1}^L P(y_s, x_s | x_{N_s}) = \sum_{x_s=1}^L P(y_s | x_s) P(x_s | x_{N_s}) \quad (3)$$

式中, $P(x_s | x_{N_s})$ 由 MRF 模型确定; $P(y_s | x_s)$ 是图像像素灰度的条件概率分布. 本文采用 FGM 建立图像灰度分布模型, 这样式(3)中

$$P(y_s | x_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{x_s}^2}} \cdot \exp\left(-\frac{(y_s - \mu_{x_s})^2}{2\sigma_{x_s}^2}\right) \quad (4)$$

式中, μ_{x_s} 为 x_s 类像素的均值; $\sigma_{x_s}^2$ 为 x_s 类像素的方差.

对于式(3)可以描述为:求标记集 X , 使得关于 X 的后验概率分布最大, 也就是基于 MAP 准则的图像分割. 求 MAP 估计可采用模拟退火(SA)、Gibbs 采样器、ICM 等方法^[4]. 考虑计算效率问题, 本文采用 ICM 算法. ICM 算法最早是由 Besag 提出的, 它是一个迭代算法, 通过逐元的最大化条件概率实现像元值更新, 即:

$$\hat{x}_s = \arg \max_{x_s \in X} \{P(x_s | y_s, X_{N_s})\}, s \in S \quad (5)$$

由 Bayes 准则, 即求:

$$\hat{x}_s = \arg \max_{x_s \in X} \{P(y_s | x_s) f(x_s | X_{N_s})\}, s \in S \quad (6)$$

图像类别分布的 MAP 估计通常可以等价于最小化后验能量函数问题. 对于每一个确定的像素点 y_s , 本文利用式(6)将此像素点在不同类别标号 x_s 情况下的后验概率进行比较, 将最大后验概率

(MAP) 取值情况下的 x_s 作为像素点 y_s 的类别标号. 利用 ICM 方法迭代, 进行像素类别配置, 在满足误差门限或所设定的最大迭代次数时迭代结束.

4 Ising 模型和 EM 算法

(1) Ising 模型

有了 Hammersley-Clifford 定理, 就可以给出 MRF 的概率密度, 根据能量函数的定义不同, 可以得到具有不同参数的 MRF, 本文采用 Ising MRF. Ising 模型建模了二值变量 ($\Lambda = \{-1, 1\}$) 间的局部交互, 能量函数定义为 $U(x_s) = -\beta \sum_{\langle s, t \rangle} x_s x_t$, 其中, $\langle s, t \rangle$ 代表 s 和 t 相邻, β 是模型参数, 文中 β 取一个固定值. Ising 模型推广成变量多于两个状态的情况, 则得到了 Potts 模型, 其能量函数为

$$U(x_s) = -\beta \sum_{\langle s, t \rangle} [2\delta(x_s, x_t) - 1] \quad (7)$$

式中, 当 $x_s = x_t$ 时 $\delta(x_s, x_t) = 1$, 否则 $\delta(x_s, x_t) = 0$.

(2) EM 算法

后验概率由参数 $\lambda = (\mu, \sigma)$ 确定, 其形式和混合高斯模型 (GMM) 相同, 对 GMM 参数估计的常用方法是 EM 算法, 可以采用 EM 算法来估计类别参数 λ . GMM 是由不同权值的高斯混合概率密度函数所组成的概率密度函数^[5], 其形式为 $P(\mathbf{X} | \Lambda) = \sum_{k=1}^M w_k b_k(\mathbf{X})$, 其中, $\mathbf{X}$ 是 D 维的随机向量; $b_k(\mathbf{X})$, $k = 1, 2, \dots, M$ 是不同权值的混合概率密度函数; w_k , $k = 1, 2, \dots, M$ 为其相对应的混合权值, 且混合权值满足 $\sum_{k=1}^M w_k = 1$ 的限制条件. 每个混合概率密度为 D 维的高斯函数, 其形式为

$$b_k(\mathbf{X}) = \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{X} - \mu_k)^T \mathbf{C}_k^{-1}(\mathbf{X} - \mu_k)\right] / [(2\pi)^{D/2} |\mathbf{C}_k|^{1/2}] \quad (8)$$

式中, μ_k , $\mathbf{C}_k$ 分别为高斯混合概率密度的平均向量及协方差矩阵.

一个完整的混合高斯模型主要是由所有混合高斯函数的平均向量、协方差矩阵及其相对应的混合权值等参数所描述, 这些参数可以表示为 $\Lambda = \{w_k, \mu_k, \mathbf{C}_k\}$, $k = 1, 2, \dots, M$. EM 算法的基本思想是: 给定一初始模型参数 Λ , 欲找到新的模型参数 Λ , 使得 $P(\mathbf{X} | \Lambda) \geq P(\mathbf{X} | \Lambda)$, 更新初始模型参数后, 上述步骤重复至某个收敛临界值或达到设定的循环次数. 图像第 k 区域的后验概率为: $P(k | \mathbf{x}_t, \Lambda) = w_k b_k(\mathbf{x}_t) / \sum_{k=1}^M w_k b_k(\mathbf{x}_t)$, 为减少运算量, 假设协方差

矩阵为对角矩阵, 则经过每次的迭代后, GMM 模型参数的更新公式如下:

均值为

$$\mu_{x_s}^{(t+1)} = \sum_{s \in S} P^{(t)}(x_s | y_s) y_s / \sum_{s \in S} P^{(t)}(x_s | y_s) \quad (9)$$

方差为

$$(\sigma_{x_s}^{(t+1)})^2 = \sum_{s \in S} P^{(t)}(x_s | y_s) (y_s - \mu_{x_s})^2 / \sum_{s \in S} P^{(t)}(x_s | y_s) \quad (10)$$

则更新后概率:

$$P^{(t+1)}(x_s | y_s) = [P^{(t)}(y_s | x_s) \cdot P^{(t)}(x_s | x_{N_s})] / P(y_s | x_{N_s}) \quad (11)$$

$\lambda = (\mu, \sigma)$ 在递归过程中得到更新.

这样, MRF 模型中的所有函数形式以及模型参数都得以确定, 以下给出利用 ICM 方法对图像进行分割的算法步骤:

(1) 利用 Ward 聚类算法对图像进行初始分割, 获得初始分割的不同类像素的均值和方差;

(2) 计算后验概率分布: $P^{(t)}(x_s | y_s) = \{P^{(t)}(y_s | x_s) \cdot P^{(t)}(x_s | x_{N_s})\} / P(y_s | x_{N_s})$;

(3) EM 算法更新 $\lambda = (\mu, \sigma)$

(4) 由 MAP 准则 $\hat{x}_s = \arg \max_{x_s \in X} \{P(y_s | x_s) f(x_s | X_{L(s)})\}$ 估计新的类别配置,

(5) $\max\left(\frac{|\lambda^{(t+1)} - \lambda^{(t)}|}{\lambda^{(t)}} \cdot 100\%\right)$ 小于给定误差

差阈值门限或 ICM 迭代次数超过迭代次数门限则结束; 否则, 返回第 (2) 步继续进行.

5 实验结果

图 2 是人工合成图像的实验结果, 由 Ward 聚类算法的结果可得到三类区域的像素点序列 y_1, y_2, y_3 以及三类像素点的均值 u_1, u_2, u_3 和方差 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, 这些结果可以作为考虑空间邻域信息的 MRF 分割的初始值. MRF 参数中 $\beta = 1$, 误差阈值门限设定为 5%, ICM 迭代次数门限设定为 10 次.

本文所提出算法的实验结果与 K-Means 聚类算法和多级逻辑 (MLL) 模型结果进行比较, 由图 2(b) 可知 K-均值聚类对于斑点噪声的影响比较敏感. 由图 2(b)~(d) 比较可知, 本文所提出的算法能将图像细节信息正确的分割开来, 斑点噪声的滤除效果也比较好的, 而且, 在迭代次数较少的情况下, 分割精度已经得到提高, 分割效果明显优于其他两种算法. (下转第 99 页)

可靠性计算方法,通过可靠性计算的公式估算出节点失效对网络监测可靠性的影响程度.为整个网络的可靠性衡量提供了依据.算例演示以及算法分析表明,用该算法来求解簇状网络的可靠性问题是可行的、高效的.

参考文献:

- [1] Akyildiz IF, Su W, Sankarasubramaniam Y, et al. A survey on sensor networks [J]. IEEE Communications Magazine, 2002, 40(8): 102—114.
- [2] Gao Jianliang, Xu Yongjun, Li Xiaowei. Weighted median based distributed fault detection for wireless sensor network[J]. Journal of Software(in Chinese), 2007, 18(5): 1208—1217.
- [3] Tulone D, Madden S. An energy-efficient querying framework in sensor networks for detecting node similarities[C] //Proc of IEEE Int Symp on Modeling, Analysis and Simulation in Sensor Networks. Piscataway, NJ: IEEE, 2006: 191—300.
- [4] Sankarasubramaniam Y, Akano B, Akyildiz IF. ESRT: event-to-sink reliable transport in wireless sensor networks[C] //Procof the 4th ACM International Symposium on Mobile Ad hoc Networking & Computing. New

York: ACM Press, 2003: 177—188.

- [5] 杨显辉,任洪娥,景维鹏.一种能量感知无线传感器网络可靠协议研究[J].微电子学与计算机,2010,8(27):194—197.
- [6] Olympia T R, Carlier J G. Factoring and reductions for networks with imperfect vertices [J]. IEEE Trans on Reliability, 1991, 40(2): 210—217.
- [7] 徐冉,高随祥,董萍,等.无线传感器网络的可靠性计算[J].计算机应用研究,2009,26(03):987—990.
- [8] 高飞,张少中,王光兴.计算无线通信网络2-终点可靠性的快速算法[J].计算机学报,2007,30(6):1035—1039.
- [9] Abraham J A. An improved algorithm for network reliability[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1979, 28(1): 58—61.

作者简介:

徐雪鑫 女,(1984—),硕士研究生.研究方向为计算机网络、网络可靠性.

梁家荣 男,(1966—),博士,硕士生导师.研究方向为人工智能、控制理论与应用.

宋小天 男,(1985—),硕士研究生.研究方向为计算机网络.

(上接第94页)

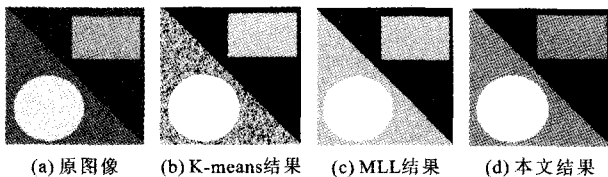


图2 分割结果

6 结束语

本文利用Ward聚类算法将图像进行了初始分割,在此基础上,MRF模型以Ward聚类结果作为初始分割,采用FGM描述图像像素灰度的条件概率分布,由像素分布条件概率函数形式与GMM参数类比,采用EM算法估计概率模型参数.区域分布先验概率采用Ising模型,用ICM局部优化方法,获得MAP准则下的图像分割结果.这种方法在迭代次数较少的情况下,能有效提高分割精度和抗噪声能力,这种算法使分割效果得到很好改善.

参考文献:

- [1] Geman S, Geman D. Stochastic relaxation, gibbs distri-

butions, and the bayesian restoration of images [J]. IEEE Trans Pattern Anal & Mach Intell, 1984, (6): 721—741.

- [2] Stan Z Li. Markov random field modeling in image analysis[M]. London:Pringer—Verlag, 2009.
- [3] Dubes R C, Jain A K, Nadabar S G, et al. MRF model-based algorithms for image segmentation[C]// Proceedings of 10th International Conference on Pattern Recognition. Atlantic city, NJ: IEEE, 1990: 808—814.
- [4] Douglas A Reynolds, Richard C Rose. Robust text-independent speaker identification using gaussian mixture speaker models[J]. IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, 1995, 1(3): 72—83.
- [5] Richard O Duda, Peter E Hart, David G Stork. 模式分割[M]. 2版. 李宏东,姚天翔,译. 北京:机械工业出版社,2003.

作者简介:

苗晓锋 男,(1972—),副教授.研究方向为嵌入式技术、计算机应用技术.