

基于四阶偏微分方程的并行图像去噪算法

郭茂银, 田有先

(重庆邮电大学 计算机科学与技术学院, 重庆 400065)

摘 要: 四阶偏微分方程(PDE)图像去噪方法具有良好的去噪性能, 但该类方法计算量大, 耗时长. 为提高算法的快速性和有效性, 提出一种高效并行的四阶 PDE 图像去噪算法. 该方法基于 MPI 并行环境, 通过分析四阶 PDE 离散化后差分方程求解的并行性, 对噪声图像进行条状重叠的数据划分, 采用并行方式对图像去噪, 极大地降低了运行时间.

关键词: 图像去噪; 四阶偏微分方程; 并行算法; 加速比

中图分类号: TP338.6

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2011)02-0162-04

Parallel Image Denoising Algorithm Based on Fourth-order Partial Differential Equations

GUO Mao-yin, TIAN You-xian

(College of Computer Science and Technology,

Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: Image noise removal methods based on the fourth-order Partial Differential Equations (PDE) show their good denoising performance, but they also have some problems such as the great amount of calculation and long consuming time. In order to improve the speed and efficiency of the algorithm, an efficient parallel algorithm is proposed in this paper, which can reduce the running time greatly by analyzing the parallelism of the discrete fourth-order PDE and dividing the noise image into overlapping strips in the parallel environment of MPI.

Key words: image denoising; fourth-order partial differential equations (PDE); parallel algorithm; acceleration rate

1 引言

图像去噪是图像处理和计算机视觉领域的一个基本问题, 也是图像后续处理的前提. 传统的图像去噪方法(如均值滤波、中值滤波等)在滤除噪声的同时会模糊图像. 近年来, 四阶偏微分方程(Partial Differential Equations, PDE)图像去噪方法已引起了研究者的广泛关注^[1-3], 如文献[2]提出了基于拉普拉斯算子的四阶 PDE 模型. 四阶 PDE 去噪方法能够有效地去除噪声和保持图像的边缘、纹理等特征, 还可以消除二阶 PDE 方法所产生的“阶梯效应”^[4], 是目前比较成功的图像去噪方法.

虽然四阶 PDE 方法能够获得很好的图像去噪

效果, 但该类方法计算量大, 耗时长, 当图像很大时, 无法满足图像处理对实时性的要求. 文中针对当前典型的串行四阶 PDE 去噪方法, 通过分析其并行性, 提出一种高效并行的四阶 PDE 去噪算法.

2 四阶 PDE 去噪方法

2.1 四阶 PDE 去噪模型

四阶 PDE 去噪方法^[2]是从一个优化目标泛函出发的, 如下所示:

$$E(u) = \int_{\Omega} f(|\nabla^2 u|) dx dy + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} (u - u_0)^2 dx dy \quad (1)$$

式中, 第一项为正则项, 使结果图像趋于平滑; 第二

项为保真项,使结果图像与原图尽量一致,起到保持图像细节的作用. 参数 $\lambda(>0)$ 是一个拉格朗日常数,依赖于噪声水平. $\nabla^2 u$ 是拉普拉斯算子. 要求函数 $f(s) \geq 0$ 是递增函数,图像的平滑程度由 $s = |\nabla^2 u|$ 度量. 泛函最小化等价于平滑这个图像,这样去噪问题就转化成泛函求极值问题. 利用欧拉方程原理和梯度下降法求得式(1)对应的四阶偏微分方程为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla^2 [f'(|\nabla^2 u|) \frac{\nabla^2 u}{|\nabla^2 u|}] - \lambda(u - u_0) \quad (2)$$

令 $c(s) = \frac{f'(s)}{s} = \frac{1}{1+s^2/k^2}$ 为扩散控制函数,

则式(2)可以简化为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla^2 [c(|\nabla^2 u|) \nabla^2 u] - \lambda(u - u_0) \quad (3)$$

式(3)即为本文所采用的当前典型的四阶 PDE 去噪模型.

2.2 串行四阶 PDE 去噪算法

四阶 PDE 去噪方法的去噪过程即为对四阶 PDE 模型的求解过程,因而通过离散化迭代求解式(3)即可获得去噪后的结果图像. 用差分法可得式(3)的离散迭代式为:

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n - \Delta t [\nabla^2 (c(|\nabla^2 u_{i,j}^n|) \nabla^2 u_{i,j}^n) + \lambda^n (u_{i,j}^n - u_0(i,j))] \quad (4)$$

根据文献[1-2],将串行四阶 PDE 去噪算法归纳如下:

(1) 给定参数 λ, k 、时间步长 Δt 、收敛精度 E , 初始化图像灰度值 $u_{i,j}$;

(2) 对 $n = 0, 1, \dots$ 执行以下步骤,直至迭代结束;

① 计算图像灰度值的二阶差分:

$$\nabla^2 u_{i,j}^n = u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n + u_{i,j+1}^n + u_{i,j-1}^n - 4u_{i,j}^n$$

② 令 $g_{i,j}(\nabla^2 u_{i,j}^n) = c(|\nabla^2 u_{i,j}^n|) \nabla^2 u_{i,j}^n$, 计算 $g_{i,j}^n(\nabla^2 u_{i,j}^n) = c(|\nabla^2 u_{i,j}^n|) \nabla^2 u_{i,j}^n$

③ 计算函数 $g_{i,j}$ 的二阶差分:

$$\nabla^2 g_{i,j}^n = g_{i+1,j}^n + g_{i-1,j}^n + g_{i,j+1}^n + g_{i,j-1}^n - 4g_{i,j}^n$$

④ 计算式(4):

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n - \Delta t [\nabla^2 g_{i,j}^n + \lambda^n (u_{i,j}^n - u_0(i,j))]$$

⑤ 若 $\max |u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n| < E$ 则迭代停止,输出结果图像;否则重复步骤①~⑤.

从以上可看出,四阶 PDE 去噪算法是一个多次迭代过程,每次迭代过程都包含多个计算步骤,计算量随着图像的增大而增加. 如果图像大小为 $M \times N$,

迭代次数为 K ,则四阶 PDE 去噪算法的计算复杂度为 $O(K \times M \times N)$,当 M, N, K 值很大时,时间开销非常大,无法满足图像处理对实时性的要求,因而本文提出一种高效并行的四阶 PDE 图像去噪算法.

3 并行四阶 PDE 去噪方法

3.1 并行性分析

首先讨论算法的串行执行时间. 将加、减运算统一为加运算,乘、除运算统一为乘运算,假设浮点数的加法和乘法的运算时间均为 t_f ,图像规模为 n . 通过 2.2 节的算法可知,第 1 步为算法的准备阶段,时间可忽略不计. 第①~④步操作需要 32 个加法运算步和 23 个乘法运算步,运行时间为 $55nt_f$,第⑤步含有 n 个加法运算步及顺序查找时间 t_s ,运行时间为 $(nt_f + t_s)$,所以完成一次迭代操作串行算法的运行时间为

$$T_s = 55nt_f + nt_f + t_s = 56nt_f + t_s \quad (5)$$

假设使用 p 台处理器来并行处理,每个处理器计算时间为 $(56nt_f + t_s)/p$,设 p 台处理器规约的时间为 $S(n)$,通信时间为 T_c ,则在一次迭代运算中,并行算法的运行时间为

$$T_p = (56nt_f + t_s)/p + S(n) + T_c \quad (6)$$

由串行执行时间 T_s 和并行执行时间 T_p 得到加速比 S_p 为:

$$S_p = \frac{T_s}{T_p} = \frac{56nt_f + t_s}{(56nt_f + t_s)/p + S(n) + T_c} = \frac{1}{1/p + (S(n) + T_c)/(56nt_f + t_s)} \quad (7)$$

由式(7)可看出,当通信时间远小于计算时间即 $(S(n) + T_c)/(56nt_f + t_s) \rightarrow 0$ 时加速比将趋于 p ,即接近理想加速比,并行算法将会取得较好的并行性能. 由算法知,各个离散像素点的运算是相互独立的,且数据相关性非常小,通信时间相对于计算时间是很少的,因而四阶 PDE 算法是非常适合做并行化处理的,并且图像规模越大,计算时间减小的幅度会远远高于通信时间所增加的幅度,并行的优越性越明显.

3.2 并行化过程

分析四阶 PDE 的差分格式,对其进行数据划分. 由于在同一时间层上计算第 i 行数据的值会用到第 $(i+1)$ 和第 $(i-1)$ 行的数据,因而图像子块边缘数据的更新操作需要相邻子块的数据,这样各进程在计算过程中就需要进行频繁通信,造成低效率的并行算法. 为避免此问题,文中采用条状重叠^[5]

的数据划分方案,如图 1 所示.

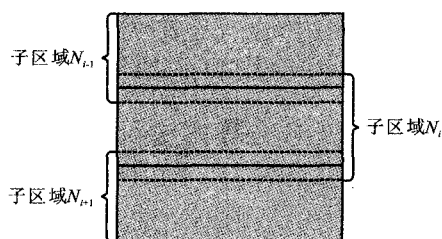


图 1 图像数据划分方式图

首先对图像数据域按行平均划分成 r (进程数) 块, 然后对于子图像的边界不是整个图像边界的情况, 向上向下都扩展一定像素行, 得到了一个有重叠区域的划分. 实线表示均匀分配的数据边缘, 实线与虚线之间的部分即为重叠部分. 扩展之后的每个子区域 $N_i (1 \leq i \leq r)$ 为实际分配的区域, 存储了相邻块的边缘数据, 保证了子区域处理过程的数据无关性, 避免了频繁的通信.

在 COW 工作站机群平台上基于 MPI 并行环境, 采用并程序设计中的主从模式实现了该并行算法, 即有一个主进程控制、协调其他进程完成计算任务^[6], 其执行过程为: 首先由一个主进程读入所需处理的图像, 根据上述数据划分方式分配若干子图像到各个子进程, 再由各个子进程负责相应的四阶 PDE 迭代数值操作的并行计算, 最后主进程收集所有像素值得到去噪后的图像, 这样通过有效的任务分解和数值并行计算来提高运算速度. 并行算法流程图如图 2 所示.

4 仿真实验及分析

实验在 8 台 PC 机架构的 COW 工作站机群平台上实现. 每个结点均为 CPU P4, 主频 2.8GHz, 内存 512MB, 通过 100Mb/s 高速以太网连接起来, 操作系统为 Windows XP, 编译环境为 VC 2008, 采用 MPI 消息传递模型. 实验图片选择不同规模的受高斯噪声污染的方差为 0.2, PSNR=17.2539 的 lena 图像, 图像的大小分别为: 256×256 , 512×512 , 1024×1024 .

为了更好的验证本文并行算法减少运行时间的有效性, 给出了三种不同规模的图像执行时间结果, 如表 1 所示. 对同一规模的图像, 执行时间随着处理器结点的增加几乎成比例减少. 同时, 随着图像规模的增大, 并行算法执行时间减少的幅度也在增大. 这表明了文中的并行算法有效地提高了运行效率, 显著地减少了处理时间.

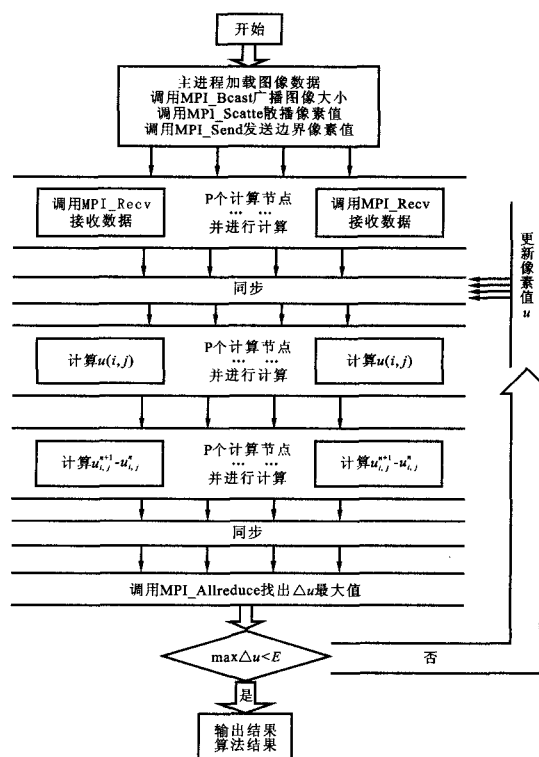


图 2 并行算法流程图

表 1 串行、并行算法的执行时间

图像大小	串行耗时/s		并行耗时/s	
	$p=1$	$p=2$	$p=4$	$p=8$
256×256	9.4236	4.9494	2.4983	1.2693
512×512	37.7688	19.5087	9.8356	4.9644
1024×1024	155.1693	79.0068	39.7870	20.2043

并行算法的加速比和效率是评价并行算法性能的两个重要标准. 加速比 S_p 和并行效率 E_p 表达式分别为: $S_p = T_s/T_p$, $E_p = S_p/p$. 其中 T_s 为串行算法在单个处理器上的运行时间, T_p 为并行算法在 p 个处理器上并行计算的运行时间. S_p 是衡量并行计算速度的参数, 而 E_p 是衡量并行算法对于并行处理器的利用率^[7-8]. 并行算法的加速比及效率如表 2 所示.

表 2 并行算法的加速比及效率

图像大小	$p=2$		$p=4$		$p=8$	
	加速比	效率	加速比	效率	加速比	效率
256×256	1.904	0.952	3.772	0.943	7.424	0.928
512×512	1.936	0.968	3.840	0.960	7.608	0.951
1024×1024	1.964	0.982	3.900	0.975	7.680	0.960

从表 2 中可以看出, 加速比随着处理器数目的增加而增加, 随着图像规模的增大而越来越趋向于

p ,表明算法具有很高的计算速度,这与前面的并行性分析是一致的.同时并行算法 also 具有很高的并行效率^[9-10].

5 结束语

文中利用离散像素的相对独立性,和四阶 PDE 求解的并行性,提出一种高效并行的四阶 PDE 图像去噪算法.在基于消息传递的并行环境下,进行了仿真实验.实验结果证明该算法具有很高的并行性能,既保留了原算法的良好去噪效果,极大地降低了运行时间,是实现四阶 PDE 算法实时处理的有效方法.

参考文献:

- [1] You Y L, Kaveh M. Fourth-order partial differential equations for noise removal[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(10): 1723-1730.
- [2] 陈波,张立伟. 对称四阶偏微分方程去噪算法[J]. 计算机工程, 2008, 34(13): 188-189.
- [3] 贾迪野,黄凤岗,苏茜. 一种新的基于高阶非线性扩散的图像平滑方法[J]. 计算机学报, 2005, 28(5): 882-891.
- [4] You Y L, Xu W Y, Tannenbaum A, et al. Behavioral analysis of anisotropic diffusion in image processing[J]. IEEE Trans Image Processing, 1996, 5(11): 1539-1553.
- [5] 李文,张大鹏,刘志勇,等. 图像恢复的高效并行算法及关键技术[J]. 计算机研究与发展, 2002, 39(7): 848-854.
- [6] 陈国良,安虹. 并行算法实践[M]. 北京:高等教育出版社, 2004.
- [7] 陈国良,孙广中,徐云,等. 并行算法研究方法学[J]. 计算机学报, 2008, 31(9): 1493-1502.
- [8] 余霞,葛红,何俊,等. 基于 MPI 的并行医学图像处理[J]. 计算机工程与科学, 2009, 31(3): 32-34.
- [9] 杨沛,潘志平,曹茜. 图像处理在 PC 机群上的实现及性能优化[J]. 微电子学与计算机, 2007, 24(7): 115-118.
- [10] 隋翠翠,晏海华. 一种基于高性能集群计算系统的检查点策略[J]. 微电子学与计算机, 2008, 25(10): 162-165.

作者简介:

郭茂银 女, (1984-), 硕士研究生. 研究方向为数字图像处理、并行计算.

田有先 男, (1948-), 教授, 硕士研究生导师. 研究方向非线性分析、并行计算.