

复数域非线性扩散滤波在图像处理中的应用

文 武, 苗 放

(成都理工大学 信息科学与技术学院, 四川 成都 611844)

摘 要: 图像处理中去噪和边缘保持是一对矛盾体, 去噪滤波经常会失去高频部分的信号, 而边缘信息主要以高频信息为主. 考虑了一种新的方法——复数域非线性扩散方法, 该方法通过结合自由薛定谔方程将传统各向异性扩散方程拓展到复数域, 复数域实部信号可以很好地滤波, 将复数域扩散项虚部加入 shock 滤波器, 该方法克服了传统的边缘检测方法边缘保持能力差的缺点. 试验结果表明: 该算法具有良好的抗噪性和边缘细节的保持性, 边缘检测效果良好.

关键词: 非线性扩散滤波; 复数域; shock 滤波器

中图分类号: TP200

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2012)06-0057-04

Complex Field of Donlinear Diffusion Methods in Image Processing

WEN Wu, MIAO Fang

(College of Information Science and Technology, Chengdu University of Technology, Chengdu 611844, China)

Abstract: Denoising and edge preserving is a contradiction in image processing, denoising filter often lose the high frequency part of the signal, However, the edge information based mainly on high-frequency information. This paper introduces a new method-nonlinear complex diffusion method, the method by combining free Schrodinger equation will be the traditional anisotropic diffusion equation is extended to complex number field, complex number domain real signal can be very good filtering, the imaginary part of complex diffusion item add shock filter, this method overcomes the shortcomings of the traditional edge detection methods edge preserving ability difference. The test results show that: the algorithm has good noise immunity and edge retention, edge detection effect is good.

Key words: nonlinear diffusion filtering; complex field; Shock filter

1 引言

图像边缘是图像的一个基本特征^[1-2], 在提取边缘时图像噪声是图像理解与识别中所遇到的一个重要干扰因素. 传统的图像去噪方法, 如 Gaussian 滤波、中值滤波等, 主要是将图像的高频成分滤除^[3-5]. 由于图像细节如边缘等也分布在高频区域, 因此它们总是在对噪声进行滤除的同时将图像的边缘部分模糊了. 近年来, 偏微分方程(PDE)理论成为图像处理中的一种新型工具, 逐渐引起了人们的关注. 其发展经历了由线性到非线性, 以及由各向同性扩散到各向异性扩散的过程. Rudin^[6]和 Osher 提出 shock

滤波器, Guy Gilboa^[7]将实数域各向异性扩散方程推广到复数域.

复数域各向异性扩散滤波方法用于图像滤波计算, 不仅具有有效压制噪声的能力, 而且具有很高的边缘检测精度, 可以有效地进行图像的检测与识别. 本文分别利用复数域各向异性扩散滤波的实部可以有效压制噪声, 复数域各向异性扩散滤波的虚部可以获取边缘的特点, 并利用 shock 滤波器, 有效地获取到了边缘, 同时压制了噪声. 经实验证明, 与传统的边缘检测方法比较, 该算法具有良好的抗噪性和边缘细节的保留性, 边缘检测效果良好.

2 算法描述及分析

Schrodinger 方程式量子物理学基础方程,解决了量子态怎样随时间演化以及在各种具体情况下如何求出波函数的问题. 粒子在三维势场中的定态 Schrodinger 方程如下:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + V(x) \psi \quad (1)$$

式中, $\psi = \psi(t, x)$ 为量子粒子波函数, m 为粒子质量, $\hbar = 6.626\ 196 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ 为普朗克常数, $V(x)$ 为外部势场, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 为拉普拉斯算子, $i = \sqrt{-1}$ 为虚数单位. 可以看出, Schrodinger 方程是波函数在复数域中的扩散过程. 当 $V=0$, 式(5)称为自由薛定谔方程.

线性扩散方程如式(2):

$$\begin{cases} I_t = c \nabla^2 I \\ I|_{t=0} = I_0, 0 < c \in R \end{cases} \quad (2)$$

式中, ∇ 是梯度算子, I_0 为初始含噪声图像, c 扩散系数.

受量子力学启发, Guy Gilboa 将传统的实数域扩散方程拓展到复数域, 式(2)与自由薛定谔方程方程结合, 得到复数域线性扩散方程, 如式(3):

$$\begin{cases} I_t = c I_{xx}, t > 0, x \in R \\ I(x; 0) = I_0 \in R, c, I \in C \end{cases} \quad (3)$$

当 $\theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, 线性扩散方程(3)的基本解为

$$h(x; t) = A g_\sigma(x; t) \exp(i\alpha(x; t)) \quad (4)$$

其中 $g_\sigma(x; t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(t)}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2(t)}\right)$, $A =$

$$\frac{1}{\sqrt{\cos(\theta)}}, \alpha(x; t) = \frac{x^2 \sin\theta}{4\text{tr}} - \frac{\theta}{2},$$

当 $\theta \geq 0$ 有物理意义, 当 $\theta \rightarrow 0$ 时, 复数域线性扩散近似解为

$$\begin{cases} \lim_{\theta \rightarrow 0} \text{Re}(I) = g_\sigma * I_0 \\ \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\text{Im}(I)}{\theta} = \text{tr} \Delta g_\sigma * I_0 \end{cases} \quad (5)$$

式中, $\text{Re}(\cdot)$ 为虚部, $\text{Im}(\cdot)$ 为实部.

当 θ 趋于 0 时, 虚部可以近似为图像的高斯褶积的 Laplacian 变换, 因此可以用作边缘检测, 该算子是随时间做尺度变化的平滑二阶导数. 而不是近似为图像高斯褶积. 但纯粹虚部获取的边缘较为粗糙, Osher 和 Rudin 提出一种双曲线方程(即 shock 滤波器, 也称冲击滤波器)作为一种稳定锐化处理过程, 它类似于反褶积. 它的基本思想为在图像极大值

附近使用膨胀算子, 而在极小值附近使用腐蚀算子已达到冲击效果. 通过拉普拉斯算子判断像素点是在极大值或者极小值附近. Shock 滤波方程如下式:

$$I_t = -|I_{xx}| F(I_{xx}) \quad (6)$$

式中, F 必须满足 $F(0)=0$ 和 $F(s)\text{sign}(s) \geq 0$. 选择 $F(s)=\text{sign}(s)$ 得到经典 shock 滤波方程:

$$I_t = -\text{sign}(I_{xx}) |I_x| \quad (7)$$

式(7)推广到二维空间如式(8):

$$I_t = -\text{sign}(I_\eta) |\nabla I| \quad (8)$$

式中, η 为梯度方向. 与平滑去噪相反, shock 滤波器能起到锐化边缘的作用, 主要作用在图像的灰度拐点, 并且增大拐点两侧灰度差异, 因此处理过程对噪声非常敏感, 即使是很小的噪声也会使 shock 滤波器放大噪声. 针对 shock 滤波器的缺陷, 后人提出了许多改进 shock 滤波器的新方法, 尝试加入一些新的元素来控制冲击滤波器对噪声的敏感性, 增强其边缘增强效果, 其中最典型的有 shock 滤波器与偏微分方程结合的方法. Shock 滤波器中滤波算子 $F(s)$ 选择对于滤波过程有重要影响, 为了使边缘相对平滑区域锐化强烈, 考虑到二阶导数的重要性, 将式(8)推广为

$$I_t = -\frac{2}{\pi} \arctan(a I_{xx} t) |I_x| + \lambda I_{xx} \quad (9)$$

式中, a 作为锐化系数, 控制梯度过零点附近锐化强度. $\lambda = r \exp(i\theta)$ 为复数扩散系数. 当 θ 趋于 0 时, 虚部可以近似为图像的高斯褶积的 Laplacian 变换, 因此可以用作边缘检测, 该算子是随时间做尺度变化的平滑二阶导数. 而不是近似为图像高斯褶积. $|I_x|$ 为信号在 x 方向的梯度.

由式(8)和式(9)可以推导出复数域 shock 滤波方程式如式(10):

$$I_t = -\frac{2}{\pi} \arctan\left(a \text{Im}\left(\frac{I}{\theta}\right)\right) |I_x| + \lambda I_{xx} \quad (10)$$

将式(10)推广为二维公式:

$$I_t = -\frac{2}{\pi} \arctan\left(a \text{Im}\left(\frac{I}{\theta}\right)\right) |\nabla I| + \lambda I_\eta + \bar{\lambda} I_\xi \quad (11)$$

式中, $\bar{\lambda}$ 为实部扩散因子. η 是梯度方向的单位向量, ξ 是与 η 垂直的单位向量:

$$I_\eta = (I_{xx}(I_x)^2 + 2I_x I_y I_{xy} + I_{yy}(I_y)^2) / ((I_x)^2 + (I_y)^2) \quad (12)$$

$$I_\xi = I_{xx}(I_x)^2 - 2I_x I_y I_{xy} + I_{yy}(I_y)^2 / ((I_x)^2 + (I_y)^2) \quad (13)$$

通过复数域 shock 滤波过程可以有效的降低模糊度, 扩散过程遵守最小-最大原理(即没有新的局

部极值产生,在任何时间全局的最大和最小值受初始条件限制),边缘处与平滑区域具有不同的权值,边缘零交点附近二阶导数具有较大的数量级,相对于平滑区域有更强烈的锐化程度,而且避免了每次迭代过程中需要将图像与高斯信号褶积且仍然可以获得光滑的结果。

3 实验结果及分析

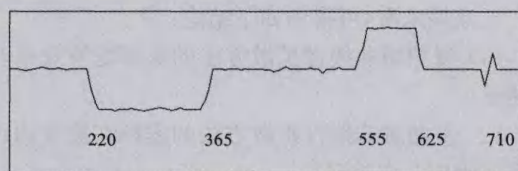
3.1 一维信号

为了展示复数域非线性扩散方法在信号边缘点检测的效果,进行了模型仿真实验,如图1所示。其中图1(a)为原始模型,图1(b)为复数域非线性扩散方法后实部图,从图中可以看出:实部图像可以有效的滤除信号中的噪声信号。图1(c)为复数域非线性扩散方法后虚部图,从图中可以看出:即经过复数域非线性扩散方法检测可以准确地获取到信号的突变点信息(即边缘信息)。

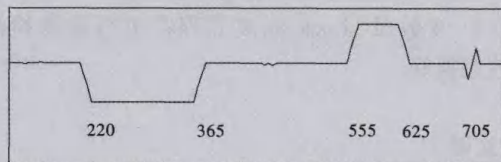
3.2 实例

图2(a)为Lena高斯噪声图,图2(b)为Lena原图经过复数域非线性扩散方法进行边缘检测后的实部图像,从该图像结果可以看出,实部图像非常有效的压制了噪声,图2(c)为Lena原图经过复数域非

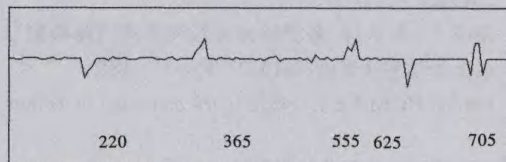
线性扩散方法进行边缘检测后的虚部图像,虚部图像可以获取图像的边缘。



(a)原始模型



(b)复数域非线性扩散方法后实部



(c)复数域非线性扩散方法后虚部图

图1 仿真模型图



(a)原图



(b)复数域非线性扩散方法后实部图

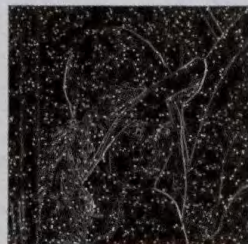


(c)复数域非线性扩散方法后虚部图

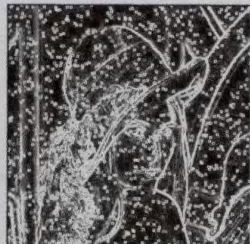
图2 仿真实例

图3(a)为Roberts算子边缘检测图,从该图可以看出Roberts算子边缘检测的边缘定位准,但是对噪声敏感。图3(b)与图3(c)分别为Sobel算子边缘检测、Kirsh算子边缘检测,他们通过加权平均,

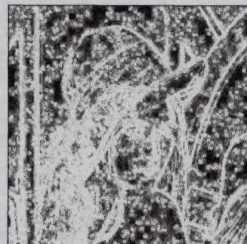
对噪声有一定的压制,但边缘定位精度很差,图3(d)是利用复数域shock滤波方程获取的图像,从图像可以看出,该方法非常有效的压制了噪声,同时获取了边缘。



(a)Roberts算子边缘检测



(b)Sobel算子边缘检测



(c)Kirsh算子边缘检测



(d)复数域非线性扩散方法
(shock滤波器)

图3 边缘检测图

4 结束语

从效果来看,可得到如下结论:

- (1) 复数域非线性扩散方法的实部滤波效果非常明显.
- (2) 复数域非线性扩散方法的虚部在提取边缘信息过程中非常重要.
- (3) 综合利用复数域非线性扩散方法的实部和虚部可以有效的获取到图像的重要信息.
- (4) 复数域 shock 滤波方程在进行边缘检测时,效果很好.

参考文献:

- [1] 杜文亮, 刘晓东, 吕园园. 基于 C-Canny 算子与灰度空间的彩色图像边缘检测 [J]. 微电子学与计算机, 2010, 27(8): 17-20.
- [2] 蔡荣太, 吴庆祥. 基于脉冲神经网络的边缘检测[J]. 微电子学与计算机, 2010, 27(10): 178-181.
- [3] Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(7): 629-638.
- [4] Cottet G H, Germ L. Image processing through reaction combined nonlinear diffusion[J]. Mathematic of Computation, 1993, 61(11): 659-673.
- [5] Weickert J. Coherence-enhancing diffusion filtering [J]. International Journal of Computer Vision, 1999, 31(2): 111-127.
- [6] Osher S J, Rudin L I. Feature-oriented image enhancement using shock filter[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1990, 27(4): 919-940.
- [7] Guy Gilboa, Nir A, Sochen. Regularized shock filters and complex diffusion[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2002(2350): 399-413.

作者简介:

文武男, (1979—), 博士研究生, 讲师. 研究方向为信号检测及处理.

(上接第 56 页)

- [11] Nissinen I, Kostamovaara J. A low voltage CMOS constant current-voltage reference circuit[C]// Proceedings of the 2004 International Symposium on Circuits and Systems. Canada, 2004(1): 381-384.
- [12] Luis Henrique de Carvalho Ferreira, Tales Cleber Pimenta. A CMOS voltage reference for ultra low-voltage applications[C]// Proceedings of 12th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems, ICECS. Gammarrh, Tunisia, 2005. 1-4.
- [13] Filanovsky I. M, Allam A. Mutual compensation of mobility and threshold voltage temperature effects with applications in CMOS circuits[J]. IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl., 2001, 48(7): 876-884.