

一种基于 LDPC 码的高质量通信的信道编码方式

王晓军

(浙江水利水电专科学校 现代教育技术中心, 浙江 杭州 310018)

摘 要: 主要研究了 LDPC 码高质量通信信道编码技术. 在传统的 BP 算法、LLR BP 译码算法的基础上, 针对最小和算法在检验节点更新的过程存在外信息偏大的问题, 提出了一种改进的 LDPC 译码算法. 算法首先对 BP 算法进行了缩放, 使其更接近实际值, 仿真实验结果表明, 提出的改进的算法有效的提高了 LDPC 码最小和译码算法的纠错性能.

关键词: LDPC 码; 信道编码; Turbo 码; 随机码; 概率 BP 算法

中图分类号: TN32

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2012)06-0193-04

A High Quality Communication Channel Coding Method Based on LDPC Code

WANG Xiao-jun

(Modern Education Technique Center, Zhejiang Water Conservancy and Hydropower College, Hangzhou 310018, China)

Abstract: This paper mainly studies the LDPC code high quality communication channel coding technology. In the traditional BP algorithm, LLR BP decoding algorithm based on the minimum, and algorithm in the test node update process exist the problem of large external information, this paper proposes an improved LDPC decoding algorithm. Algorithm based on BP algorithm is scaling, to make it more close to the actual value, the simulation results show that, the improved algorithm improves the LDPC code and the decoding algorithm for minimum error correction performance.

Key words: LDPC code; channel coding; Turbo code; random number; probability BP algorithm

1 引言

尽管 Turbo 码因其优良的性能获得了广泛应用,但是仍存在一些不足:一方面,在大码块时译码时延大,这限制了 Turbo 码在某些对时延要求较严的系统中的应用;另一方面,当信道质量比较高时,存在误码平层效应,这在未来移动通信中采用大码块传输时十分不利的^[1-2]. 本文首先介绍了 LDPC 码的编码原理、Tanner 图、种类,然后介绍了伪随机码、准循环码分的几种常用编码构造方法,最后在经典 BP 算法、LLR BP 译码算法的基础上,针对最小和算法在检验节点更新的过程存在外信息偏大的问题,对其进行了缩放,使其更接近实际值,所以这一改进提高了 LDPC 码最小和译码算法的纠错性

能^[3-4].

2 LDPC 码的编码

2.1 基于高斯消去的编码

如果给定一个检验矩阵为 $M \times N$, 编码码字记为 x , 则两者满足 $Hx^T = 0^T$. 对矩阵 H 进行高斯变换^[5-6], 便可得到一下三角矩阵如图 1 所示. 码字 x 有两部分组成 $x = (s, p)$, s 为系统比特, P 为校验比特. 高斯编码过程由如下两步骤:

(1) 系统比特位 s , 即要发送的 $N-M$ 个信息比特;

(2) 校验比特 $p_i, i=1, 2, \dots, M$ 可由以下公式递归得到:

$$p_i = \sum_{j=1}^{N-M} H_{i,j} s_j + \sum_{j=1}^{i-1} H_{i,j+N-M} p_j \quad (1)$$

此编码方法破坏了原有检验矩阵的稀疏性,且计算量为 $O(N^2)$, 计算量较大。

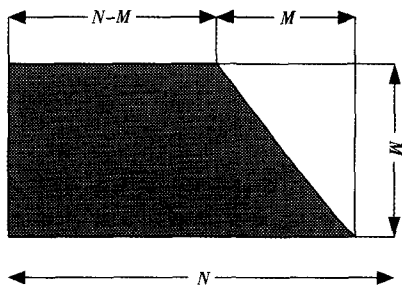


图1 高斯消去法

2.2 基于近似下三角矩阵的编码

为了保持校验矩阵的稀疏性,可对矩阵的进行初等变换,得到一个近似的下三角形矩阵,矩阵由6个子块组成,将要发送的信息比特,作为 LDPC 码的前 $N-M$ 个输出, M 长的校验比特,则可通过矩阵的线性变换,左乘一矩阵得到^[7-8],如式(2):

$$\begin{pmatrix} I & 0 \\ -ET^{-1} & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B & T \\ C & D & E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B & T \\ -ET^{-1}A + C & -ET^{-1}B + D & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

若 $x = (s, p_1, p_2)$, 校验比特 P_1, P_2 的表达式如式(3), 它们的计算量分别为 $O(N+g^2)$ 、 $O(N)$, 由此可以看出, 若想进一步减少运算量可使得 g 尽量小。

$$\begin{cases} AS^T + Bp_1^T + Tp_2^T = 0 \\ (-ET^{-1}A + C)s^T + (-ET^{-1}B + D)p_1^T = 0 \end{cases} \quad (3)$$

两种编码方式均是为了构造性能好的 LDPC 码, 但未考虑实现复杂度。下准循环码的构造则充分考虑了实现的复杂度, 同时在改善最小 girth 和最小码重等方面作出了改进。

2.3 准循环型——QC-LDPC 码的主要构造方法

由前面可知 QC-LDPC 码的校验矩阵有分块循环的特点, 通过移位寄存器即可实现 QC-LDPC 码的编码。它的构造方法主要有均衡不完全区组设计、有限几何法等, 可以参阅文献。

DVB-S2 及 IEEE802.16e 协议中采用的 LDPC 码为准循环码, 二者的不同之处在于: DVB-S2 标准采用了双对角线矩阵实现编码, 不同于 IEEE802.16e 协议采用的准双对角线子矩阵。虽然

DVB-S2 标准的 LDPC 码编码复杂度较低, 但是低码重码的存在, 使其性能不及 IEEE802.16e 标准中的 LDPC 码。因此 IEEE802.16e 中的 LDPC 性能更优越。

3 LDPC 码的译码

在 LDPC 码的构造结构确定后, 不同的译码算法对码的纠错能力具有重要影响, 同时译码算法的计算复杂度是影响其实现的重要因素。目前, LDPC 码的算法有: (1) BP (Belief Propagation) 算法, 属于软判决, 可使长码的纠错性能逼近 Shannon 限, 但计算复杂度较高, 故随后出现了 BP-based、Off BP-based 等各类简化算法。 (2) BF (Bit Flipping) 算法, 它是一种硬判决译码, 实现较为简单, 但性能稍差。下面将主要介绍 BP 译码算法、对数域的 BP 算法——LLR BP 算法, 最后在最小和 BP 算法的基础上, 对译码算法进行了改进, 算法在校验节点的基础上添加一个缩放因子, 校正了最小和算法中的近似失真, 获得了较低的误码率, 因此是一种有效的算法。

3.1 概率 BP 算法

若一个 n 长的二进制序列记为 $b = (b_0, b_1, \dots, b_i, \dots, b_{n-1})$, $b_i \in \{0, 1\}$, 若 $b_i = 1$ 的概率为 $P_i = Pr(b_i = 1)$, 则序列 b 中有偶数 1 的概率为

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{i=0}^{n-1} (1 - 2P_i) \quad (4)$$

若用 $q_{j \rightarrow i}^{(k)}(1)$ 替代式(5)中的 P_j , 如式(5):

$$r_{i \rightarrow j}^{(k)}(0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{j' \in M_{j \setminus i}} (1 - 2q_{j' \rightarrow i}^{(k)}(1)) \quad (5)$$

$$r_{i \rightarrow j}^{(k)}(1) = 1 - r_{i \rightarrow j}^{(k)}(0) \quad (6)$$

校验节点 c_i 从信息节点 v_j 获得的信息 $q_{j \rightarrow i}^{(k)}$ 可表示为

$$q_{j \rightarrow i}^{(k)}(0) = K_{j \rightarrow i} P_j \prod_{i' \in M_{j \setminus i}} r_{i' \rightarrow j}^{(k)}(0) \quad (7)$$

$$q_{j \rightarrow i}^{(k)}(1) = K_{j \rightarrow i} P_j \prod_{i' \in M_{j \setminus i}} r_{i' \rightarrow j}^{(k)}(1) \quad (8)$$

$K_{j \rightarrow i}$ 是一个使等式 $q_{j \rightarrow i}^{(k)}(0) + q_{j \rightarrow i}^{(k)}(1) = 1$ 成立的常量。后验概率 $Q_j(0)$ 和 $Q_j(1)$, 可按式(9)、(10)计算:

$$Q_j(0) = K_j P_j \prod_{i \in M_j} r_{i \rightarrow j}^{(k)}(0) \quad (9)$$

$$Q_j(1) = K_j P_j \prod_{i \in M_j} r_{i \rightarrow j}^{(k)}(1) \quad (10)$$

K_j 是一个使等式 $Q_j(0) + Q_j(1) = 1$ 成立的常量。对于 $i = 0, 1, \dots, n-1$,

$$\hat{v}_i = \begin{cases} 1 & \text{if } Q_i(1) > Q_i(0) \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (11)$$

观察后验概率 $Q_i(b)$ 和外信息 $q_{j \rightarrow i}^{(k)}(b)$ 发现, $q_{j \rightarrow i}^{(k)}(b)$ 可用式(12)表示;外信息的初始化如式(13):

$$q_{j \rightarrow i}^{(k)}(b) = K_{j \rightarrow i} Q_j(b) / r_{i \rightarrow j}(b) \quad (12)$$

$$q_{j \rightarrow i}^{(k)}(b) = \Pr(v_j = b | y_j) \quad (13)$$

即 $q_{j \rightarrow i}^{(k)}(1) = P_j$ 和 $q_{j \rightarrow i}^{(k)}(0) = 1 - P_j$, 不同的信道下, 初始化概率值的方法不同。

3.2 对数域 LLR BP 算法

由概率 BP 算法发现: 概率 BP 算法存在大量的指数、乘法运算, 计算复杂, 且可能会使计算的数值有较大的波动。因此, 引入了对数域的 LLR 算法。首先定义对数似然比(Logarithmic Likelihood Ratio, LLR):

$$Lv_i = \log(\Pr(v_i = 0 | y_i) / \Pr(v_i = 1 | y_i)) \quad (14)$$

$$Lr_{i \rightarrow j}^{(k)} = \log\left(\frac{r_{i \rightarrow j}^{(k)}(0)}{r_{i \rightarrow j}^{(k)}(1)}\right) \quad (15)$$

$$Lq_{i \rightarrow j}^{(k)} = \log\left(\frac{q_{i \rightarrow j}^{(k)}(0)}{q_{i \rightarrow j}^{(k)}(1)}\right) \quad (16)$$

$$LQ_i^{(k)} = \log\left(\frac{Q_i^{(k)}(0)}{Q_i^{(k)}(1)}\right) \quad (17)$$

(1) 初始化: 在二进制域中, 信道中为加性高斯白噪, Lv_i 的表达式为

$$Lv_i = \log\left(\frac{\Pr(v_i = 0 | y_i)}{\Pr(v_i = 1 | y_i)}\right) = \log\left[\frac{1 + \exp\left(\frac{2y_i}{\sigma^2}\right)}{1 + \exp\left(\frac{-2y_i}{\sigma^2}\right)}\right] = \log\left(\exp\left(\frac{2y_i}{\sigma^2}\right)\right) = \frac{2y_i}{\sigma^2} \quad (18)$$

(2) 校验节点更新: 用 $1 - r_{i \rightarrow j}(1)$ 替换式(1)中的 $r_{i \rightarrow j}(0)$ 可得

$$1 - 2r_{i \rightarrow j}(1) = \prod_{j' \in N_{\setminus i}} (1 - 2q_{j' \rightarrow i}(1)) \quad (19)$$

由公式:

$$\tanh\left[\frac{1}{2} \log\left(\frac{p_0}{p_1}\right)\right] = p_0 - p_1 = 1 - 2p_1, p_0 + p_1 = 1, \text{式(20)变为}$$

$$\tanh\left(\frac{1}{2} Lr_{i \rightarrow j}\right) = \prod_{j' \in N_{\setminus i}} \tanh\left(\frac{1}{2} Lq_{j' \rightarrow i}\right) \quad (20)$$

若把实数 $Lq_{j \rightarrow i}$ 表示为符号与绝对值两部分, 即:

$$Lq_{j \rightarrow i} = \text{sign}(Lq_{j \rightarrow i}) |Lq_{j \rightarrow i}| \quad (21)$$

利用 $\tanh(x)$ 的奇函数性质, $Lr_{i \rightarrow j}$ 简化为

$$Lr_{i \rightarrow j} = \prod \text{sign}(Lq_{j' \rightarrow i}) \Phi\left(\sum_{j' \in N_{\setminus i}} \Phi(|Lq_{j' \rightarrow i}|)\right) \quad (22)$$

$$\text{其中, } \Phi(x) = -\log\left(\tanh\left(\frac{x}{2}\right)\right) = \log\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right),$$

当 $x > 0$, $\Phi(x) = \Phi^{-1}(x)$, 其实现可通过简单查找表。

(3) 变量节点的更新

$$Lq_{j \rightarrow i} = Lv_j + \sum_{i' \in M_{j \setminus i}} Lr_{i' \rightarrow j} \quad (23)$$

(4) 后验概率的更新

$$LQ_j = Lv_j + \sum_{i' \in M_{j \setminus i}} Lr_{i' \rightarrow j} \quad (24)$$

对于 $i = 0, 1, \dots, n-1$,

$$\hat{v}_i = \begin{cases} 1 & \text{if } LQ_i < 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (25)$$

4 改进的 LDPC 译码算法

由最小和 BP 译码算法可知: 校验节点信息更新表达式(25)中的 $\text{arctanh}\left(\prod_{i \in R_{\setminus i}} \tanh\left(\frac{1}{2} |L(q_{ij})|\right)\right)$ 项, 利用了函数 $\tanh(|x|)$ 的性质进行了简化运算。由于 $\tanh(|x|)$ 是单调递增函数, 它的取值区间为 $0 \sim 1$, 故选用了最小的 $|L(q_{ij})|$ 项作为其值。但采用最小的 $|L(q_{ij})|$ 作为函数项 $\text{arctanh}\left(\prod_{i \in R_{\setminus i}} \tanh\left(\frac{1}{2} |L(q_{ij})|\right)\right)$ 的值, 会造成信息失真。此时若在放大部分添加一个缩放因子 SF, 则信息失真度会有一定程度的降低, 此可以改善信息传输的准确性。

此时算法校验节点的更新如式(26), SF 的取值范围为 $0 \sim 1$, 变量节点及后验概率的更新将保持不变。

$$L(r_{ij}) = \text{SF} \times \prod_{i' \in R_{\setminus i}} \text{sgn}(L(q_{ij})) \cdot \min(|L(q_{ij})|) \quad (26)$$

5 算法实现及性能仿真

本文实验是基于 MATLAB 平台, 对 LDPC 码的 LLR BP 译码算法与最小和译码算法、改进的最小和算法分别进行了实现, 如图 2 所示的为改进的译码算法与 LLR BP 算法、最小和算法的信噪比与误码率曲线。由曲线发现, 改进译码算法无论缩放因子采用 0.7 还是 0.8, 在同一信噪比下, 它们的误码率均小于最小和译码算法, 即改进译码算法的纠错性能较最小和译码算法均具有一定程度的提高。当

信道传输条件较好时,改进算法较 LLR BP 算法亦具有一定优势。尽管该算法大大减少了译码计算量,纠错性能优于最小和算法译码算法,故改进的最小和译码算法是有效的。仿真参数:(1)规则 LDPC 码的校验矩阵的行列分别为 1 000,2 000,列重为 3;(2)构造方法为随机构造。

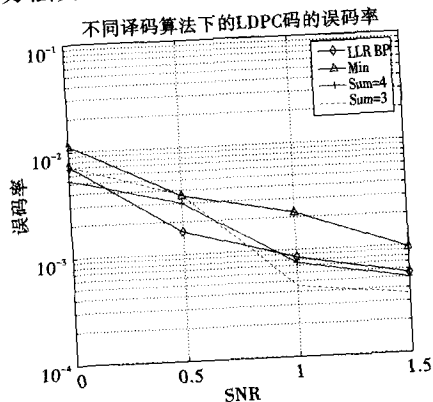


图2 改进的译码算法与 LLR BP 算法、最小和算法的误码率比较

实验二,也是基于 MATLAB 平台,对随机构造的规则 (2048, 1024) LDPC 码, Turbo 码 (码长为 2048) 编码进行了实现,并对二者的误码率进行了仿真,如图 3 所示。从图中可以看出:在同一信噪比下,相同长度下的 LDPC 较 Turbo 码具有较低的误码率,编码增益大。故随机构造的 LDPC 较 Turbo 码具有较好的编码增益,但是随机构造的 LDPC 码实现复杂度较高,因此采用准循环构造的 LDPC 是一个较好的选择。

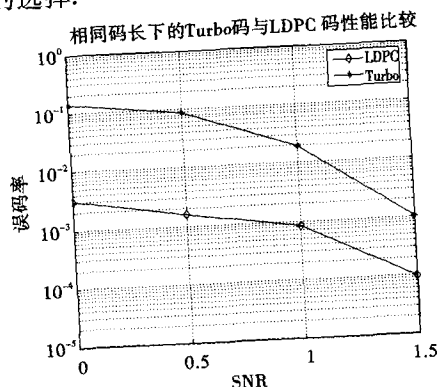


图3 LDPC 码与 Turbo 码的纠错性能比较

通过在 LDPC 码的最小和译码算法的校验节点更新过程中添加校正因子,有效地缓解了校验节点更新中的信息估计偏大问题。通过 MATLAB 平台验证了此改进的有效性,在一定程度上,可提高译码性能。

6 结束语

本文主要分析了传统的信道编码算法,针对这些算法的不足,提出了一种改进的 LDPC 译码算法。对其进行了缩放,使其更接近实际值,实验验证了这一改进提高了 LDPC 码最小和译码算法的纠错性能。

参考文献:

- [1] Justin Chuang, Nelson Sollenberger. Beyond 3G wide-band wireless data access based on OFDM and dynamic packet assignment [J]. IEEE Commun Mag, 2000, 8 (1): 735-749.
- [2] Helmut Bölcskei, Paulraj A J. Fixed broadband wireless access: state of the art, challenges, and future directions [J]. IEEE Commun Mag, 2001, 6 (2): 905-917.
- [3] 杨正光. SC-FDE/mimo 技术在宽带无线接入系统中的应用研究[J]. 南京邮电学院学报, 2004, 9 (1): 11-13.
- [4] 朱近康. 无线信道的应用模型和估计[J]. 中兴通信技术期刊, 2003: 33-35.
- [5] Raleigh G G, Cioffi J M. Spatio-temporal coding for wireless communications [J]. Proc IEEE 1996 Global Communications Conf, 1996, 6 (1): 1809-1814.
- [6] 刘刚, 郭漪, 葛建华. MIMO-OFDM 系统中的信道估计 [J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2005, 9 (1): 26-29.
- [7] Babak Hassibi Bertrand M. Hochwald. How much training is needed in multiple-antenna wireless links [J]. 电子学报, 2001, 7 (1): 16-22.
- [8] 方美彦, 刘粉山, 王继康. 基于信道估计的 LDPC 仿真算法研究 [J]. 计算机仿真, 2007 (3): 90-93.

作者简介:

王晓军 男, (1976—), 硕士研究生, 工程师。研究方向为计算机网络与系统集成。