

基于小波变换和四叉树的图像分形编码算法研究

牟宇飞, 张文普, 王志中, 阳 溢

(重庆通信学院 图像通信实验室, 重庆 400035)

摘 要: 提出利用小波变换和分形编码的优势, 进行图像压缩编码. 最低分辨率子带进行失真较小的均匀量化编码. 对高分辨率子带设定系数阈值, 小波系数小于等于系数阈值则直接置零; 大于系数阈值的块采用四叉树算法进行分形编码, 如果误差小于等于误差阈值, 则记录分形编码参数, 如果误差大于误差阈值, 则进行四叉树分裂. 对算法进行了 matlab 仿真, 实验表明解码图像质量和运算速度都有较大改善.

关键词: 小波变换; 分形编码; 四叉树; 压缩比

中图分类号: TP317.4

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2013)10-0054-04

An Image Fractal Coding Approach Based on Wavelet Transformation and Quad-tree

MOU Yu-fei, ZHANG Wen-pu, WANG Zhi-zhong, YANG Yi

(Image communication lab, Chongqing Communication Institute, Chongqing 400035, China)

Abstract: It can take advantage of wavelet transformation and fractal to code. The lowest resolution subband apply symmetric quantization coding. A threshold is defined for the high resolution subband. If the wavelet coefficient is not more than the threshold, it is replaced by zero. If it is more than the threshold, it apply fractal coding with quad-tree. Experiments show that the computing speed and the quality of decoding image are improved.

Key words: wavelet transformation; fractal code; quad-tree; compression ration

1 引言

分形图像编码是近年来发展起来的一种编码技术, 它以分形理论为数学基础^[1]. Barnsley 于 1988 年首先提出基于块的编码方案^[2], 分形编码就作为一种新的图像编码技术受到人们的广泛关注. 随后 Jacquin 提出基于仿射变换的完全自动的图像编码方案^[3], 分形编码的计算复杂性由值域块的匹配块的搜索过程决定. 由于分形编码运算复杂度太大, 编码时间过长, 限制了其应用. 因此如何缩短分形编码时间是分形编码技术面临的一个重要问题.

图像经过多级小波分解后, 各级小波子带具有明显的相似性, 利用小波变换和分形编码的优势, 来进行图像压缩编码.

小波和分形的混合编码比较经典的算法有两

类, Rinaldo 等人提出代表性的基于小波变换的分形预测图像编码算法^[4], 低分辨率图像预测高分辨率图像的编码仍采用仿射变换, 但不需收缩映射, 解码时不需迭代且可直接估计均方差; Davis 把零树概念引入到分形图像编码^[5], 把相似块和图像块之间的分形匹配转化为相似树与图像树之间的分形匹配, 通过小波变换产生子图之间的相似性, 用分形方法来开发此相似性.

2 小波变换和分形编码

2.1 图像的多级分辨率分解

二维 Mallat 小波分解和重构的算法分解公式为:

低频分量:

收稿日期: 2012-11-26; **修回日期:** 2013-01-22

基金项目: 国家自然科学基金项目(61272043)

$$C_{m,n}^k = \sum_{i,j} C_{i,j}^{k+1} h_{i-2m} h_{j-2n} \quad (1)$$

式中, $C_{i,j}^{k+1}$ 为原始的图像数据, h 为低通滤波器, $C_{m,n}^k$ 为提取出的低频图像。

$$D_{m,n}^{k,h} = \sum_{i,j} C_{i,j}^{k+1} h_{i-2m} g_{j-2n} \quad (2)$$

$$D_{m,n}^{k,v} = \sum_{i,j} C_{i,j}^{k+1} g_{i-2m} h_{j-2n} \quad (3)$$

$$D_{m,n}^{k,d} = \sum_{i,j} C_{i,j}^{k+1} g_{i-2m} g_{j-2n} \quad (4)$$

式中, $C_{i,j}^{k+1}$ 为原始的图像数据, g 为高通滤波器, $D_{m,n}^{k,h}$ 为水平子带, $D_{m,n}^{k,v}$ 为垂直子带, $D_{m,n}^{k,d}$ 为对角子带。

重构公式为

$$C_{i,j}^{k+1} = \sum_{m,n} C_{m,n}^k h_{i-2m} h_{j-2n} + \sum_{m,n} D_{m,n}^{k,h} h_{i-2m} g_{j-2n} + \sum_{m,n} D_{m,n}^{k,v} g_{i-2m} h_{j-2n} + \sum_{m,n} D_{m,n}^{k,d} g_{i-2m} g_{j-2n} \quad (5)$$

多级小波变换是将上级小波变换得到的低频子带系数再进行一级小波变换。多级小波变换后将图像分解成不同分辨率的子带,如图1所示,由于图幅大小的关系,只标出了一级和二级分解的小波子带,多级小波变换产生的子带可以以此类推。其中,HL是水平子带,LH是垂直子带,HH是对角子带。

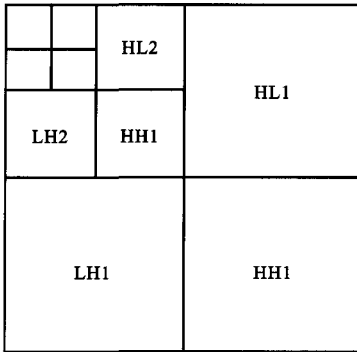


图1 图像分解

2.2 分形图像压缩编码

分形编码的主要理论基础是迭代函数系统理论、不动点定理和拼贴定理,所要解决的主要问题是把待编码的图像作为吸引子时如何得到IFS参数。基本算法的主要步骤如下:

(1) 将原始图像分成不重叠的值域块(记为 R 块),大小为 $n = B \times B$ 像素。

(2) 将原始图像分成可以重叠的定义域块(记为 D 块),大小为 $2B \times 2B$ 像素。

(3) 对每一个 R 块,搜索一个 D 块,使 D 块经过式(6)变换后得到的 D' ,与 R 块的误差最小。 R 和 D' 的像素值分别为 $a_i, b_i, (i = 1, 2, \dots, n)$ 。

$$D' = s \times T_k(\gamma(D_j)) + o \times I \quad (6)$$

式中, γ 是收缩变换,可以采取四像素取平均值得到与 R 块同样大小的块, T_k 是8种仿射变换,包括关于 x 轴、 y 轴、 $y = x$ 、 $y = -x$ 对称,以及关于中心逆时针旋转 0 度、 90 度、 180 度、 270 度。

I 为全1矩阵, s, o, j, k 为要求的参数, s 为对比度因子, o 为灰度偏移量, j 为 D 块的序号,记录了 D 块的位置, k 为仿射变换的种类。

$$err = \sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2 \quad (7)$$

根据最小二乘法,可以计算

$$s = \frac{n \sum_{i=1}^n a_i b_i - \sum_{i=1}^n a_i \sum_{i=1}^n b_i}{n \sum_{i=1}^n a_i^2 - (\sum_{i=1}^n a_i)^2} \quad (8)$$

$$o = \frac{1}{n} [\sum_{i=1}^n b_i - s \sum_{i=1}^n a_i] \quad (9)$$

求分形编码就是求使 err 为最小时的 s, o, j, k 值。

3 相关算法研究

文献[6]中提出小波域内相邻子图的分形预测编码算法。在低分辨率子带水平、垂直、对角三个方向上分别进行分形编码,用此编码对在水平、垂直、对角三个方向上预测得到高分辨率子带的分形编码,但是没有给出具体如何预测。文献[7]中提出对得到的低分辨率子带的分形编码进行适当的比例变换来得到高分辨率子带的分形编码,压缩效果较好,但是获得高分辨率子带上的分形编码时,依据不是很充分,在压缩比较大时解码图像质量有所下降。

文献[8]中提出了一种基于小波域的分形图像编码改进算法。算法首先将图像分解到小波域,然后根据各子图像所包含能量的大小和所代表的方向等信息,采用不同大小、形状和类别的图像块及相似块,进行分形编码。在编码过程中按照零树结构在同方向不同分辨率的各个子带图像上确定要预测的图像块,同时同方向低一级分辨率的子带图像上寻找与其最佳分形匹配的相似块,并由各级相似块构成预测树。算法取得较高的压缩比,解码质量也有所下降。

文献[9]中提出基于方向性零树小波的分形图像编码,将小波零树和分形编码的优势相结合。

4 基于小波变换和四叉树的图像分形编码算法

算法的主要步骤如下:

(1)图像经过多级小波变换,分解成多级小波子带,比如进行四级小波分解.

(2)最低分辨率子带,也就是最后一级小波分解产生的低频子带 LL4 和水平 HL4、垂直 LH4、对角 HH4 三个高频子带,进行失真较小的编码,采用均匀量化编码,水平、垂直、对角三个高频子带作为高一级分辨率子带进行分形编码时搜索定义域块的区域.

(3)对高一级分辨率三个方向上的水平 HL3、垂直 LH3、对角 HH3 子带都划分成不重叠的 4×4 值域块,设定一个阈值,三个方向子带结合起来考虑,三个方向相同空间位置的块所有小波系数如果都小于等于阈值,则直接编码为 0. 如果该块有小波系数大于阈值,则对该块分形编码,不进行 8 种仿射变换,采用四叉树算法,如果误差小于等于阈值,则记录分形编码参数,如果均方误差大于阈值,则进行四叉树分裂形成 4 个 2×2 块. 对 2×2 块按照同样的方法编码,只是在分形编码时如果误差大于阈值时不再进行四叉树分裂,而采用量化编码. 同时设立重要系数标志位,对大于阈值的系数才进行量化编码.

(4)为了避免累计误差,对二级小波分解产生的子带 HL2、LH2、HH2 进行编码时,先对 HL3、LH3、HH3 解码,用解码产生的 HL3、LH3、HH3 对 HL2、LH2、HH2 进行编码. 将 HL2、LH2、HH2 划分成不重叠的 8×8 值域块,其编码方法与第 3 步类似.

(5)对 HL1、LH1、HH1 进行编码时同第 4 步类似,只是将 HL2、LH2、HH2 划分成不重叠的 16×16 值域块.

编码算法流程图如图 2 所示.

解码时由 LL4、HL4、LH4、HH4 逐级外推解码出三级、二级、一级小波子带,最后进行多级小波重构,恢复出原图像.

5 实验结果与分析

对 Lena, cameraman, couple 三幅不同的 256×256 标准测试灰度图像进行了分形编码解码实验,实验环境为 Core i3 M330, 2 GB 内存, XP 系统,用 matlab 进行仿真实验. 实验对基本算法,文献[8]中算法和本文算法进行比较.

实验 1:分别用上述 3 种方法对标准测试图像 Lena 等进行分形编码解码.

峰值信噪比(PSNR)如表 1 所示.

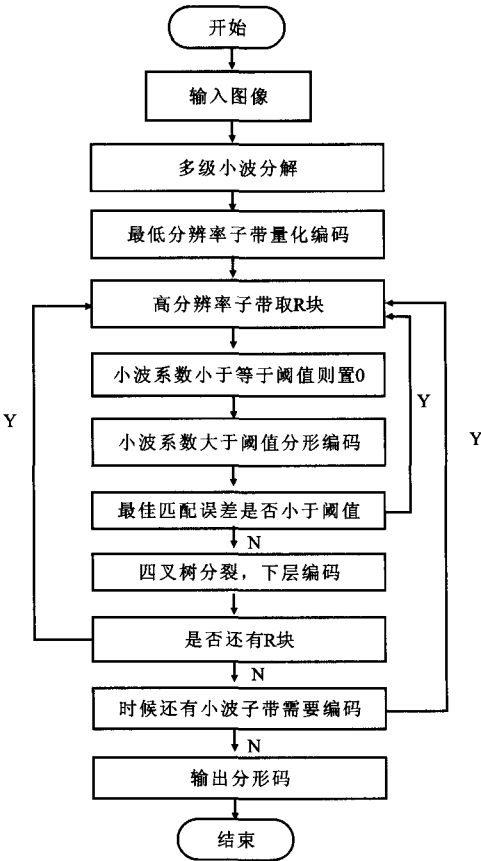


图 2 编码算法流程图

表 1 PSNR 比较 dB

	基本算法	文献[8]算法	JPEG 压缩	本文算法
Lena	30.24	24.30	49.6	30.02
Cameraman	29.66	24.43	34.6	30.52
Couple	30.90	25.12	35.6	30.08

从实验数据看出,本文算法与基本算法比较,在解码图像质量上,Lena 和 Couple 的 PSNR 值略微下降,Cameraman 的 PSNR 值有小幅上升. 同文献[8]算法相比,三幅图像的 PSNR 值都有很大提高,平均提高了 5 dB 多.但是在一些图像细节边缘上不够清晰,存在一定的块效应,还有待进一步的改进,如考虑减小阈值或者设置感兴趣区域.

算法时间比较如表 2 所示.

表 2 运算时间比较 s

	基本算法	文献[8]算法	本文算法
Lena	1 227.7	366.9	15.1
Cameraman	1 239.1	365.4	17.6
Couple	1 236.4	367.8	20.1

可以看出基本算法耗时最长,之后是文献[8]算

法,本文算法耗时最短. 由于没有进行 8 种等距变换,运算速度有很大改善,运算时间大约为基本算法的 1/60,文献[8]算法的 1/18.

压缩比如表 3 所示. 文献[8]算法最高,本文算法次之,基本算法最低.

表 3 压缩比较		kB			
		基本 算法	文献[8] 算法	JPEG 压缩	本文 算法
Lena	原始图像	64	64	64	64
	压缩后图像	12.5	2.94	10.5	7.0
	CR	5.12	21.78	6.09	9.11
Cameraman	原始图像	64	64	64	64
	压缩后图像	12.5	2.94	10.4	5.8
	CR	5.12	21.78	6.15	10.99
Couple	原始图像	64	64	64	64
	压缩后图像	12.5	2.94	11.5	7.0
	CR	5.12	21.78	5.57	9.14

6 结束语

将小波变换和分形编码相结合对图像进行压缩编码,小波分解形成三个方向的子带,自然的对分形编码中的定义域块和值域块进行了分类,从而减少了编码搜索的时间. 同时,小波分解产生的各级子带间具有较强的相似性,分形的优势正好在于自相似性强的图像,如何利用分形开采这种相似性,提高图

像解码质量,还可以进行深入的研究.

参考文献:

[1] 夏良正,李久贤. 数字图像处理[M]. 2 版. 南京:东南大学出版社,2006.

[2] Barnsley M. Fractal everywhere[M]. San Diego, CA: Academic Press, 1988.

[3] Jacquin A. A fractal theory of iterated markov operators with application to digital Image coding[D]. USA, Atlanta: Georgia Institute of Technology, 1989.

[4] Roberto Rinaldo, Giancarlo Calvagno. Image coding by block prediction of multiresolution subimages[J]. IEEE Trans. on Image Processing, 1995, 4(7): 909-920.

[5] Geoffrey M Davis. A wavelet-based analysis of fractal image compression[J]. IEEE Trans. on Image Processing, 1998,7(2):141-154.

[6] 谢永华,傅德胜,任卫华. 一种基于小波变换的图象分形编码压缩算法的研究[J]. 中国图象图形学报, 2003, 8(7):839-842.

[7] 张梁斌,奚李峰. 一种基于小波域的分形编码预测方法[J]. 计算机应用与软件, 2007, 24(6):68-70.

[8] 娄莉. 一种基于小波域的分形图像编码改进算法[J]. 计算机技术与应用,2010(7):134-136.

[9] 张宗念,马义德,余英林. 基于方向性零树小波的分形图像编码[J]. 电子科学学刊,2000,22(5):780-784.

作者简介:

牟宇飞 男,(1980-),硕士研究生. 研究方向为图像压缩、加密.

(上接第 53 页)

[3] Lü L,Zhou T. Link prediction in weighted networks: the role of weak ties[J]. EPL(Europhysics Letters), 2010,89(1):18001.

[4] Barabási, Albert-László,Réka Albert. Emergence of scaling in random networks[J]. Science, 1999 (286): 509-512.

[5] Arenas A, Cabrales A, Díaz-Guilera, et al. Search and congestion in complex networks[C]// Statistical mechanics of complex networks. Berlin, Heidelberg: Springer, 2003:175-194.

[6] Kunegis J. KONECT: the koblenz network collection [C]// Proceedings of the 22nd international conference

on World Wide Web companion. Brazil: International World Wide Web Conferences Steering Committee, 2013:1343-1350.

作者简介:



伍杰华 男,(1982-),博士,讲师,高级工程师. 研究方向为数据挖掘、机器学习、社会网络分析.