

基于曲波变换与整体变分的图像去噪算法

周志立¹, 万登沪²

(1 浙江工贸学院 电子系, 浙江 温州 325003; 2 浙江工贸学院 电子信息研究院, 浙江 温州 325003)

摘 要: 结合曲波变换与 TV 两种去噪模型的优点, 提出了基于曲波变换与 TV 模型的去噪方法, 用曲波变换的高频系数来检测图像边缘, 引入边缘检测函数来引导 TV 模型的扩散, 新模型不仅具有较强的去噪能力, 同时图像的边缘信息得到很好的保护. 采用峰值信噪比对去噪结果进行客观评价, 实验结果表明, 新模型的去噪效果明显优于曲波变换阈值法及 TV 模型.

关键词: 曲波变换; 整体变分; 图像去噪; 峰值信噪比

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2013)12-0061-03

Method of Image Denoising Based on Curvelet Transform and Total Variation

ZHOU Zhi-li¹, WAN Deng-lu²

(1 Department of Electron, Zhejiang Industry&Trade Vocational College, Wenzhou 325003, China;

2 Institute of Electronic Information, Zhejiang Industry&Trade Vocational College, Wenzhou 325003, China)

Abstract: Combining with the advantages of curvelet transform and TV model, proposes a denoising method based on curvelet transform and TV model, which detects the edges of the image with the high-frequency coefficients of curvelet transform, introduces the edge detecting function to guide the TV model diffusion, the new model can not only remove noise, but protect the edges of the image. use peak signal-to-noise ratio to evaluate the denoising results, the experimental results show that the denoising effect of the new model is significantly better than that of the curvelet transform threshold method and TV model.

Key words: curvelet transform; total variation; image denoising; PSNR

1 引言

图像去噪是图像预处理中应用比较广泛的一种技术. 由于曲波(curvelet)变换^[1-2]具有多尺度特性以及良好的方向特性, 噪声信息和边缘信息能够很好地被区分开, 利用曲波阈值去噪后的图像能保持细节及边缘信息, 但在边缘处会产生原图没有的“划痕”现象. 整体变分(Total Variation, TV)模型^[3]最初是由Rudin, Osher 和 Fatemi 提出的, 他们认为有噪声图像的整体变分明显大于无噪声图像的整体变分, 通过最小化整体变分可以消除图像噪声. 其核心思想是把图像去噪问题转化为变分问题, 将变分问题与具有各向异性扩散性质的偏微分方法联系起来, 从而达到去除

噪声的目的^[4]. 极小化方法的优点在于允许图像的不连续性, 即保持边缘, 但处理平滑区域时, 有可能将噪声当成边缘, 从而把图像光滑的区域恢复成了“成片”连续的区域, 即产生了所谓“阶梯”效应.

为充分利用 TV 模型和曲波变换去噪模型的优点, 本文提出两种方法相结合的模式: 用曲波变换的高频系数来检测图像边缘, 引入边缘检测函数来引导 TV 模型的扩散, 实验结果表明, 采用新模型去噪方法不但能够得到良好的视觉效果, 同时峰值信噪比也得到了提高.

2 曲波变换去噪模型

曲波变换与小波变换一样, 都属于稀疏理论的

范畴,采用基函数与信号的内积形式以实现信号的稀疏表示,曲波变换可表示为

$$c(j, l, k) := \langle f, \psi_{j, l, k} \rangle = \int_{R^2} f(x) \overline{\psi_{j, l, k}} dx \quad (1)$$

式中, $\psi_{j, l, k}$ 表示曲波函数, j, l, k 分别是尺度, 方向, 位置参量. 当基函数方向与图像边缘方向一致时, 变换后将得到较大的系数, 相对的, 噪声引起的系数则较小. 所以曲波去噪可采用阈值处理方法, 保留较大系数, 舍弃较小的系数, 从而在不失边缘信息下去除噪声.

3 整体变分模型

整体变分去噪的基本思想是把去噪问题转化为一个泛函求极值问题, 即求最小化能量:

$$\min J(u) = \int_{\Omega} |\nabla u| dx dy + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} (u - u_0)^2 dx dy \quad (2)$$

式中, $u \in L^2(\Omega)$, $\Omega \subset R^n$ 是图像函数, u_0 为带噪图像, ∇u 和 $|\nabla u|$ 分别表示图像的梯度和梯度的模, $\lambda \geq 0$, 表示拉格朗日乘子. 等式右端第一项为正项, 是对 u 整体变分的测度, 它衡量图像 u 的跳变量, 抑制它就会抑制噪声, 从而去噪问题就可转换为最小化问题. 第二项为逼近项, 它控制着 u 与 u_0 的相似程度. 式(2)相应的欧拉-拉格朗日方程为

$$-\operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) + \lambda(u - u_0) = 0 \quad (3)$$

对上式的数值解法通过引入时间变量, 构造出非线性扩散方程, 从而求出方程的稳态解:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = -\operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) + \lambda(u - u_0) = 0 \\ u(x, y, 0) = u_0 \end{cases} \quad (4)$$

4 新模型的建立及其数值解法

4.1 新模型的建立

式(4)中, $1/|\nabla u|$ 控制像素值的变化率, 边缘区域 $|\nabla u|$ 较大, 沿边缘方向扩散弱, 保持边缘特征, 光滑区域 $|\nabla u|$ 较小, 平滑图像实现去噪. 为了更好地实现这一功能, 受经典的非线性扩散模型(P-M方程)^[5] 启发可在式(4)右端引入非增扩散函数 $g(|\nabla u|)$ 来引导扩散:

$$g_k(|\nabla u|) = \exp\left(-\left(\frac{|\nabla u|}{k}\right)^2\right) \quad (5)$$

式中, 系数 k 为阻止扩散的阈值. $g_k(|\nabla u|)$ 具有如下性质: 当 $|\nabla u|$ 小于 k 时, 扩散得到加强, 图像被平

滑; 而当 $|\nabla u|$ 大于 k 时, 扩散得到抑制, 边缘得到增强; 当 $|\nabla u|$ 趋于 0 时, $g(0) = 1$ 表示在非边缘处, 加强扩散; 当 $|\nabla u|$ 趋于无穷时, $g_k(|\nabla u|) = 0$ 表示在边缘处停止扩散. 文献[6]中认为梯度易受噪声干扰, 用梯度来检测图像边缘降低了该模型的鲁棒性, 提出用小波系数的模来检测的图像边缘, 先对图像做二维小波变换, 提取小波变换的三个高频部分——水平分量、垂直分量和对角分量, 分别记为 $W_a^h u(x, y)$ 、 $W_a^v u(x, y)$ 、 $W_a^d u(x, y)$, 定义小波的模:

$$Mu(x, y) = (W_a^h u(x, y)^2 + W_a^v u(x, y)^2 + W_a^d u(x, y)^2)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

从而得到了改进模型:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = -g(Mu) \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) + \lambda(u - u_0) = 0 \\ u(x, y, 0) = u_0 \end{cases} \quad (7)$$

曲波变换由于考虑了尺度、位置、角度信息而使其在对图像中的曲线、直线等边缘几何特征表示时优于小波, 所以利用曲波变换提取的图像特征应具有更高的鲁棒性. 使用基于 Wrapping 的快速离散曲波变换将得到图像的概貌层、细节层、高频层的系数. 概貌层包含图像的主要特征, 但曲线特征不明显. 而高频层主要包含图像的细节边缘信息, 图像特征明显. 图 1(b) 为保留高频层系数重构的图像, 可以看出图包含图像丰富的边缘. 在带噪图像中, 曲波变换的高频系数还包含噪声, 然而由图像纹理细节引起的系数要远大于由噪声引起的系数, 所以在高频系数中可较好的区分两种系数. 由以上分析知, 在式(7)中, 可用图像曲波变换的高频系数来代替小波系数, 记曲波变换高频系数为 Cu , 故可得新模型为

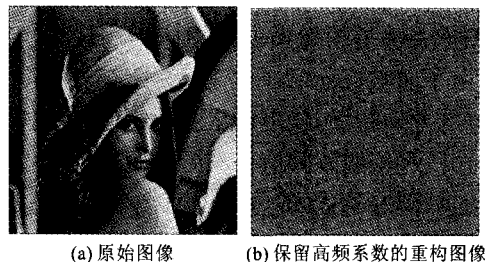


图 1 原始图像与重构图像

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = -g(Cu) \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) + \lambda(u - u_0) = 0 \\ u(x, y, 0) = u_0 \end{cases} \quad (8)$$

4.2 新模型的数值解法

在求解 TV 模型的欧拉-拉格朗日方程时, 当

区域出现 ∇u 趋于 0 时, $1/|\nabla u|$ 趋于无穷大, 为此, 引入小参数 β , 用 $1/|\nabla u|_\beta$ 代替 $1/|\nabla u|$, 其中, $|\nabla u|_\beta = \sqrt{|\nabla u|^2 + \beta}$, 从而保证了方程的正确解, 其中

$$\operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|_\beta}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{u_x}{|\nabla u|_\beta}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{u_y}{|\nabla u|_\beta}\right]=\frac{u_{xx}(u_y^2+\beta^2)-2u_xu_yu_{xy}+u_{yy}(u_x^2+\beta^2)}{(u_x^2+u_y^2+\beta^2)^{3/2}} \quad (9)$$

参照文献[7] 对式(8) 进行离散化处理, 设时间步长为 Δt , 空间步长为 $k=1$, 则时间, 空间可划分为

$$\begin{aligned} t &= n\Delta t & n &= 0, 1, 2, \dots \\ x &= ik & 0, 1, 2, \dots, M \\ y &= jk & j &= 0, 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

其中, M, N 分别为图像的长和宽, 则:

$$\begin{aligned} (u_x)_{i,j}^n &= (u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n)/2k \\ (u_y)_{i,j}^n &= (u_{i,j+1}^n - u_{i,j-1}^n)/2k \\ (u_{xx})_{i,j}^n &= (u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n)/k^2 \\ (u_{yy})_{i,j}^n &= (u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n)/k^2 \\ (u_{xy})_{i,j}^n &= (u_{i+1,j+1}^n - u_{i-1,j+1}^n - u_{i+1,j-1}^n + u_{i-1,j-1}^n)/4k^2 \end{aligned}$$

边界条件为

$$\begin{aligned} u_{i,-1}^n &= u_{i,0}^n, u_{i,N+1}^n = u_{i,N}^n, \quad i = 0, 1, 2, \dots, M \\ u_{-1,j}^n &= u_{0,j}^n, u_{M+1,j}^n = u_{M,j}^n, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

于是式(8) 的离散格式为

$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\Delta t} = -g(Cu) \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u_{i,j}^n}{|\nabla u_{i,j}^n|_\beta}\right) + \lambda(u_{i,j}^n - u_{i,j}^0) \quad (10)$$

新算法的步骤如下:

- (1) 初始化图像 u^0 , 设定参数: 迭代步数 N , 正则项系数 λ , 时间步长 Δt , 空间步长 k .
- (2) 对图像 u^0 进行曲波变换, 取高频系数 Cu .
- (3) 用式(10) 求解 u^{n+1} .
- (4) 判断条件是否中止, 否则到第 3 步.

5 实验结果与分析

为检验本方法的有效性, 将本方法与曲波去噪、整体变分去噪进行对比, 以峰值信噪比作为评测指标, 定义为

$$\text{PSNR} = 10\lg(255^2/\text{MSE}), \text{ 其中, } \text{MSE} = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (u(i,j) - u_0(i,j))^2, N, M \text{ 分别为图像的长和宽, } u(i,j), u_0(i,j) \text{ 分别表示去噪图像和原始图像. 实验中选取大小为 } 512 \times 512 \text{ 标准测试图}$$

像 lena. 图 2 为在噪声强度为 20 时三种去噪模型去噪效果图. 为更好地比较三种模型去噪效果, 图 3 给出了局部放大效果图, 表 1 给出了在不同噪声水平下, 去噪后的 PSNR 值.



图 2 三种模型去噪结果对比

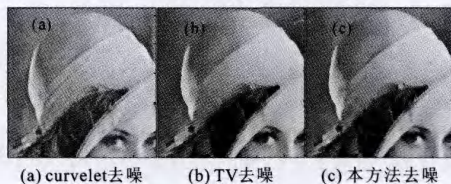


图 3 三种模型局部去噪结果对比

由图 2、图 3 可看出三种模型的都能有效地去除噪声. 从曲波模型去噪的效果图可看到它在保留图像纹理信息的同也带来原图没有的“划痕”现象. TV 模型去噪平滑效果较好, 但图像的帽沿纹理较模糊, 且图像伴随块状现象. 相对地, 采用本方法去噪模型, 不但有效地去除了噪声, 同时, 图像的帽沿等纹理信息得到了保留. 从表 1 也可看出, 采用本文方法去噪模型, PSNR 得到了明显的提高.

表 1 三种去噪方法的 PSNR 比较

噪声水平	20	25	30
加噪图像	22.113 8	20.184 4	18.595 7
曲波模型	29.495 2	29.451 9	29.439 4
TV 模型	29.530 0	29.503 4	29.375 8
本方法	30.892 4	30.395 8	29.858 2

6 结束语

曲波变换与 TV 去噪模型各有自己的优缺点, 本文通过结合二者的优点, 同时引入边界检测函数, 提出了一种新的去噪方法, 并通过实验来检测该方法的有效性, 结果表明该方法不但能够有效的去除噪声, 而且图像的纹理细节得到了较好的保持, 有着良好的视觉效果, 同时峰值信噪比也得到了明显的提高.

参考文献:

- [1] Candes E J, Demanet L, Donoho D L, et al. Fast discrete curvelet transforms [R]. Applied and Computational Mathematics, California Institute of Technology, 2005:1-43. (下转第 68 页)

5 结束语

基于 FPGA 的可重构计算平台(FRCP)是一种重要的高效能计算平台,本文针对 FRCP 平台中远程比特流更新面临的窃听、篡改和重放攻击等安全威胁,提出了一种远程比特流安全更新方案.分析表明,本文方案能够保证更新比特流的完整性和机密性,并能防止重放攻击.

参考文献:

- [1] Ćastilo J, Huerta P, Martinez J. Secure ip downloading for sram fpga[J]. Microprocessors and Microsystems, 2007(31):77-86.
- [2] Drimer S, Kuhn M G. A protocol for secure remote updates of fpga configuration[C]//Proceedings of the 15th International Workshop on Reconfigurable Computing: Architecture, Tools and Applications. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 2009:50-61.
- [3] Devic F, Torres L, Badrignans B. Secure protocol implementation for remote bitstream update preventing replay attacks on FPGA[C]//Proceeding of the 20th International Conference on Field Programmable Logic and Applications. Italy:Milano, IEEE Computer Society, 2010:179-182.
- [4] 王沁,孙富明. FPGA 设计安全性综述[J]. 小型微型计算机系统, 2010,31(7):1333-1337.
- [5] GuangHuei C, Wen Tsuen C. Secure broadcasting using the secure lock[J]. Transactions on Software Engineering, 1989,15(8):929-934.
- [6] Yip Kun wah, Ng Tung Sang. Partial encryption technique for intellectual property protection of FPGA-based products[J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 2000, 46(1):183-190.
- [7] Braeken A, Genoe J. Secure remote reconfiguration of an FPGA-based embedded system[C]// 6th International Workshop on Reconfigurable Communication-centric Systems-on-Chip(ReCoSoC). France, Montpellier: IEEE Computer Society, 2011:1-6.
- [8] Xilinx. 7 series FPGA configuration user guide[EB/OL]. [2013-03-10]. http://www.xilinx.com/support/documentation/user_guides/ug470_7Series_Config.pdf.
- [9] Kean T. Secure configuration of field programmable gate arrays[C]// Field-Programmable Logic and Applications. Berlin: Springer, 2001:142-151.

作者简介:

- 李 磊** 男, (1974—), 博士, 讲师. 研究方向为网络与信息安全.
- 张 雪** 女, (1989—), 硕士研究生. 研究方向为网络与信息安全.
- 陈 静** 女, (1977—), 博士, 讲师. 研究方向为 P2P、移动信息安全.
- 张志鸿** 男, (1965—), 博士, 教授. 研究方向为服务计算、移动信息安全.

(上接第 63 页)

- [2] Candes E J, Donoho D L. New tight frames of curvelets and optimal representation of objects with piecewise-singularities[J]. Commun on Pure and Appl Math, 2004, 57(2):219-266.
- [3] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. Physica D, 1992 (60):259-268.
- [4] 阮秋琦 作冀颖. 数字图像处理中的偏微分方程方法[J]. 信号处理, 2012, 28(3):301-314.
- [5] Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using an isotropic diffusion[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12 (7):629-639.
- [6] 陈利霞, 宋国乡, 丁宣浩, 等. 改进的总变分去噪算法[J]. 光子学报, 2009, 38(4):1001-1004.
- [7] 马少贤, 江成顺. 基于四阶偏微分方程的盲图像恢复模型[J]. 中国图象图形学报, 2010, 15(1):26-30.

作者简介:

- 周志立** 男, (1979—), 讲师. 研究方向为多媒体通信、图像处理.
- 万登淦** 男, (1975—), 助理研究员. 研究方向为计算机算法.