

基于样本约简的实时 SVDD 算法与电路故障检测应用

杜敏杰, 蔡金燕

(军械工程学院 电子与光学工程系, 河北 石家庄 050003)

摘 要: 针对支持向量数据描述(SVDD)训练大规模样本时计算复杂度太大的问题, 提出了一种基于样本约简的实时 SVDD 算法. 该算法首先通过随机抽样的方法从原始样本集中抽取一定规模样本用于 SVDD 训练; 然后用训练得到的支持向量对特征空间中的样本中心进行估计; 最后计算原始样本集中所有样本到中心的距离, 并对所有距离按降序排列, 通过提取一定比例距离较大的样本作为训练样本集对 SVDD 进行训练, 最终实现了训练样本规模约简. 实验结果表明: 算法有效削减了训练复杂度, 满足了 SVDD 故障检测的实时性要求.

关键词: SVDD; 计算复杂度; 支持向量; 样本约简

中图分类号: TP26

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2013)07-0086-05

A Real-Time SVDD Algorithm Based on Samples-Reduced and its Fault Detection Application in Circuit

DU Min-jie, CAI Jin-yan

(Electronic and Optical Engineering Department, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: To deal with the computational complexity problem of support vector data description (SVDD) during training large data set, a real-time SVDD algorithm based on samples-reduced is presented. Firstly, part of samples is sampled from the original samples by random sampling method to train SVDD. Secondly, the cluster center in feature space is estimated by the support vectors getting from the trained SVDD. Finally, the distances from all the original samples to the center are computed and the distances are ranked by descending order. The samples scale is reduced by extract proper proportion samples of longer distances for training SVDD. Experimental results show that the proposed algorithm cuts the complexity down and fulfills the real-time demand of SVDD fault detection.

Key words: SVDD; computational complexity; support vector; samples-reduced

1 引言

作为一种重要的单分类器, SVDD^[1]通过在特征空间构造一个包围全部(或几乎全部)目标样本的最小体积封闭超球作为决策边界来实现目标类识别, 近年来在异常检测中得到广泛应用. SVDD 决策边界上的样本称为支持向量, 它通过求解凸二次规划(QP)问题得到, 虽然凸二次规划能够确保得到的是全局最优解, 但当样本数为 N 时, 计算的时间复杂度为 $O(N^3)$, 这对于实时性要求比较高的场合极

为不利.

削减复杂度问题的方法归为两大类, 一类是侧重 QP 问题的求解, 另一类是对大规模样本集进行约简, 通过减少训练样本规模实现快速训练. 基于第一类方法, 文献[2-3]把增量式 SVM 的思想应用到 SVDD 的快速求解中, 提出了增量式 SVDD 算法; 文献[4]利用 SVDD 和最小体积闭球问题的相似性提出了一种加速 SVDD 的方法; 文献[5]提出了一种随机蚕食快速增量式 SVDD 算法. 上述算法的基本策略都是将大规模问题分解成小规模问题,

收稿日期: 2012-10-15; 修回日期: 2012-11-10

基金项目: 军内科研项目

再通过某种更新迭代方法求最优解. 基于另一种方法,文献[6]采用每个样本到中心的距离作为支持向量的一种可能性度量,选取距离较大的部分样本作为约减样本集参与 SVDD 训练,有效解决了线性空间样本的 SVDD 快速训练问题,但不适用于非线性空间. 本文提出了适用于非线性空间中的 SVDD 快速训练算法.

2 SVDD 基本理论

文献[7]在支持向量机的基础上,第一次提出了 SVDD 理论,可表述如下:给定含 n 个样本的样本集 $X = \{x_i | x_i \in R^d, i=1, 2, \dots, n, d \text{ 为样本维数}\}$,通过非线性映射 $\varphi: R^d \rightarrow F$ 将样本映射到高维特征空间,在 F 中寻求一个体积最小的超球体 $\Omega = (a, R)$, a 为球心 R 为半径,使得样本集 $\bar{X} = \{\Phi(x_i)\}_{i=1}^n$ 中的数据全部或尽可能多地包含在 Ω 中. 该问题是如下的优化问题:

$$\min_{R, a, \xi_i} F(R, a, \xi_i) = R^2 + C \sum_{i=1}^n \xi_i$$

$$\text{s. t. } \|\varphi(x_i) - a\|^2 \leq R^2 + \xi_i, \quad \xi_i \geq 0 \quad \forall i \quad (1)$$

式中, C 为折中参数,实现超球体积和错分样本比例间的折中, ξ_i 为松弛变量. 引入 Lagrange 乘子 $\alpha_i \geq 0, \gamma_i \geq 0$, 上述问题的解为如下的 Lagrange 极值问题:

$$L(R, a, \alpha_i, \gamma_i, \xi_i) = R^2 + C \sum_{i=1}^n \xi_i$$

$$- \sum_{i=1}^n \alpha_i [R^2 + \xi_i - (\|\varphi(x_i)\|^2 - 2a \cdot \varphi(x_i) + \|a\|^2)] - \sum_{i=1}^n \gamma_i \xi_i \quad (2)$$

将 L 分别对 R, a, ξ_i 求偏导并用核函数 $K(x_i, x_j)$ (通常为高斯核函数) 代替内积 $\langle \varphi(x_i), \varphi(x_j) \rangle$ 可得如下对偶问题.

$$\max L(\alpha_i) = \sum_{i=1}^n \alpha_i K(x_i, x_i)$$

$$- \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j K(x_i, x_j)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \\ 0 \leq \alpha_i \leq C \end{cases} \quad (3)$$

任一测试样本 x 到超球球心的距离平方为:

$$D^2(x) = \|\varphi(x) - a\|^2$$

$$= K(x, x) - 2 \sum_{i=1}^n \alpha_i K(x, x_i)$$

$$+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j K(x_i, x_j) \quad (4)$$

若 $D^2(x) \leq R^2$ 则判断 x 为目标类, 否则为异常类, 这里, 超球半径 R 通过超球边界上的任一支持向量 x_{sv} 到球心的距离计算得到. 上述就是 SVDD 基本理论.

3 基于样本约简的实时 SVDD 算法

SVDD 通过非线性映射将样本从原空间映射到特征空间(核空间), 在特征空间中样本的分布成超球形, 大部分样本分布在超球内, 成为非支持向量, 对超球边界确定无影响; 少量样本位于超球边界上或边界外, 成为支持向量, 它决定超球边界. 在特征空间中计算所有样本到超球球心的距离, 将相对大距离的样本作为准支持向量训练 SVDD 能够在保证训练效果的前提下实现样本约简, 进而实现 SVDD 的快速训练. 该算法主要由三个阶段的工作来实现.

(1) 特征空间类中心估计

类中心估计的目的在于便于特征空间距离的计算. 首先从原始样本集中按照一定的比例 ϵ_s 随机抽取样本进行 SVDD 训练, 可得 Lagrange 乘子解, 设为 $(\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_s^*)$, 其中 s 表示抽样样本个数. 由于非支持向量对应的 $\alpha_i^* = 0$, 若设 n_{sv} 表示支持向量个数, 则它们对应的 Lagrange 乘子可记为 $(\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_{n_{sv}}^*)$. 由式(4)可得超球球心表达式如下

$$a = \sum_{i=1}^{n_{sv}} \alpha_i^* \varphi(x_i) \quad (5)$$

(2) 原始样本集到中心距离计算与排序

由式(4)、(5)可得: 任一测试样本 x 到超球球心的距离平方如下

$$D^2(x) = \|\varphi(x) - a\|^2$$

$$= \|\varphi(x) - \sum_{i=1}^{n_{sv}} \alpha_i^* \varphi(x_i)\|^2$$

$$= 1 - 2 \sum_{i=1}^{n_{sv}} \alpha_i^* K(x, x_i)$$

$$+ \sum_{i=1}^{n_{sv}} \sum_{j=1}^{n_{sv}} \alpha_i^* \alpha_j^* K(x_i, x_j) \quad (6)$$

设原始样本集中的样本数为 n , 任一样本到超球球心的距离都可以通过式(6)计算, 记为 $[D^2(x_1), D^2(x_2), \dots, D^2(x_n)]$, 将这些距离按降序排列. 其中在计算每个 $D^2(x_i)$ 时, 只需计算式(6)的中间项, 前、后两项相对所有样本均为常数, 不再计算.

(3) 准支持向量确定与重新训练

按一定的比例 ϵ_d 从降序排列的距离中抽取排序靠前的样本, 并利用它们作为训练样本重新训练 SVDD, 这样得到的决策边界将和用全部原始样本训练得到的效果基本相同. 由于经过非线性映射, 样本在特征空间呈球形分布, 距离球心较远的样本成为支持向量的可能性较大, 故称这些抽样的样本为准支持向量. 准支持向量与真实支持向量的吻合度取决于样本中心估计的精确度及抽样比例 ϵ_d 的大小, 而中心估计的精度取决于随机抽样的样本规模, 即取决于 ϵ_s . 因此 ϵ_s 、 ϵ_d 共同决定了算法性能. 下面给出实现上述三步工作的算法流程.

Step 1. 从原始样本集 $X = \{x_i | x \in R_d, i = 1, 2, \dots, n, d \text{ 为样本维数}\}$ 中以 ϵ_s 大小的比例随机抽取样本, 得到样本集 X_s . 用 SVDD 对 X_s 训练, 得到支持向量对应的 Lagrange 乘子为 α_i^* ($1 \leq i \leq n_{sv}$).

Step 2. 将 α_i^* ($1 \leq i \leq n_{sv}$) 代入式(6), 计算 X 中所有样本到超球球心距离并记为 $[D^2(x_1), D^2(x_2), \dots, D^2(x_n)]$, 按降序对其排序得 $[D^2(x_{1d}), D^2(x_{2d}), \dots, D^2(x_{nd})]$.

Step 3. 以 ϵ_d 大小的比例从 $[D^2(x_{1d}), D^2(x_{2d}), \dots, D^2(x_{nd})]$ 中抽取 $\epsilon_d n$ 个排序靠前的样本作为准支持向量集并记为 X_{sv} , 用 SVDD 对 X_{sv} 训练得到决策边界, 算法结束.

4 仿真验证与分析

为检验上述算法的有效性, 用 2 维的 Banana 数据集进行验证, 生成 300 个 Banana 目标样本集和 50 个随机非目标样本集, 将 300 个目标样本集其中的 200 个作为原始训练样本 X , 剩余的 100 个目标样本与 50 个随机样本一并作为测试样本. 使用 SVDD 工具箱 dd_tools 建模并选用高斯核函数, 训练参数对 $(\text{fracrej}, \sigma)$ 设定为 $(0.03, 5)$, 仿真环境: 酷睿双核 2.60 GHz CPU, 2GB 内存, MATLAB2010. 设定 $\epsilon_s = \epsilon_d = 0.5$, 图 1 给出了原始样本与约简样本在线性空间分布的对比图.

从图 1 可见, 约简后的样本基本上能代表原始样本集的决策边界. 图 2 展示了用原始样本集与约简样本集训练效果的对比, 其中虚线为用约简样本集训练得到的决策边界. 用 150 个测试样本分别对原始样本集与约简样本集的训练效果进行测试, 其 AUC 分别为 0.98、0.97, CPU 时耗分别为 2.89s、0.74s, 可见在训练效果基本保持不变的前提下, 复杂度降低为原来的 26%.

在上述仿真中, 两个抽样参数 ϵ_s 、 ϵ_d 的大小设定

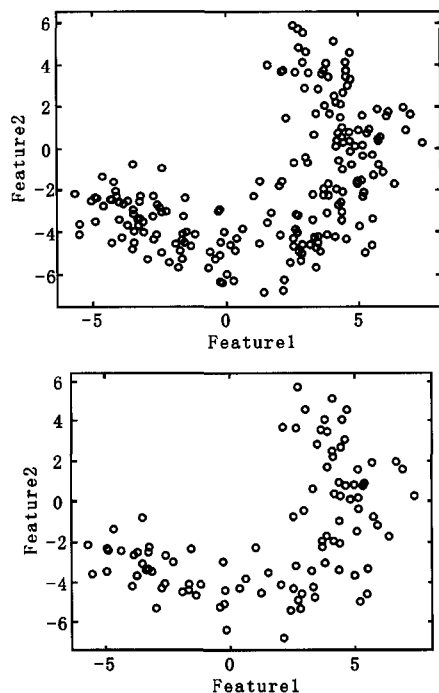


图 1 样本约简效果对比图

对训练效果、时间复杂度有较大影响. 其中 ϵ_s 大小决定了随机抽样样本规模, 设置太小则有可能使得类中心估计与实际中心偏差较大, 进而可能导致准支持向量估计偏差较大, 并进一步导致训练效果不佳, 但若设置过大会导致样本约简效果不明显, 类中心估计阶段的时间复杂度过大; ϵ_d 设置过小同样影响精度, 过大则达不到样本约简的目的. 当设定的 ϵ_s 使得类中心估计较为准确时, ϵ_d 的设定可以适当较小, 以实现训练效果与时间复杂度的折中.

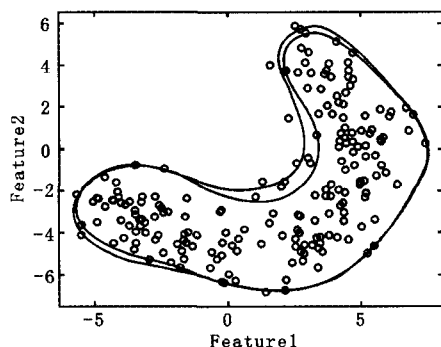


图 2 约简样本集训练效果

首先固定 ϵ_d 大小来研究 ϵ_s 变化对算法影响. 先设定 $\epsilon_d = 0.1$, ϵ_s 取值在 $[0.1, 0.8]$ 范围内以 0.1 的步长变化, 得到 CPU 时耗、AUC 随 ϵ_s 的变化曲线; 改变 $\epsilon_d = 0.2$, ϵ_s 仍在 $[0.1, 0.8]$ 内变动, 得到另一条曲线, 如此循环, 直到 $\epsilon_d = 0.8$, 如图 3, 共得到各 8 条这样的曲线. 由图 3(a)可见, CPU 时耗与 ϵ_d 成正比例, 在 $[0.1, 0.4]$ 的范围内, CPU 时耗随 ϵ_d 的变

化不明显,但应尽量取小;此时为了得到满意的训练效果(如 AUC 不小于 0.95),结合图 3(b)可知, $\epsilon_d=0.1, 0.2$ 时训练效果不好,取 $\epsilon_d=0.3$,同时取 $\epsilon_s=0.1$,这样实现了时耗与 AUC 的折中,此时时耗为 0.30s,只有经典 SVDD 的 6%;AUC 为 0.98,比经典 SVDD 小 0.01.

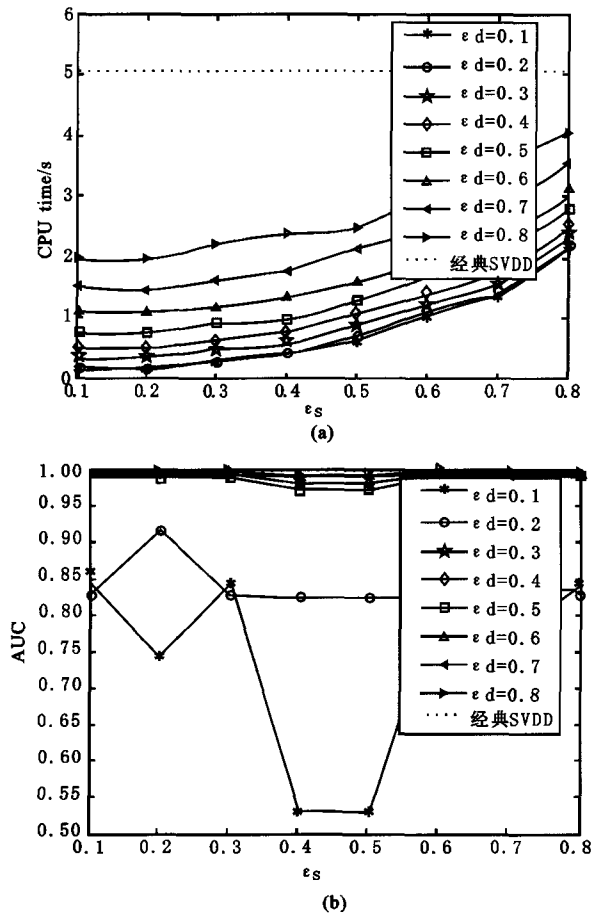


图 3 ϵ_s 对算法性能影响(固定 ϵ_d)

然后固定 ϵ_s 大小来研究 ϵ_d 变化对算法影响. 同理可得到如图 4 的 CPU 时耗、AUC 随 ϵ_d 的变化情况. 为了得到满意的训练效果(如 AUC 不小于 0.95),结合图 4(b)知, $\epsilon_d=0.1, 0.2$ 时训练效果不好,取 $\epsilon_d=0.3$;此时,由图 4(a)可见,CPU 时耗与

ϵ_s 成正比例,在 $[0.1, 0.4]$ 的范围内,CPU 时耗随 ϵ_s 的变化不明显,但应尽量取小,取 $\epsilon_s=0.1$,这与用图 3 得到的结论一致.

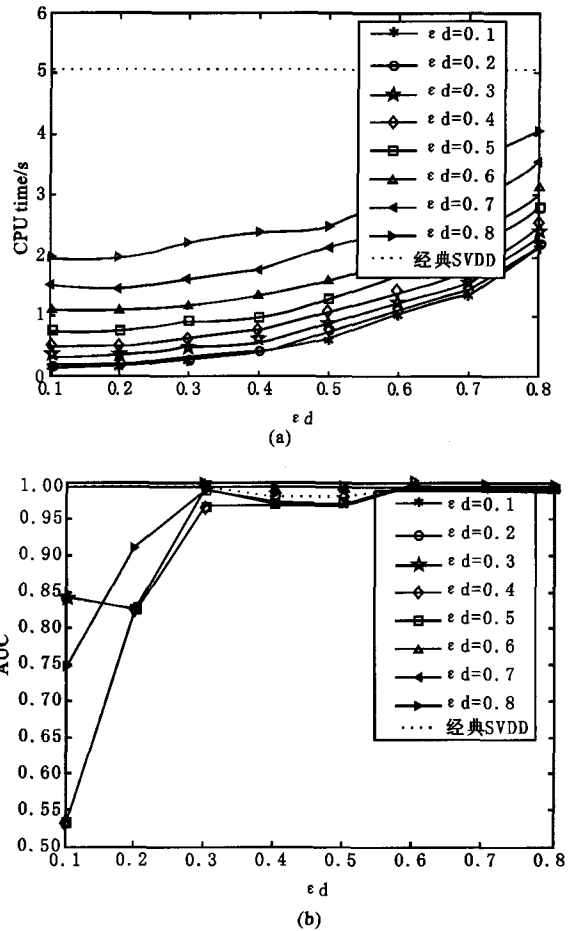


图 4 ϵ_d 对算法性能影响(固定 ϵ_s)

本仿真实验中,最佳参数组合为 $\epsilon_s=0.1, \epsilon_d=0.3$,实时性较好.

为验证算法的通用性,任从 UCI^[8] 的机器学习库中选取几类真实数据集验证,结果如表 1. 由表知:只要随机抽样比例与重新训练的样本比例选择合适,则本文基于样本约简的 SVDD 快速学习算法就能在保证训练效果不会严重下降的前提下实现对大规模样本集的快速训练.

表 1 快速算法在 UCI 数据的应用效果

UCI 数据	训练样本	测试样本	(ϵ_s, ϵ_d)	CPU(s)			AUC		
				经典	本文	降至	经典	本文	差值
Ionosphere	150(good)	75;30(good;bad)	(0.1, 0.4)	2.97	0.37	12.5%	0.98	0.97	-0.01
Breastcancer	200(ben)	244;100(ben;mal)	(0.1, 0.1)	5.14	0.25	4.9%	1.00	1.00	0.00
Vehicle	100(bus)	118;50(bus;van)	(0.2, 0.1)	2.25	0.06	2.7%	0.99	0.93	-0.06

为检验算法实用性,以 ITC'97 中的标准 Elliptical 滤波器电路的故障诊断为例进行仿真验证. 图

5 为 Elliptical 滤波器电路原理图.

用蒙特卡罗分析法仿真正常和故障数据,电阻、

电容元件容差均设定为标称值的 2%、批容差设置为 1%；故障设置为： F_1 故障 ($R_1 + 50\%$)、 F_2 故障 ($R_2 + 50\%$)，其余元件故障类似。首先在正常状态下，分别采集测试点 N_1 、 N_2 、 N_3 上的电压信号作为特征向量，得到 100 个正常样本作为目标样本；然后分别在两种故障状态下得到故障样本作为异常样本 (F_1 故障 10 个样本、 F_2 故障 10 个样本)。从 100 个正常样本中提取 80 个样本作为原始样本训练 SVDD，训练参数 fracrej 取 0.03， σ 值设定为 5，用文中基于

样本约简的实时训练算法训练 SVDD，参数设定为 $\epsilon_s = 0.1$ 、 $\epsilon_d = 0.5$ ，CPU 时耗为 0.297s；训练完毕后，用剩下的 20 个正常样本、20 个故障样本作为异常样本一并作为测试样本，测试得到分类器 AUC 为 0.97。而在同样的训练参数下，用经典的 SVDD 训练原始样本集的 CPU 时耗为 1.98s，测试的 AUC 为 0.97。可见，在分类器性能没有下降的前提下，算法有效削减了计算复杂度，尤其适用于需要在线训练大规模样本集的实时状态监测场合。

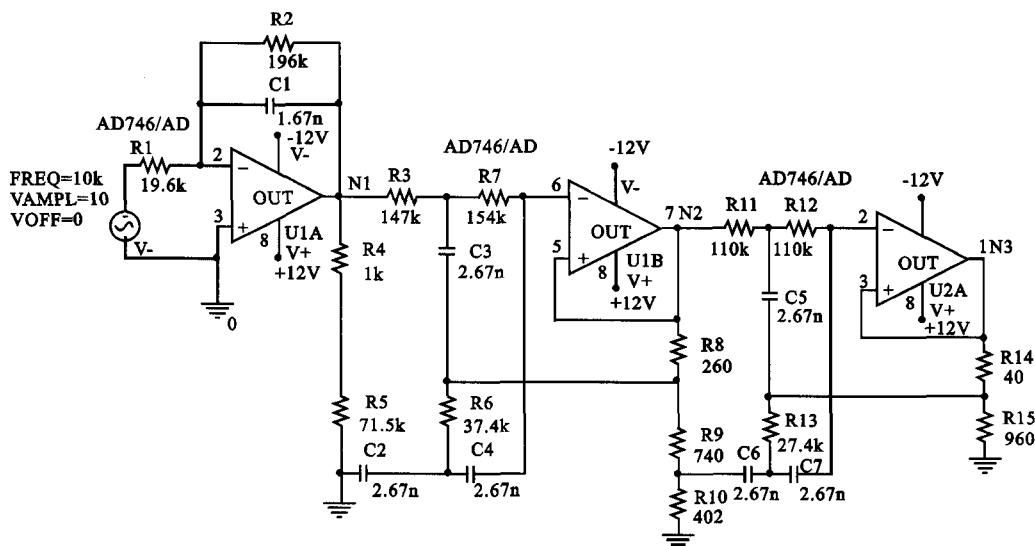


图 5 Elliptical 电路原理图

5 结束语

本文针对 SVDD 训练大规模样本的时间复杂度太大的问题，提出了一种实时 SVDD 算法。UCI 数据实验及电路故障检测应用表明：该算法能有效解决大规模样本训练的实时性问题，为 SVDD 的在线训练提供了一种新途径。

参考文献：

- [1] Tax D M J, Duin R P W. Support vector data description[J]. Machine Learning, 2004, 54(1): 45-66.
- [2] Tax D M J, Laskov P. Online SVM learning: from classification to data description and back[C] //IEEE 13th Workshop on Neural Networks for Signal Processing. Berlin: IEEE, 2003: 499-508.
- [3] Cauwenberghs G, Poggio T. Incremental and decremental support vector machine learning[C] //14th Annual Neural Information Processing Systems Conference. Boston: MIT Press Cambridge, 2000: 409-415.
- [4] Chu C S, Tsang I W, Kwok J T. Scaling up support vector data description by using core-sets[C] //IEEE

International Joint Conference on Neural Networks. Budapest: IEEE, 2004: 425-430.

- [5] 庄进发, 陈锐锋, 曹浪财, 等. 随机蚕食快速 Inc-SVDD 算法及其应用[J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2010, 38(2): 94-97.
- [6] 梁锦锦, 刘三阳, 吴德. 一种约减支持向量域描述算法 RSVDD[J]. 西安电子科技大学学报, 2008, 35(5): 927-931.
- [7] Tax D M J, Duin R P W. Support vector domain description[J]. Pattern Recognition Letters, 1999, 20(11/13): 1191-1199.
- [8] Jewman D, Hettich S, Blake C L, et al. UCI repository of machine learning databases[EB/OL]. [2008-09-17]. <http://www.ics.uci.edu/~mllearn/ML-Repository.html>.

作者简介：

杜敏杰 男, (1984-), 博士研究生. 研究方向为武器系统性能检测与故障诊断.

蔡金燕 女, (1961-), 教授, 博士生导师. 研究方向为检测理论、故障诊断、可靠性共性技术.