

一种融合反向学习和量子优化的粒子群算法

肖文显, 刘 震

(河南科技学院 网络信息中心, 河南 新乡 453003)

摘 要: 为了克服标准粒子群算法容易陷入局部最优的缺点, 结合量子优化和反向学习的思想, 提出一种混合反向学习和量子优化的粒子群算法. 该混合算法在种群初始化、种群的跳越和种群最优个体的局部改进三方面上提高了量子粒子群算法的性能, 有效地避免粒子群陷入局部最优并加速种群收敛. 数值实验表明, 混合算法在不同的函数优化方面具有较高的性能.

关键词: 粒子群优化; 量子优化; 反向学习; 函数优化

中图分类号: TP311

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2013)06-0126-05

Particle Swarm Optimization Based on Opposition-based Learning and Quantum Optimization

XIAO Wen-xian, LIU ZHEN

(Network Information Center, Henan Institute of Science and Technology, Xinxiang 453003, China)

Abstract: In order to overcome the drawback of standard particle swarm algorithm which is easy to fall into local optimum, an improved particle swarm optimization algorithm is proposed combined with quantum optimization and opposition-based learning. There are three aspects that improve the quantum particle swarm algorithm performance: the initialization of population, population jumps and the best individual in the population of the local improvement. The improved algorithm can effectively avoid particle swarm into local optimum and accelerated population to the optimal position of the convergence. The numerical experiments show that the hybrid algorithm has high performance in different function optimization

Key words: particle swarm optimization; quantum optimization; opposition-based learning; function optimization

1 引言

粒子群优化算法是由文献[1]提出的一种基于种群的随机优化算法. 在该算法提出之后, 出现了很多粒子群的改进算法. Sun 等人从量子力学的角度提出了具有量子行为的保证全局收敛的量子粒子群优化算法 QPSO^[2], 其行为优于标准粒子群优化算法和带有收缩因子的粒子群优化算法. 反向学习 (Opposition-based learning, OBL) 的思想由 Tizhoosh 等人提出^[3], 这种学习促使演化生成过程的跃变, 从而使算法具有较高的收敛速度, 同时又有

助于种群在演化过程中能保持较好的多样性, 不容易陷入局部最优^[4]. 文献[5-6]将该种算法思想应用到标准粒子群算法中, 提出反向学习的粒子群算法 OPSO 并得到了较好的优化效果.

为了进一步提高粒子群算法的优化性能, 本文将反向学习的思想与量子优化理论融合, 提出一种混合反向学习和量子优化的粒子群算法 O-QPSO. 该混合算法在种群初始化、种群的跳越和种群最优个体的局部改进三方面上提高了量子粒子群算法的性能, 有效避免粒子群陷入局部最优并加速种群收敛.

收稿日期: 2012-08-29; 修回日期: 2012-10-22

基金项目: 国家自然科学基金项目(70701013); 河南省教育厅 2007 年自然科学研究计划(2007520068)

2 相关背景知识

2.1 粒子群算法

粒子群算法是基于群体的,根据对环境的适应度将群体中的个体移动到最好的区域,然而它不像其他演化算法那样对个体使用演化算子,而是将每个个体看作 D 维搜索空间中一个没有体积的粒子,在搜索空间中以一定的速度飞行.这个速度根据它本身的飞行经验以及同伴的飞行经验进行动态调整.第 i 个粒子表示为 $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{iD})$,它经历过的最好位置(在该位置有最好的适应值)记为 $P_i = (p_{i1}, \dots, p_{iD})$,也称为 pBest. 在群体所有粒子经历过的最好位置的索引号用符号 g 表示,即 P_g ,也称为 gBest. 粒子 i 的速度用 $V_i = (v_{i1}, \dots, v_{iD})$ 表示.对每一代,其第 d 维根据如下方程变化:

$$\begin{cases} v_{id} = w \cdot v_{id} + c_1 \cdot \text{rand}() \cdot (p_{id} - x_{id}) + \\ c_2 \cdot \text{Rand}() \cdot (p_{gd} - x_{id}) \\ x_{id} = x_{id} + v_{id} \end{cases} \quad (1a) \quad (1b)$$

式中: w 为惯性权重, c_1 和 c_2 为加速常数, $\text{rand}()$ 和 $\text{Rand}()$ 为两个在 $[0, 1]$ 范围内变化的随机函数.此外,粒子的速度 v_i 被一个最大速度 $v_{\max}$ 所限制.如果当前对粒子的加速导致它在某维的速度 v_{id} 超过该维的最大速度 $v_{\max,d}$,则该维的速度被限制为该维最大速度 $v_{\max,d}$.

方程(1a)的第1部分为粒子先前的速度;第2部分为“认知”部分,表示粒子本身的思考;第3部分为“社会”部分,表示粒子间的信息共享与相互合作.

2.2 反向学习思想

当进化过程中产生新个体 x 时,可以对该个体的反向位置个体进行考察,产生一个更优的个体 x' .这样,个体 x 和最优位置之间的距离就会缩小,从而提高算法的效率.例如,在一维空间中,个体 x 的位置是 -10,其反向点 x' 的位置为 10,最优结果的位置为 30,那么个体 x 和最优结果之间的距离是 40,然而其反向位置 x' 和最优结果之间的距离却是 20,也就是说反向位置 x' 更加接近于最优结果.

在一维空间中,对反向个体的反向位置 x' 可以按照定义 1 进行计算:

定义 1 设实数 x 在区间 $[a, b]$ 中取之,即 $x \in [a, b]$,那么数 x 的反向数 x' 可以定义为

$$x' = a + b - x$$

类似的,对于 n 维空间中的向量,其反向位置可

以定义为

定义 2 设 $P(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 为 n 维空间中的一点,其中 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \in R$ 并且有 $x_i \in [a_i, b_i] \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$. 那么点 P 的反向位置 $P'(x_1', x_2', x_3', \dots, x_n')$ 满足:

$$x_i' = a_i + b_i - x_i$$

通过上述定义 2 对反向点的定义,反向学习的算法思想如下:

设 $P(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 为 n 维空间中的一点,其中 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \in R$ 并且有 $x_i \in [a_i, b_i] \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$, P 代表了优化算法中种群中的一个个体.根据定义 2,点 P 的反向位置可以定义为 $P'(x_1', x_2', x_3', \dots, x_n')$.假设评估函数 $f(x)$ 可以用来评估种群中个体的适应值,如果有 $f(P') \leq f(P)$ (求最小值的情况)成立,那么点 P 将被其反向点 P' 取代,反之则保持 P 不变.

3 融合反向学习思想的量子粒子群算法

3.1 反向学习的种群的初始化

考察众多优化算法的初始化部分可以看到,大多算法是随机生成初始种群的.而利用反向学习的思想可以通过反向位置学习来达到将初始化种群优化的目的,使得种群中的个体更加的靠近最优解.因此,改进后的算法的初始化过程如下:

Step 1 随机生成初始种群 $X(S)$,种群中每个个体包含的随机的初始位置 X_i 和随机的初始速度 V_i , $i = 1, 2, \dots, S$,其中 S 是种群规模.

Step 2 根据 2.2 节中的定义 2 计算种群 $X(S)$ 的中每个个体的对称个体,生成 $X(S)$ 的对称种群 $OX(S)$ (其中包括位置和速度的对称):

$$\begin{cases} \alpha x_{ij} = L_j + U_j - x_{ij} \\ \alpha v_{ij} = v_j^{\min} + v_j^{\max} - v_{ij} \\ i = 1, 2, \dots, S; j = 1, 2, \dots, D \end{cases}$$

其中 D 是个体坐标的维数; L_j 和 U_j 被定义为第 i 维坐标的上界和下界,即 $x_{ij} \in [L_j, U_j]$;速度的取值区间为 $[v_j^{\min}, v_j^{\max}]$, $j = 1, 2, \dots, D$.

Step 3 从集合 $\{X(S), OX(S)\}$ 中选取最优的 S 个个体组成初始种群.

3.2 反向学习的种群的跳越

类似于种群初始化的过程,我们可以从当前种群中生成一个比当前种群更优的种群来参与进化.在标准粒子群优化算法中,种群根据式(1)来实现对个体粒子的更新进化.在修改后的算法中,基于一个跳越系数,算法并非每次都根据进化过程来形成

新的种群,而是根据 OBL 的算法思想从当前种群及其对称种群中生成新的种群(类似于种群初始化的过程),这就是种群的跳越。

不同于对种群的初始化,种群的跳越过程中对对称个体的计算不再依据算法初始化时的所限制的坐标的上下界 $[L_j, U_j]$,而是动态的获得当前种群中各个个体的坐标的当前上下界 $[L_j^{cur}, U_j^{cur}]$ 来计算对称个体,即:

$$\alpha x_{ij} = L_j^{cur} + U_j^{cur} - x_{ij}, i = 1, 2, \dots, S; j = 1, 2, \dots, D.$$

3.3 量子选择方程

在标准粒子群优化算法中,粒子的移动是根据方程(1)进行移动的.而在具有量子行为的粒子群优化算法中,粒子是根据如下方程进行移动的:

$$\left\{ \begin{aligned} mbest &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_i = \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{i1}, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{i2}, \dots, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{iD} \right) \end{aligned} \right. \quad (2a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} p_{id} &= \varphi \cdot P_{id} + (1 - \varphi) \cdot P_{gd}, \varphi = \text{rand}() \end{aligned} \right. \quad (2b)$$

$$\left\{ \begin{aligned} X_{id} &= p_{id} \pm \alpha \cdot |mbest_{id} - X_{id}| \cdot \ln\left(\frac{1}{u}\right), u = \text{Rand}() \end{aligned} \right. \quad (2c)$$

式中,mbest 表示所有粒子中的最优位置, p_{id} 是 P_{id} 和 P_{gd} 之间的一个随机点,是第 i 个粒子在第 d 维空间中的一个位置; φ 和 u 都是在 $[0, 1]$ 之间均匀分布的随机数, α 是量子粒子群优化算法的一个参数,被称为收缩 - 扩展系数。

3.4 算法描述

综合以上所述,下面将反向学习的思想应用到具有量子行为的量子粒子群优化算法中,以期提高算法在解决函数优化问题时的效率.算法描述如下:

```

Begin
    n=population size; P=current population;
    OP=the opposite population of P';
    Po=opposite probability;
    best_fitness_value_so_far=the fitness value of the best
particle found by all particles so far;
    VTR=value to reach;
    MaxNFC=maximum number of function calls (NFC)';
    While (best_fitness_value_so_far>VTR and
    NFC<=MaxNFC)
        If (rand (0, 1) < Po)
            Update the interval boundaries $[L_p^j, U_p^j]$  in current popu-
lation;
            For i=1 to n

```

```

        Calculate fitness value of each particle in OP;
        Select n fittest particles in P and OP as a new population;
        Update pBest, gBest if need;
        For end;
    Else
        For each particle Pi
            F1=rand (0, 1); F2=rand (0, 1);
            U=rand (0, 1);
            P=(F1 * Pid+F2 * Pgd)/(F1+F2);
            If(rand>0.5)
                Xid=P-beta * abs(mbestid-Xid) * ln(1/u);
            Else
                Xid=P+beta * abs(mbestid-Xid) * ln(1/u);
            Update pBesti, gBest if needed;
        For end;
    While end;
End;

```

4 数值实验

为了考察提出的算法的性能,选取 4 个具有代表性的函数进行测试,如表 1 所示.表 1 中给出了每一个测试函数的定义、特征、定义域和已知最优解。

粒子群优化算法中对方程(1)中参数 w , c_1 , c_2 的选择是非常重要的,对这些参数的不同选择将直接影响到算法的运算结果.本文将参数设置为: $c_1 = c_2 = 1.49618$, $w = 0.72984$ 并且将个体速度的最大值 V_{max} 设置为每一维搜索范围的一半.种群的跳越系数 JR 设定为 0.3.为了对不同算法进行公平的比较,所有在 PSO、QPSO 和 O-QPSO 中相同的参数都设定为相同的值。

在试验过程中,对每一个测试方程进行 1 000 次优化算法计算,并记录每一次达到精度要求内最优解时所对应的进化代数,进化代数越小,所对应的算法的性能就越好。

图 1~图 4 中给出了各个测试方程的数值运算结果,每个图包含三个部分:标准粒子群优化算法(PSO)对应试验结果、具有量子行为的粒子群优化算法(QPSO)对应试验结果和基于反向学习的量子粒子群优化算法(O-QPSO)对应试验结果.图中 X 轴表示执行一次优化算法达到最优解时的停止代数;而图中 Y 轴表示了相应进化代数区间中算法所达到最优解的次数;图中柱状的最高点所对应的值就表示了相应进化代数区间中算法达到最优解的次数.因此,图形中柱状图越是靠近 Y 轴,对应算法的表现就越好.从图 1 到图 4 中可以看出,

在对不同特征的函数优化方面,反向学习的量子粒子群算法(O-QPSO)在解决函数优化问题时,其收敛速度优于标准粒子群优化算法(PSO)和具有量子行为的粒子群优化算法(QPSO),同时还避免了种群早熟情况的发生.

的质量如何. 为了比较求解函数优化的解的质量,列出了三种不同算法在种群进化相同代数之后所能计算出的最优解和最差解,如表 2 所示. 可以看出,在相同的进化代数下,O-QPSO 算法所能得到的最优解和最差解都要优于 PSO 算法和 QPSO 算法,即在解的质量上有保证.

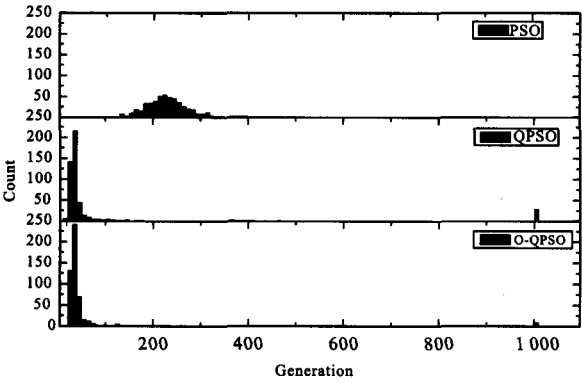


图 1 函数 f_1 的测试结果

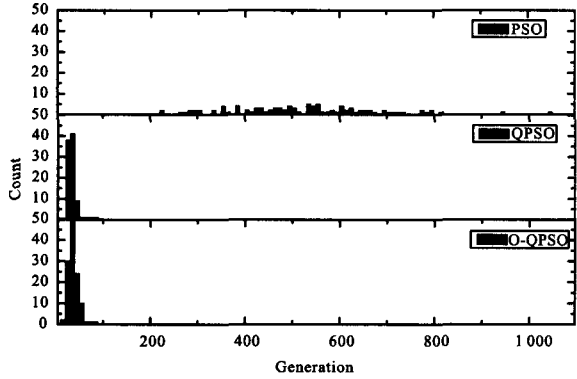


图 2 函数 f_2 的测试结果

另外,图 1 到图 4 只反映了算法到达精度要求的解的速度(代数),但是并不能反映出所得到的解

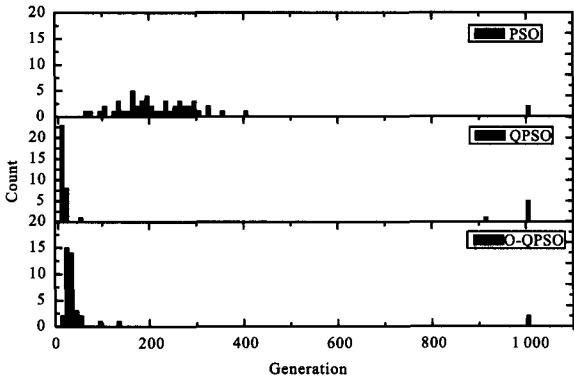


图 3 函数 f_3 的测试结果

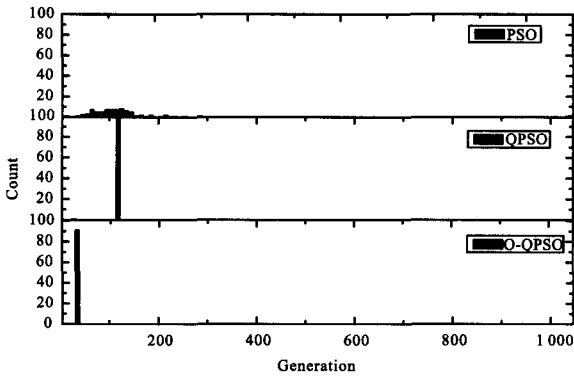


图 4 函数 f_4 的测试结果

表 1 数值试验用测试函数

测试函数	特征	定义域	最优解
$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	高维单峰	$x_i \in [-5.12, 5.12]$	0
$f_2(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10\cos 2\pi x_i + 10]$	高维多峰	$x_i \in [-5.12, 5.12]$	0
$f_3(x) = [1.5 - x^1(1 - x^2)]^2 + [2.25 - x_1(1 - x_2^2)]^2 + [2.625 - x_1(1 - x_2^3)]^2$	低维单峰	$x_i \in [-10, 10]$	0
$f_4(x) = 0.5 + \frac{(\sin \sqrt{x_1^2 + x_2^2})^2 - 0.5}{(1.0 + 0.001(x_1^2 + x_2^2))^2}$	低维多峰	$x_i \in [-100, 100]$	0

表 2 三种不同算法在相同条件下的解的情况

	PSO		QPSO		O-QPSO	
	最优解	最差解	最优解	最差解	最优解	最差解
f_1	0.000 009 988	0.005 147 176	0.000 003 731	0.005 147 176	0.000 002 256	0.000 099 941
f_2	0.000 007 854	7.959 662 437	0.000 000 556	4.974 790 096	0.000 000 133	0.995 105 147
f_3	0.000 000 187	1.150 202 942	0.000 000 170	1.146 847 486	0.000 000 044	0.000 099 973
f_4	0.000 037 594	0.009 715 91	0.000 002 587	0.009 715 91	0.000 000 458	0.009 715 91

5 结束语

本文在量子粒子群优化算法和反向学习的粒子群算法的基础上提出一种融合反向学习的量子粒子群算法(O-QPSO). 混合算法在三方面上提高了标准粒子群算法的性能:种群初始化、种群的跳越和对种群最优个体的局部改进,改进算法有效的避免粒子群陷入局部最优并加速种群个体向最优位置的收敛. 通过数值试验验证了算法的有效性.

参考文献:

- [1] Kennedy J, Eberhart R C. Particles swarm optimization[C]//IEEE Int Conf Neural Networks washing-
ton, DC, USA; IEEE, 1995; 1942-1957.
- [2] Sun J Feng B, Xu W B. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior [J]. IEEE
Conference on Evolutionary Computation, 2004 (1):
325-331.
- [3] Tizhoosh H R. Opposition-based learning: a new
scheme for machine intelligence [C]//Int Conf on

Computational Intelligence for Modeling Control and
Automation-CIMCA 2005. Vienna, Austria; IEEE,
2005; 695-701.

- [4] 吴昱, 李元香, 徐星. 基于群智能的新型反向混合差
分进化算法[J]. 小型微型计算机系统, 2009; 903-
907.
- [5] Han L, He X. A novel opposition-based particle swarm
optimization for noisy problems [C]//Proceedings of
the Third International Conference on Natural Compu-
tation. [s. l.]: IEEE Press, 2007; 624-629.
- [6] 王燕, 贺兴时, 王凡, 等. 改进反向粒子群算法及其在噪
声中的应用[J]. 西安工程大学学报, 2011, 25(5):
721-725.

作者简介:

肖文显 男, (1975—), 硕士, 讲师. 研究方向为人工智能及
其应用、计算机网络.

刘震 女, (1976—), 硕士, 实验师. 研究方向为人工智能
及其应用、计算机网络.

(上接第 125 页)

参考文献:

- [1] 曾声奎. 可靠性设计与分析[M]. 北京: 国防工业出版
社, 2011; 13-48.
- [2] 林闯. 计算机网络和计算机系统的性能评价[M]. 北
京: 清华大学出版社, 2001; 133-162.
- [3] Karama K. Fault-tolerant system dependability-explicit
modeling of hardware and software component-interac-
tions[J]. IEEE Trans on Reliability, 2000, 49(4): 363-
376.
- [4] 陈克伟, 董丽霞, 李丹. 基于 GSPN 的网络系统动态
可靠性建模方法[J]. 计算机测量与控制, 2012, 20(4):
1091-1094.
- [5] 尹辉燕, 郭伟华, 石健, 等. 容错网络服务器系统可
用性[J]. 计算机应用与软件, 2011, 28(9): 174-178.
- [6] 董世良, 刘海港, 石健, 等. 容错计算机网络综合可

用性建模与仿真分析[J]. 系统仿真学报, 2011, 23
(1): 75-81.

- [7] 王昊天, 石健. 基于可用度模型的故障预测与健康管
理方法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(12): 2584-
2589.
- [8] Zimmermann A, Knoke M. TimeNet user manual 4.0
[EB/OL]. [2012-10-25]. Berlin: Real-Time Systems
and Robotics Group, 2007. [http://iv.tu-berlin.de/
TechnBerichte/2007/2007-13.pdf](http://iv.tu-berlin.de/TechnBerichte/2007/2007-13.pdf).

作者简介:

谷春英 女, (1973—), 硕士, 讲师. 研究方向为网络应用与
软件技术.

姚青山 男, (1976—), 硕士, 副教授. 研究方向为网络应用
与信息安全.