

一种基于自然梯度的两步盲源分离算法

李思怡,王永威,黄 琰,陈惠娟

(西北工业大学,陕西 西安 710129)

摘 要: 基于自然梯度的盲源分离算法通常有固定步长和自适应步长两种算法. 固定步长算法在求解初阶段具有较快的收敛性,但是随迭代的进行,稳定性较差;自适应步长算法步长可调有较好的全局收敛性,但降低算法的收敛速度. 针对算法收敛速度和算法稳定性之间的矛盾,提出了基于自然梯度的两步盲分离算法. 首先,在自适应步长公式中引入高阶相关系数;其次,综合固定步长以及改进的自适应步长算法,提出两步盲源分离算法. 仿真实验证明,两步盲分离算法可以有效提高盲分离算法的稳定性和收敛速度.

关键词: 盲信号分离;自然梯度算法;分阶段盲分离算法

中图分类号: TP315

文献标识码: A

文章编号: 1000—7180(2013)06—0169—04

Blind Source Separation Based on Two-Segment Natural Gradient Algorithm

LI Si-yi, WANG Yong-wei, HUANG Yan, CHEN Hui-juan

(Northwestern Polytechnic University, Xi'an 710129, China)

Abstract: There are two common algorithms based on natural gradient method, which are fix-step-size algorithm and adaptive step-size algorithm, respectively. Fix-step-size algorithm has a very fast convergence rate in the initial stage of Blind Source Separation. As iteration goes on, however, the step size gradually leads to poor robust performance. On the other hand, for adaptive method, the relatively small initial step size inevitably leads to more times of iteration. To further reduce the contradiction between convergence speed and convergence robust, as well as redundancy computation, two-segment method is therefore proposed in this paper. In addition, the adaptive step formula is modified by the related coefficient with high order. Computer simulation result confirms the effectiveness in improving convergence rate and robustness, as well as reduction of computation in BSS problem.

Key words: Blind Source Separation; Natural Gradient method; two-segment BSS

1 引言

独立分量方法(ICA)^[1]是信号盲源分离的常用算法,主要有 Fast-ICA 算法^[2],随机梯度算法,EA-SI 算法^[3],迭代求逆算法和自然梯度算法^[4-5]等. 这些算法虽然表达形式不同,但都可以归结为学习速率(或步长)的优化问题(LMS 算法). LMS 型算法有两种常见形式,固定步长算法和自适应步长算法. 固定步长算法在求解分离矩阵过程中的初始阶段具有较快的收敛性,但是随着迭代的进行,算法会因步长较大而稳定性较差. 自适应步长算法,具有良好的

全局收敛性,但较小的初始步长却降低了算法的收敛速度. 本文提出一种基于自然梯度的两步盲分离算法以解决收敛速度和稳定性之间的矛盾,仿真计算验证了算法的有效性.

2 盲信号分离

盲信号分离是在声源信号不可直接观测和混合系统特征未知的情况下,通过盲信号分离系统完成对接收到的混合信号分离的过程,并通过评价函数对算法精度做出一定的评价.

设 $S(t) = [S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t)]^T$ 为 N 个声

源信号, $X(t) = [X_1(t), X_2(t), \dots, X_N(t)]^T$ 是由 N 个传感器接收到的观察信号. 忽略传输延迟等效应以及噪声信号, $X(t)$ 与 $S(t)$ 满足线性关系:

$$X(t) = AS(t) \quad (1)$$

式中, A 是一个 $N \times N$ 的非奇异混合矩阵. 盲信号分离的目标是如何在仅知道观测信号 $X(t)$ 的情况下, 完成对声音信号的分离:

$$Y(t) = WX(t) = WAS(t) \quad (2)$$

其中, W 为分离矩阵, $Y(t)$ 为分离得到的信号. 同时认为 $Y(t)$ 越接近实际的声源信号 $S(t)$ 分离效果越好. 记 $P = WA$, 考虑到交互不确定性, 如果 P 的每一行和每一列均只有一个元素非零时, 分离信号可认为原信号, 此时分离效果最理想.

实际的盲信号分离中, 由于混合方式未知的, 直接分离较困难. 通常情况下, 假设声源信号满足以下三个条件: (1) 每一个未知声源信号 $S_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 都可以看成一个随机过程; (2) 各声源信号 $S_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 之间满足统计独立性; (3) 声源信号 $S_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 中至多只能有一个高斯信号.

3 基于自然梯度的两步盲分离算法

3.1 自然梯度算法

盲信号分离的关键在于寻求最佳分离矩阵 W_{opt} , 使得各个信号分量 y_i 之间相依性最小, 统计独立性最大. 相依度通常由 Kullback-Leibler 散度 $I(W)$ 来表示.

$$I(W) = D(p(y; W) || \prod_{i=1}^N p_i(y_i; W)) = \int p(y; W) \log \frac{p(y; W)}{\prod_{i=1}^N p_i(y_i; W)} dy \quad (3)$$

式中, $p(y)$ 是 Y 的联合概率密度函数, $p_i(y_i)$ 是 Y 边缘概率密度函数.

基于散度 $I(W)$, 得到随机梯度的盲分离算法:

$$W_{k+1} = W_k + \eta \{W_k^{-T} - \varphi[y(k)]y^T(k)\} W_k \quad (4)$$

该算法的缺点是, 收敛速度慢, 受混合矩阵 A 的影响大, 并且在迭代过程中需要求逆矩阵. 在式(5)基础上得到自然梯度算法:

$$W_{k+1} = W_k + \eta_k [I - \varphi(y_k)y_k^T] W_k \quad (5)$$

取非线性函数 $\varphi(\cdot)^{[5]}$ 为

$$\varphi(y_i) = \alpha_i (k_3^i, k_4^i) y_i^2 + \beta_i (k_3^i, k_4^i) y_i^3 \quad (6)$$

式中, $k_3^i = E[y_i^3]$ 为 y_i 的三阶累积量, 假设信号的

概率密度函数对称分布, 则 $k_3^i = 0$, $k_4^i = E[x^4]/E^2[x^2] - 3$ 为四阶累积量, k_4^i 的归一化后表示信号峭度, 峭度为零的信号为高斯信号, 小于零的信号称为亚高斯信号, 大于零的信号为超高斯信号.

3.2 信号相依性测度

基于统计独立性, 一般以混合信号的联合概率密度函数 $p(y)$ 与各信号的边缘概率密度函数 $p_i(y_i)$ 积是否相等, 作为独立性测度. 由于 $p(y)$ 和 $p_i(y_i)$ 均不容易计算, 故本文以高阶相关系数对信号独立性进行度量^[6]. $\forall y_i, y_j \in y, (i \neq j, \text{且 } i, j \in [1, N])$, 称其高阶相关系数为 hc_{ij} ,

$$hc_{ij} = \frac{\text{cov}[\varphi_i(y_i(k)), y_j(k)]}{\sqrt{\text{cov}[\varphi_i(y_i(k))]} \sqrt{\text{cov}[y_j(k)]}} \quad (7)$$

式中, $|hc_{ij}|$ 和 $|hc_{ji}|$ 越小, y_i, y_j 的相依性越小. 特别是, 若 $|hc_{ij}| = |hc_{ji}| = 0$, 认为 y_i, y_j 相互独立. 因此, y_i, y_j 之间的相依性测度定义为: $D_{ij}(k) = \max_{j, j \neq i} \{|hc_{ij}|, |hc_{ji}|\}$ 为了描述第 i 个信号与其他信号的相依性, 取 $D_i(k) = \max_{j, j \neq i} \{D_{ij}(k)\}$. 同样, 为了描述所有信号的总体分离状态, 取 $D(k) = \max_{\forall i} \{D_i(k)\}$. 当 $D(k+1) \cong D(k)$ 时, 盲信号分离结束.

3.3 基于高阶相关系数的自适应步长

在自适应的过程中, 如果 $D(k)$ 增大, 则 $W(k)$ 还没有达到最优, 可以增大步长; 如果 $D(k)$ 减小, 则说明步长太大, 出现了动荡, 需要减小步长. 根据这个原则并受到 Yang 等人提出的用指数衰减函数来调节步长的启发, 步长的更新表达式为

$$\eta_{k+1} = \mu_k \times \eta_k \quad (8)$$

$$\mu_k = \begin{cases} 1 + \gamma e^{-\alpha D(k)}, & D(k) > D(k-1) \\ \frac{1}{1 + \beta e^{-\alpha D(k)}}, & D(k) < D(k-1) \\ 1, & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

式中, β 控制收敛时的稳态误差, 且 $0 < \beta < 1$; γ 控制收敛速度, 且 $0 < \gamma < 1$. 式(11)中参数 μ_k 控制步长的变化, 参数 $\mu_k > 1$ 时, 步长变大; 参数 $\mu_k < 1$ 时, 步长变小. 式(12)中考虑到指数函数变化趋势小, 把高阶相关系数用到指数函数中来控制步长参数的变化.

4 两步盲分离算法

考虑到固定步长算法初始阶段较快收敛, 稳定性较差; 自适应步长算法全局收敛性较好, 而较小的初始步长降低了收敛速度. 本文结合自然梯度盲分

离算法和分阶段盲分离算法把盲分离分为两个阶段,采用不同的迭代步长以实现较快的收敛和较高的稳定性。

两步盲分离算法首先对混合信号进行预白化,利用固定步长的自然梯度算法对混合信号求解 K_0 代,使初阶段的分离快速收敛;第二步,引入基于高阶相关系数的自适应梯度算法,逐步调整步长较快以达到全局最优,同时保持了较高的稳定性。算法的具体步骤如下:

STEP1:

(1)对采集的信号矩阵 $\mathbf{X}$ 进行预白化处理^[7]得到白化后的矩阵 $\mathbf{Z}$;

(2)利用自然梯度表达式(5)得到分离矩阵 $\mathbf{W}$ 的更新公式:

$$\mathbf{W}_{k+1}=\mathbf{W}_k+\eta_k\left[\mathbf{I}-\varphi\left(\mathbf{Z}_k\right) \mathbf{Z}_k^T\right] \mathbf{W}_k \quad(10)$$

$$\mathbf{Z}_{k+1}=\mathbf{W}_k \cdot \mathbf{Z}_k \quad(11)$$

(3)迭代次数 $K < K_0$ 时,式(2)中步长 $\eta_{k+1}=\eta_k=\eta_0$,重复步骤(2);反之进行 STEP2.

STEP2: $K \geq K_0$ 时,当 $D(k+1) \neq D(k)$ 时,步长 $\eta_{k+1}=\mu_k \times \eta_k$,其中 μ_k 根据式(9)逐步求解;反之 $D(k+1) \cong D(k)$ 时结束;

5 仿真实验

为验证本文提出的两步盲分离算法的有效性,使用 4 个信号进行 Matlab 仿真:

$$\begin{aligned} S_1(t) &= \operatorname{sign}(\sin (2 \pi 155 t)) \\ S_2(t) &= \sin (2 \pi 800 t) \\ S_3(t) &= \sin (2 \pi 900 t) \sin (2 \pi 50 t) \\ S_4(t) &= \sin (t+3 \cos (2 t)) \end{aligned}$$

为比较不同算法的性能,本文分别采用“串音”(PI(P))和信号—干扰比(SIR)作为盲信号分离性能指标^[8].PI(P)值和 SIR 值越小,分离精度越高.仿真实验中,混合矩阵 $\mathbf{A}$ 取为区间 $[-1,1]$ 内随机生成的 5×5 方阵:

$$\mathbf{A}=\left[\begin{array}{cccc} -0.5420 & 0.0767 & -0.7867 & 0.6346 \\ 0.8267 & 0.9923 & 0.9238 & 0.7374 \\ -0.6952 & -0.8436 & -0.9907 & -0.8311 \\ 0.6516 & 0.1146 & 0.5498 & -0.2004 \end{array}\right]$$

混合后的信号如图 2 所示.采样频率 $f_s=10^4$ Hz,非线性函数 $\varphi\left(z_k\right)=z_k^3$.参数选择:初始学习速率 $\eta_0=0.003$,初始矩阵 $\mathbf{W}_0=0.5 \mathbf{I}$,经验参数: $\alpha=1.8, \beta=10, \gamma=35, K_0=200$.分离前后信号波形图如图 1、2 所示.

基于分离矩阵 $\mathbf{W}$ 和混合矩阵 $\mathbf{A}$,矩阵 $\mathbf{P}$ 近似为单位矩阵的交互矩阵(每一行和每一列均只有一个元素为 1),考虑到分离信号具有交互不确定性,分离结果较为理想.

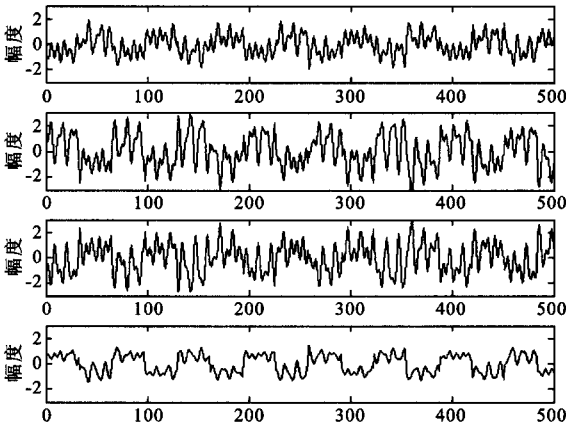


图 1 混合信号

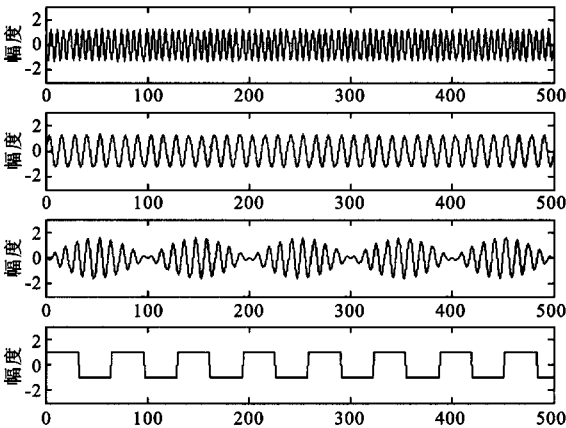


图 2 分离结果

$$\mathbf{P}=\mathbf{W} \mathbf{A}=\left[\begin{array}{cccc} -0.0091 & 0.0079 & 0.0042 & 1.2601 \\ -0.0125 & 1.2497 & -0.0343 & 0.0043 \\ 0.0027 & -0.0066 & -1.5956 & 0.0032 \\ 0.9921 & -0.0130 & 0.0136 & -0.0067 \end{array}\right]$$

为进一步验证本算法性能,我们将固定步长和自适应步长自然梯度作对比.参数设定:

- (1)固定步长算法中, $\eta_0=0.003, \mathbf{W}_0=0.5 \mathbf{I}$;
- (2)步长自适应算法中, $\eta_0=0.003, \alpha=1.8, \beta=10, \gamma=35$.

三种算法的信号—干扰比(SIR)和串音(PI(P))随迭代次数变化曲线如表 1 和图 3 所示.

表 1 三种信号的 SIR 对比

SIR/dB \ 三种算法	S_1	S_2	S_3	S_4
固定步长	44.982 2	34.515 6	26.606 5	32.059 6
步长自适应算法	37.860 1	31.706 7	42.309 4	38.301 1
两步盲分离算法	38.082 7	32.311 2	42.652 6	38.277 5

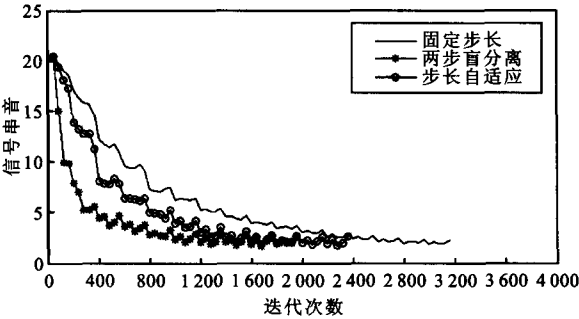


图 3 三种信号的串音随迭代次数变化对比图

由表 1 可得,与固定步长和自适应步长的自然梯度算法相比,两步盲分离出的信号有较高的信噪比值,分离效果较好;由图 3 可得,两步盲分离算法结合两种算法优点,在初始阶段有较快的收敛速度,在结束阶段有较高的稳定性.同时,通过信号串音的结果对比,两步盲分离的信号效果更好.综上,两步盲分离算法在收敛速度和收敛稳定性两方面较固定步长算法和步长自适应算法都有较大的改进.

6 结束语

提出了两步盲分离算法,使用高阶相关系数作为信号之间独立性的判断准则,不断优化分离矩阵直至分离的信号满足相互独立,并通过计算机仿真验证了算法的有效性.盲信号分离是一个复杂的问题,还有许多方面需要解决,如欠定条件下的盲分离问题等.

参考文献:

[1] Comon P. Independent component analysis, a new concept[J]. Signal processing,1994(36) 28:7-314.

[2] Hyvärinen A,Oja E. Independent component analysis: algorithms and applications [J]. Neural networks, 2000(13): 411-430.

[3] Cardoso J F,Laheld B H. Equivariant adaptive source separation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,1996(44):3017-3030.

[4] Cruces-Alvarez S, Cichocki A,Castedo-Ribas L. An iterative inversion approach to blind source separation [J]. Neural Networks,2000(11):1423-1437.

[5] Yang H H. Amari S-i adaptive online learning algorithms for blind separation: maximum entropy and minimum mutual information[J]. Neural computation,1997(9):1457-1482.

[6] 朱孝龙, 保铮, 张贤达. 基于分阶段学习的盲信号分离[J]. 中国科学 E 辑:技术科学, 2002:693-703.

[7] Hild K E, Erdogmus D,Principe J. Blind source separation using renyi's mutual information[J]. Signal Processing Letters IEEE,2001(8):174-176.

[8] 何文雷. 自适应盲信号分离理论与算法研究[D]. 上海:上海交通大学,2004.

作者简介:

李思怡 女,(1992—),研究方向为飞行器设计与信号处理.