

两种求解数值优化的改进和声搜索算法

李永林, 叶春明

(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

摘 要: 针对现有和声搜索算法收敛速度慢、参数选择困难等不足, 从搜索机制和算法融合两个方面进行了改进. 首先利用轮盘赌选择和基于和声库历史信息的自动微调策略建立了一种轮盘赌自适应和声算法 (roulette wheel selection and self-adaptive improved harmony search algorithm, RAHS), 然后借鉴 memetic 策略, 将 RAHS 算法作为全局搜索器, Powell 法作为 meme 单元并引入混沌搜索进行扰动, 融合建立了一种和声 memetic 算法 (RAHS memetic algorithm, RAHMA). 基于 6 个标准测试函数的仿真表明, RAHS 算法优于三种典型的和声搜索算法, 而 RAHMA 算法在搜索精度、收敛速度和鲁棒性等方面相对于 RAHS 算法又有了显著提高.

关键词: 和声搜索; memetic 算法; 自适应; Powell 法; 混沌

中图分类号: TP18

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2014)07-0022-05

Two Improved Harmony Search Algorithms for Solving Numerical Optimization Problems

LI Yong-lin, YE Chun-ming

(Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: This paper proposes two improved harmony search algorithm for solving numerical optimization problems. To get start, a roulette and self-adaptive harmony search is proposed, in which a roulette random choosing mechanism and a pitch self adaptive adjusting strategy is introduced to overcome defects of slow convergent speed and parameter settings difficulties respectively in current harmony search algorithms. Then a more effective harmony search memetic algorithm fused the improved harmony search as a global search with Powell's method as the meme unit is implemented. To jump out local optima, chaos disturbance is also employed. Simulation with six benchmark functions shows that the two improved harmony search algorithms improve harmony search algorithm effectively.

Key words: harmony search; memetic algorithm; self-adaptive; Powell's method; chaos

1 引言

和声搜索 (Harmony Search HS) 算法是一种新颖的全局智能优化算法^[1], 它原理简单, 容易实现, 已被广泛应用, 但该算法局部搜索能力有限, 收敛精度差, 需要继续研究改进.

Memetic 算法是一种基于文化理论中隐喻机制基础上的文化进化算法^[2], 它吸收了全局搜索算法和局部搜索算法的优点, 在保持全局收敛性的同时利用局部搜索提高了收敛速度和寻优精度^[3-4]. 与遗

传算法和粒子群算法等相比, memetic 算法没有规定具体的算法实现, 它更多地体现为一种优秀的算法思想或者优化策略. 在某种全局搜索算法的框架内融合一种或多种局部搜索方法就构成了不同的 memetic 算法. Powell 搜索法是一种局部搜索法, 它具有局部搜索能力强、收敛速度快、不需要导数信息、精度高等优点, 但该算法初始点选取困难, 不适的初始点易造成算法不收敛^[5].

本文首先运用轮盘赌选择方法和基于和声库历史信息的自动微调策略建立了一种改进的和声搜索

收稿日期: 2013-09-17; **修回日期:** 2013-11-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (71271138); 教育部人文社会科学规划基金项目 (10YJA630187); 上海市教育委员会科研创新项目 (12ZS133)

算法 RAHS,然后借鉴 memetic 的策略,将 RAHS 算法作为全局搜索器,Powell 法作为 meme 单元建立了一种新的和声 memetic 算法 RAHMA.

2 融合 RAHS 和 Powell 法的 RAHMA 算法

2.1 轮盘赌自适应和声搜索算法 RAHS

2.1.1 基本和声搜索算法 HS

Geem 等人受音乐创作过程的启发提出了一种

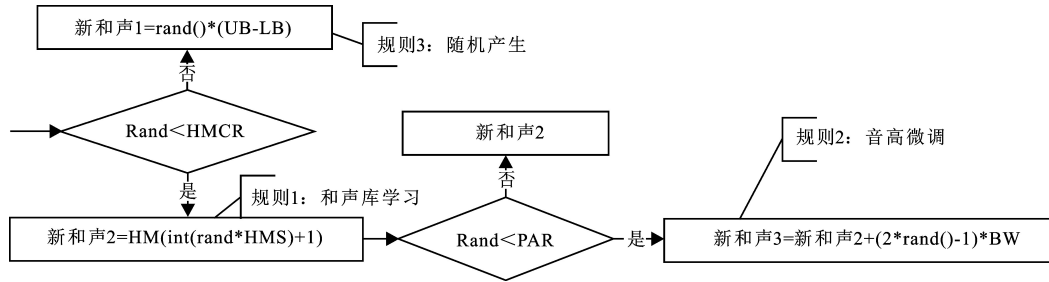


图 1 新和声的生成过程与规则

2.1.2 基于轮盘赌的自适应和声搜索算法 RAHS

和声搜索算法原理简单,但在参数,如和声库学习概率 HMCR、音高调节概率 PAR 和调节幅度 BW 的选择以及新和声生成规则方面的研究还不完善,这造成了现有算法收敛速度较慢,搜索精度低,参数难以确定.针对基本和声算法采用固定参数音符调节概率 PAR 和音符调节幅度 BW 的不足,文献[6]中提出了一种改进算法 IHS(Improved Harmony Search)算法,它采用随迭代次数线性增加的 PAR 和指数减小 BW 的动态调节机制,在一定程度上提高了收敛率和寻优能力,但由于引入了更多的参数,导致难以有效确定算法的各项参数.文献[7]中借鉴粒子群算法的思想提出了 GHS(Global best harmony search)算法,该算法用和声库的最优和声取代规则 1(和声库学习)和规则 2(音高微调)这两个环节,但 HS 算法不同于粒子群算法的种群搜索机制,它是一种基于临域的搜索算法.对于多维数值优化问题,和声最优不代表和声的每一维变量也一定最优,因此 GHS 算法只在各维同时收敛于同一常数的特定条件下才有效^[8].综上分析,和声搜索算法存在两大难题:如何采用更加高效的方式进行和声库学习;如何有效地对音高进行微调.

本文将轮盘赌选择方法^[9]引入到和声记忆库学习环节.轮盘赌选择方法是一种基于比例的随机选择,基本思想是各和声被选择的概率与其适应度值有关.轮盘赌选择方法一方面能够吸收 GHS 的择优思想,提高了和声搜索算法收敛速度,另一方面又

启发式算法 HS^[1].HS 优化过程是对乐队演练和声状态的过程模拟,问题的变量相当于各种乐器,寻优过程类似乐队的演练,乐队在多次演练中达到和声状态,相应地经过多次迭代后找到问题的最优解.HS 算法包括了和声记忆库初始化、新和声生成和记忆库更新 3 个过程,其中新和声生成是算法的关键,它包括记忆库学习、音高微调 and 随机产生 3 个规则,具体见图 1.

可在“择优录取”的原则上保持了选择的随机性,这样既弥补了 GHS 算法“唯性能论”的贪婪搜索策略,又避免了 GHS 容易陷入局部极值的问题.假设和声库中第 i 个和声的适应度为 f_i ,其轮盘赌选择方法过程如下:

(1) 通过式(1) 计算各和声的选择概率 p_i .

$$p_i = \frac{f_i}{\sum f_i} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

(2) 计算各和声的累计选择概率.

(3) 模拟赌盘选择,即将生成的 0 与 1 之间的随机数与每个和声的累计选择概率进行匹配以确定从哪个和声中选取变量.

针对音高微调的问题,可利用和声记忆库的历史信息,即上一代和声的最大值和最小值信息进行自适应调整,而无需像 HS 那样引入 BW 指导微调.具体过程为:对于第 j 维变量,上一代和声库中所有和声的第 j 维变量的最大值为 $\max_j$,最小值为 $\min_j$,则可通过式(2) 进行自适应微调.

$$\begin{cases} x_j = x_j + (\max_j - x_j) * \text{rand}(), \text{rand}() > 0.5 \\ x_j = x_j - (x_j - \min_j) * \text{rand}(), \text{else} \end{cases} \quad (2)$$

轮盘赌和声库学习方法在吸取 GHS 算法择优选择思想的同时还保持了一定程度的随机性,这样既提高了算法的收敛速度,又避免了 GHS 由于完全择优选择造成算法易陷入局部极值的问题.用和声库各和声位置信息自适应微调策略代替 HS 算法的微调幅度 BW 的调节,避免了设置参数微调幅度

BW,因此更加简单.本文称这种结合了轮盘赌选择和声库学习方法和自适应微调策略的和声搜索算法(roulette wheel selection and self-adaptive improved harmony search)为 RAHS 算法.

2.2 Powell 法局部搜索

Powell 法是一种利用函数值来构造共轭搜索方向的直接搜索法^[5].Powell 法需要进行多轮迭代,每轮迭代中也要沿各维进行一维搜索,因此如果每次搜索都进行局部搜索,则计算时间较长.为了计算代价和性能的平衡,本文以小概率 P_w 执行局部搜索.步骤如下:

步骤 1:从和声库随机选取某一和声 $x(0)$ 作为起始点.给定计算精度 $s(s > 0)$ 和 n 个线性无关的搜索方向 $s_j(j = 0, 1, \dots, n-1), k = 0$.

步骤 2:沿 n 个方向进行一维搜索,依次决定 λ_k .令 $x^{(k+1)} = x^{(k)} + \lambda_k s_k$,若 $k < n-1$,令 $k = k+1$,转向步骤 2;否则转向步骤 3.

步骤 3:检查是否满足终止准则.若 $\|x(n) - x(0)\| \leq \epsilon$,计算结束,取 $x^* \approx x^{(n)}$;否则求整数 j ,使得 $\Delta = f(x^{(j)}) - f(x^{(j+1)}) = \max_{0 \leq i \leq n-1} [f(x^{(i)}) - f(x^{(i+1)})]$.

步骤 4:令 $f_1 = f(x^{(0)}), f_2 = f(x^{(n)}), f_3 = f(2x^{(n)} - x^{(0)})$,若 $2\Delta \leq f_1 - 2f_2 + f_3$,方向 $s_0, s_1, \dots, s_n$ 不变,令 $x^{(0)} = x^{(n)}, k = 0$,返回步骤 2;否则令 $s_n = x^{(n)} - x^{(0)}, s_i = s_{i+1}, i = j, j+1, \dots, n-1$,转向步骤 5.

步骤 5:求 λ_n ,使得 $f(x^{(n)} + \lambda_n s_n) = \min f(x^{(n)} + \lambda s_n)$.令 $x^{(0)} = x^{(n)} + \lambda_n s_n, k = 0$,返回步骤 2.

步骤 6:如果 $x^{(k)}$ 优于 $x(0)$ 并且 $x^{(k)}$ 在取值范围内,则用 $x^{(k)}$ 更新和声库.

2.3 混沌扰动

随着优化的进行,和声记忆库的多样性不断丧失,容易造成算法早熟.如果若干代内和声库没有得到改进,则算法可能已经陷入了局部极值,这时利用混沌扰动增加和声库的多样性可增大跳出局部极值的概率.

$$x_{i+1} = \begin{cases} x_i/\lambda & 0 < x_i \leq 0.5 \\ (1-x_i)/(1-\lambda) & 0.5 < x_i \leq 1 \end{cases}$$

$$\lambda = 0.5 \quad (3)$$

用混沌扰动后新和声而不是直接用规则 1、2 和 3 产生的新和声更新和声库,是因为新和声与和声库的差异性一般较小,往往难以有效跳出局部“陷阱”.混沌搜索扰动后新和声,无论性能如何都直接

替代和声记忆库的最差和声,即以一定的概率接收劣解,以更大的概率带领整个和声库跳出局部最优.具体过程如下:

将新和声映射为 0 到 1 之间的混沌变量,用式(3)的 Tent 映射^[10]计算得到一个新的混沌变量,然后将这个新的混沌变量载波到变量的取值范围内形成新解并对进行适应度值评价,用这个新解替代和声库中的性能最差和声.

2.4 RAHMA 算法的整体流程

本文将融合了 RAHS 和 Powell 法的和声 memetic 算法记为 RAHMA 算法,流程如下:

(1)初始化算法的参数,和声库的大小 HMS;记忆库学习概率 HMCR, Powell 法局部搜索的概率 P_w ; MaxIter 代无改进进行一次混沌扰动,函数评价次数和寻优精度.

(2)在解空间内随机初始化和声库,并对和声进行适应度评价.

(3)对和声库执行基于轮盘赌的自适应和声搜索机制,保存新生成的和声 x_{new} 以备(3)使用.判断是否达到终止条件,如果是,保存最优和声及其对应值作为优化结果,计算结束;否则执行(3).

(4)生成随机数 rand,如果 $\text{rand} < P_w$,则执行 Powell 法局部搜索.判断是否终止,否则执行(5).

(5)若干代内和声库无更新则进行混沌扰动.判断是否终止,否则执行(3).

3 数值仿真与分析

首先将本文提出 RAHS 算法与 HS、IHS 和 GHS 算法进行比较,然后再将 RAHS 算法与 RAHMA 算法进行比较以验证 Memetic 策略的有效性.为考察混沌扰动的有效性,记 RM_NoCS 为 RAHMA 算法不采用混沌扰动的情况.在 2.1 GHz CPU、2 GB RAM 的 PC 上用 Matlab2008a 进行仿真,选取 6 个全局最优值为 0 的标准测试函数进行比较,见式(4)~(9),函数的维数 $N=30$. HS、IHS 和 GHS 的参数见文献[7].新算法的参数为:和声库的大小 HMS=5;记忆库学习概率 HMCR=0.9;音高调节概率的最大最小值分别为 PARmax=0.99 和 PARmin=0.01, Powell 法局部搜索的概率 $P_w=0.001$;500 代无改进进行一次混沌扰动.对每个函数进行 30 次独立仿真,为评价算法的公平性,引入函数评价次数和寻优精度作为评价准则.

标准测试函数具体如下:

Sphere 函数:

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (-100 \leq x_i \leq 100) \quad (4)$$

Schwefel2.22 函数:

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^n [x_i] + \prod_{i=1}^n [x_i] \quad (-100 \leq x_i \leq 100) \quad (5)$$

Rosenbrock 函数:

$$f_3(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2] \quad (-30 \leq x_i \leq 30) \quad (6)$$

Rastrigin 函数:

$$f_4(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10] \quad (-5.12 \leq x_i \leq 5.12) \quad (7)$$

Griewank 函数:

$$f_5(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1 \quad (-600 \leq x_i \leq 600) \quad (8)$$

Ackery 函数:

$$f_6(x) = -20\exp\left[-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^2}\right] - \exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + \exp(1) \quad (-32 \leq x_i \leq 32) \quad (9)$$

3.1 RAHS 与三种典型 HS 算法的比较

将 RAHS 算法与三种典型的和声搜索算法 HS、IHS 和 GHS 进行比较,对 HS 和 IHS 采用文献[1]和文献[6]的方法编程运行取得,GHS 的数据来自文献[7],每种算法进行 50 000 次评价.从表 1 可以看出,HS 精度最差,IHS 算法在 Sphere、Schwefel2.22 和 Griewank 问题上优于 GHS 算法,GHS 算法在其他三个问题上表现更佳,IHS 算法和 GHS 算法互有优劣,而 RAHS 算法的寻优精度优于前三种算法,同时标准差更小.这说明 RAHS 算法的收敛速度和稳定性最好,同时算法参数更少.

表 1 HS、IHS、GHS 和 RAHS 的性能比较

编号	HS		IHS		GHS		RAHS	
	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差
f1	1.62E-04	3.44E-05	4.81E-07	3.78E-08	1.00E-05	2.20E-05	4.47E-09	2.27E-10
f2	8.81E-02	4.33E-02	2.90E-03	2.50E-03	2.28E-02	1.14E-02	1.05E-05	2.86E-05
f3	2.93E+02	1.71E+02	2.48E+02	1.82E+02	4.97E+01	5.92E+01	1.39E+01	2.37E+01
f4	1.02E+00	1.03E+00	2.07E+00	1.13E+00	8.63E-03	1.52E-02	3.11E-05	1.73E-05
f5	1.09E+00	3.44E-02	7.38E-03	1.58E-02	2.09E-02	2.00E-02	4.15E-06	1.25E-06
f6	8.93E-01	4.67E-01	6.51E-01	4.93E-01	1.02E-01	1.76E-01	4.92E-05	3.86E-05

3.2 RAHMA 算法的有效性分析

(1) 寻优精度测试. Powell 法在解空间内随机产生 1 000 个初始点然后进行搜索,其他算法都进行 50 000 次函数评价,记录各算法的最优值、最差值和平均值见表 2.从表 2 和表 1 中的比较可以看出,在相同计算代价的前提下,对所测试的所有测试

函数 RAHMA 算法的最优值、最差值和平均值都最小,并且收敛精度差别几个数量级,这表明 RAHMA 算法寻优的精确度得到了很大提升.同时可以看出,对于 6 个测试函数,RM_NoCS 相对 RAHMA 的收敛精度都有了一定程度的相下降,这说明混沌扰动的有效性.

表 2 RAHS、RAHS_NoCS 和 RAHMA 寻优精度对比

编号	Powell			RAHMA			RM_NoCS		
	最优值	最差值	平均值	最优值	最差值	平均值	最优值	最差值	平均值
f1	6.76E-12	2.96E-01	7.02E-02	2.27E-38	1.51E-24	4.33E-25	2.27E-27	1.51E-22	4.33E-23
f2	1.10E-05	1.00E-00	4.94E-01	2.86E-24	9.77E-12	2.41E-12	2.86E-19	9.77E-08	3.77E-10
f3	1.26E-02	7.81E+01	1.17E+01	1.37E-14	8.28E-07	4.28E-08	1.02E-12	8.87E-07	1.28E-07
f4	1.79E+01	5.63E+01	3.53E+01	1.73E-33	5.24E-21	6.55E-22	7.23E-30	9.54E-23	4.11E-22
f5	6.08E+01	6.13E+01	6.11E+01	1.25E-10	2.99E-04	5.70E-05	5.22E-10	1.33E-04	5.14E-04
f6	2.53E-06	3.19E+00	8.39E-01	3.86E-22	3.02E-13	1.02E-13	9.71E-20	2.48E-12	7.40E-13

(2) 收敛速度和成功率.在算法收敛速度测试中,优化目标设定为 1.00E-5,记录 RAHMA 算法每次运行时达到优化目标所需要的适应度评价次数,实验结果表明,RAHMA 算法不论成功率还是

执行效率都是三种算法中最好的,鲁棒性也较好.

在图 2 RAHS 和 RAHMA 对函数优化过程中的,对 6 个函数,在函数评价次数的相同前提下,RAHMA 算法的收敛精度比 RAHS 算法高几个数

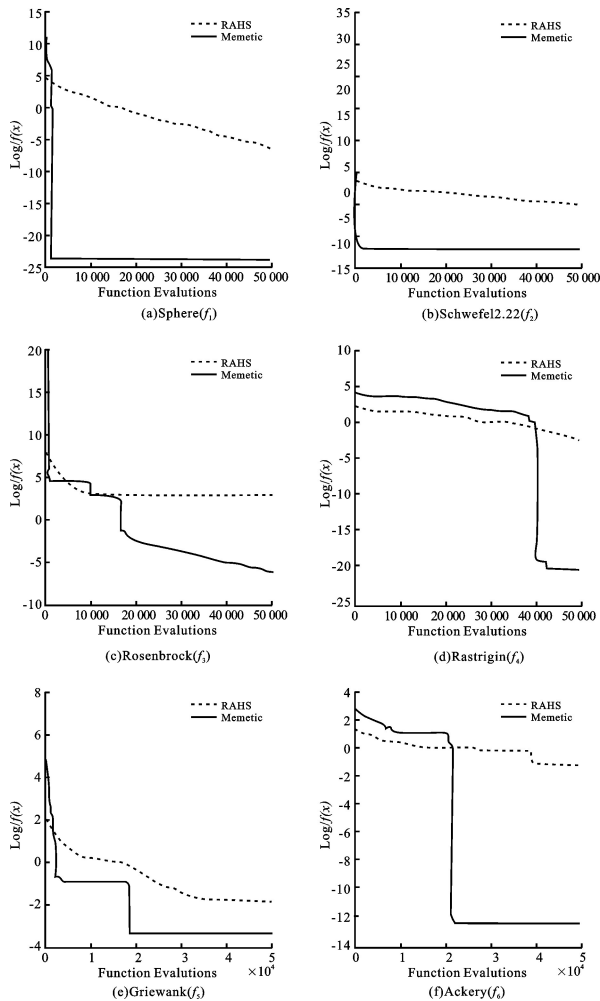


图2 两种算法在6个测试函数上的收敛曲线

量级.具体到每个函数, f_1 和 f_2 是单模函数,两种算法都能较接近最优值,但 RAHMA 算法明显收敛速度更快,这是融入了局部搜索的原因; f_3 单模但难以求解,RAHS 算法的寻优效果较差,RAHMA 算法则在几次跳跃后稳步下降,这是由于局部搜索的存在快速跳出局部极值; $f_4 \sim f_6$ 为多模函数,多次迭代后 RAHS 算法收敛于局部极值,这时 RAHMA 算法却能继续寻优过程,最后寻优精度更是远高于 RAHS 算法,主要原因是 RAHMA 算法中混沌扰动可以帮助 RAHS 算法不断地跳出局部最优,而和声搜索会为 Powell 法寻找到和声初始点.从整体来看,RAHMA 的全局收敛精度高和收敛速度快,并能有效地逃离局部最优以获得全局最优.

4 结束语

本文通过搜索机制改进和算法融合对和声搜索算法进行了改进提出了两种改进的和声搜索算法 RAHS 算法和 RAHMA 算法.在 6 个经典函数的仿真测试结果表明 RAHS 算法在收敛速度、收敛精

度和鲁棒性方面相对于现有三种典型的和声搜索算法具有不同程度的改进,特别是借鉴 memetic 思想建立的 RAHMA 效果更好.本文已证明了 RAHS 和 RAHMA 在无约束数值优化中的有效性,将这两种算法应用于约束优化问题和组合优化问题是下一步研究的方向.

参考文献:

- [1] Geem Z W, Kim J H, Loganathan G V. A new heuristic optimization algorithm: harmony search [J]. Simulation, 2001, 76(2):60-68.
- [2] Moscato P, Norman M G. A memetic approach for the traveling salesman problem implementation of a computational ecology for combinatorial optimization on message-passing systems[J]. Parallel Computing and Transputer Applications, 1992(1):177-186.
- [3] Speer N, Spieth C, Zell A. A memetic clustering algorithm for the functional partition of genes based on the gene ontology [C] // Computational Intelligence in Bioinformatics and Computational Biology, CIBCB'04, Proceedings of the 2004 IEEE Symposium on, San Diego:IEEE,2004:252-259.
- [4] Neri F, Cotta C. Memetic algorithms and memetic computing optimization: a literature review[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2012(2):1-14.
- [5] 陈宝林. 最优化理论与算法[M]. 北京:清华大学出版社,2005.
- [6] Mahdavi M, Fesanghary M, Damangir E. An improved harmony search algorithm for solving optimization problems[J]. Applied mathematics and computation, 2007, 188(2):1567-1579.
- [7] Omran M G H, Mahdavi M. Global-best harmony search[J]. Applied Mathematics and Computation, 2008, 198(2):643-656.
- [8] Geem Z W. Harmony search algorithms for structural design optimization[M]. New York: Springer-Verlag Incorporated, 2009.
- [9] 王小平, 曹立明. 遗传算法: 理论, 应用及软件实现 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2002.
- [10] Mackey M C, Tyranskińska M. Central limit theorem behavior in the skew tent map[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2008, 38(3): 789-805.

作者简介:

李永林 男, (1983-), 博士研究生. 研究方向为工业工程、智能优化.

叶春明 男, (1964-), 教授. 研究方向为工业工程.