

基于法向夹角与 Hausdorff 距离的点云精简方法研究

武敬民¹, 韩 燮¹, 李定主², 韩 焱¹, 张奥扬³

(1 中北大学 计算机与控制工程学院, 山西 太原 030051; 2 中国兵工集团 207 所, 山西 太原 030051;
3 浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027)

摘 要: 提出一种新的点云数据精简方法, 首先将包围盒内点云的平均法矢与各点法矢的夹角计算出来, 依据此夹角来判断该包围盒是否需要利用八叉树分割法继续细分, 然后利用二次参数曲面逼近法对点云拟合并计算各点的主曲率, 并依据各点主曲率的 Hausdorff 距离来提取并保留特征点. 实验表明简化效果十分明显, 能够删除大量冗余数据且保留点云的几何特征, 为后续的三维重建提高了效率.

关键词: 数据简化; 八叉树网格; 主曲率; Hausdorff 距离

中图分类号: TP317.4

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2014)04-0052-04

Point Cloud Simplification Based on Angle of Inter-normal and Hausdorff Distance

WU Jing-min¹, HAN Xie¹, LI Ding-zhu², HAN Yan¹, ZHANG Ao-yang³

(1 School of Computer and Control Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China;
2 Institute 207, China Ordnance Group, Taiyuan 030051, China;
3 College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Proposing a new point cloud data simplification method. At first, calculate the normal vectors of all the points and the average normal vector of all points in the bounding box, whether or not to subdivide the cube using octree grid division algorithm depends on the angle between the two vectors. Secondly, the point cloud is fitted using quadratic parametric curve method and principal curvatures of all points are estimated, and Hausdorff distance of principal curvatures decides to get and whether to keep the feature points. Experiments show that simplification results are obvious, can delete the redundant points in the meantime reserve the original cloud geometry features, and increases the three dimensional reconstruction efficient.

Key words: data simplification; Octree grid; principal curvatures; Hausdorff distance

1 引言

逆向工程中, 利用非接触测量工具得到的测量数据称之为点云, 具有数据量巨大、无序等特点. 依据这些点云进行曲面重构将是一项效率十分低下、占用大量的存储空间且存在可视化困难的工程. 因此, 在重构前对点云进行精简显得十分重要.

近年来, 国内外科研工作者提出了多种关于点云精简的方法. Martin 等于 1996 年提出了均匀化

网格精简方法^[1], 但其对重构对象的几何形状特征不敏感. 周波提出了以点法矢夹角作为网格是否细分的判断依据^[2], 虽然在网格划分^[3]方面十分优越, 但在精简时仅保留立方体中法矢与平均法矢最接近的点, 会造成点云的几何特征几乎完全丧失. Kim 提出依据主曲率的平方和的差来进行点云精简^[4], 但是会存在误删除特征点的可能. 朱煜等人依据 Kim 方法提出了依据主曲率的 Hausdorff 距离^[5]来进行点云精简^[6], 虽能较好地保留了特征点, 但是在

收稿日期: 2013-05-29; 修回日期: 2013-07-31

基金项目: 国家自然科学基金项目(61379080, 61071193); 国家科技支撑计划(2013BAH45F02)

高精简率下会丢失很多特征点. 本文提出一种新的方法, 本方法首先将包围盒内点云的平均法矢与点法矢的最大夹角计算出来, 依据此夹角来判断是否需要继续细分. 然后再依据网格内各点曲率的 Hausdorff 距离来保留特征点, 从而达到精简目的.

2 网格划分方法

由于点云散乱无序, 需采用八叉树来使点云结构拓扑化, 并根据每一个网格内点集的法矢来细分网格. 主要思想是网格内的曲面越复杂, 则该网格的划分越细. 步骤是: (1) 建立八叉树网格, 并搜索每一个子网格的邻域; (2) 计算出每一个点的法向; (3) 依据网格内所有点的法矢量一致的要求对网格进行细分.

2.1 八叉树空间分割及 K 邻域

2.1.1 八叉树空间分割

八叉树空间^[7]就是将一个大的包围盒分割成八个等立方体, 并依次将立方体编号, 使得每一个小立方体都有唯一的八进制编号. 例如图 1 是利用 Matlab 对 bunny 模型进行八叉树分割的结果, 并将每个立方体内所包含的最大点数设置为 300.

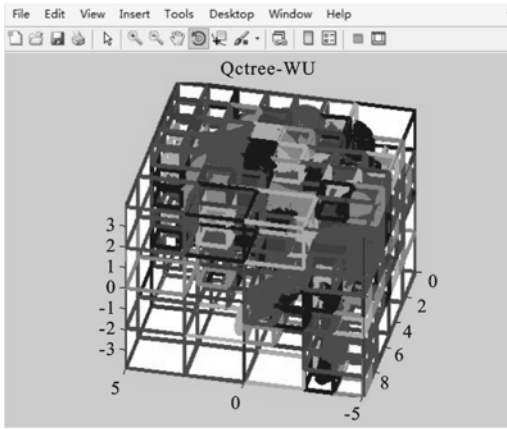


图1 bunny 模型八叉树分割

假设一个包围盒被剖分为 n 层, 则需用 n 层八叉树来表示整个空间模型, 且每个立方体均有唯一的一个八叉树节点对应. 其编码的形式表示为

$$Q = q_{n-1}8^{n-1} + \dots + q_m8^m + q_08^0 \quad (1)$$

式中, $q_m \in \{0, \dots, 7\}$, $m \in \{1, \dots, n-1\}$, 可以用从 q_0 到 q_n 来表示每一个叶节点到根节点的唯一路径. 如图 2 所示, 黑体节点的编码分别为 $\{2, 7, 24, 73\}$.

2.1.2 K 邻域

先找到包围盒内的任意一点 p , 并依据其在八叉树空间分割的编码结果得到其所在的最小立方体 C 的编码, 然后计算出的与 C 相邻的立方体的编码.

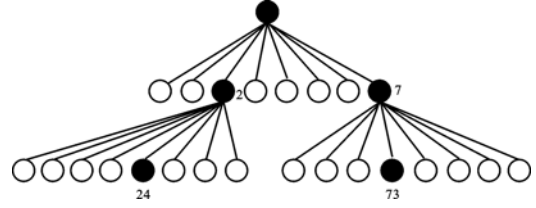


图2 八叉树结构图

最后依据欧式距离函数计算出离该点距离最小的 K 个点, 构成 K 邻域^[8].

2.2 估算点云的法矢量

本文利用主元分析法^[9]估算法矢量, 首先利用最小二乘法将点 p 及其 K 邻域内的所有点拟合得到局部平面 F , 该局部平面表示如下:

$$F(\mathbf{n}, d) = \operatorname{argmin} \sum_{i=1}^k (\mathbf{n} \cdot \mathbf{p}_i - d)^2 \quad (2)$$

式中, $\mathbf{n}$ 是局部平面 F 的法矢量, d 是 F 与坐标原点间的距离.

经简单计算可知 F 经过点 p 与其邻域所有点的中心点 $\bar{p}$, 法矢量 $\mathbf{n}$ 必须满足 $\|\mathbf{n}\|_2 = 1$, 于是只需对式(4)中的协方差矩阵 $\mathbf{M}$ 进行特征值分解, 其最小的特征值的特征向量即为我们所求点 p 的法矢量.

$$\bar{p} = \frac{1}{N_p} \sum_{p_i \in N_p} p_i \quad (3)$$

式中, N_p 是点 p 所在邻域内所有点的个数.

$$\mathbf{M} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (p_i - \bar{p})(p_i - \bar{p})^T \quad (4)$$

利用此法可计算每个点的法矢量, 但其方向可能会不一致, 需用虚拟 Z 向法进行调整^[2].

2.3 网格划分原则

本文提出网格划分的原则是依据网格内所有点的法矢量一致的要求. 比较点集的平均法矢与每一点法矢得出它们的夹角, 依据夹角大小来判断网格是否再继续细分. 使得越是复杂的曲面化分地越细, 然后再做下一步的精简.

首先计算出平均法矢量 $\mathbf{m}$, 如式(5)所示.

$$\mathbf{m} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \mathbf{p}_i \quad (5)$$

然后对平均法矢量进行单位化处理, 并计算出所有点与平均法矢量夹角的最大值来判断是否再细化. 式(6)表示向量 $\mathbf{a}(x_1, y_1, z_1)$ 和向量 $\mathbf{b}(x_2, y_2, z_2)$ 的夹角计算公式:

$$\cos(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}} \quad (6)$$

判断网格是否再次细分,依据网格内所有点与平均法矢量的夹角的最大值是否大于事先约定的阈值 h ,如若大于 h ,则说明该网格内的点的法向复杂不一致,需再次进行分割,反之,不需要分割。

3 点云精简方法

3.1 点云曲率计算

曲率是表现曲面几何性质的重要特征,假设曲面 s 是一 C^2 连续的曲面, k_1 和 k_2 是曲面上点 p 处的主曲率,这两个主曲率的乘积与平均值分别表示高斯曲率 K 和平均曲率 H 即 $K = k_1 * k_2$; $H = (k_1 + k_2)/2$ 。

本文利用二次参数曲面逼近法来计算主曲率、高斯曲率以及平均曲率。过程如下:求出距离每个网格内中心点最近的点 p_i ,依据的 K 近邻来拟合抛物面 Z ,利用 Z 的曲率特性来表示数据点的曲率特征。抛物面的方程式如式(7)所示:

$$Z = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 y^2$$

$$\text{即 } p(x, y) = (x, y, f(x, y)) \quad (7)$$

相应的偏微分计算如下所示:

$$P_x = (1, 0, a_1 + 2a_3 x), P_y = (0, 1, a_2 + 2a_4 y)$$

$$P_{xx} = (0, 0, 2a_3), P_{yy} = (0, 0, 2a_4).$$

计算曲率: $u = a_1 + 2a_3 x, v = a_2 + 2a_4 y, u_x = 2a_3, u_y = v_x = 0, v_y = 2a_4, E = 1 + u^2, F = uv, G = 1 + v^2, L = u_x / (1 + u^2 + v^2)^{1/2}, M = u_y / (1 + u^2 + v^2)^{1/2}, N = v_y / (1 + u^2 + v^2)^{1/2}$

由式(8)、(9)、(10)可以分别得到高斯曲率、平均曲率以及主曲率。

$$K = \frac{LN - M^2}{EG - F^2} \quad (8)$$

$$H = \frac{EN - 2FM + GL}{2(EG - F^2)} \quad (9)$$

$$k_1 = \frac{L}{E}, k_2 = \frac{N}{G} \quad (10)$$

3.2 Hausdorff 距离

在计算机图形学中,有多种距离测量的方式, Hausdorff 距离是较常应用的一种,它主要是用来描述两点集之间的相似程度。其距离定义如下:

给定两个点集 A 和 B ,点 a 属于 A ,点 b 属于 B ,点 a 与点集 B 之间的最小距离定义为

$$d(a, B) = \min_{b \in B} (d(a, b)) \quad (11)$$

式中, $d(a, b) = \|a - b\|$, $\| \cdot \|$ 表示为某距离范数。

点集 A 与点集 B 的单向 Hausdorff 距离为

$$h(A, B) = \max_{a \in A} (d(a, B)) \quad (12)$$

则点集 A 与点集 B 间的 Hausdorff 距离为

$$H(A, B) = \max(h(A, B), h(B, A)) \quad (13)$$

3.3 点云的几何特征解释与描述

在点云精简时必须保留点云的几何特征,因为这些特征点对重建曲面的品质起着决定性的工作,一旦被删除后会使得重建曲面有明显失真的现象。对于特征点的定义种类繁多,但无论如何定义,其共同的特点都是该特征点与其周围的点的曲率差别较大。本文利用 Hausdorff 距离的性质来判断该点是特征点与否。在网格内任一点 P 和其 K 邻域内的一点 Q ,这两点的主曲率分别是 k_1, k_2 和 k_1', k_2' ,则这两点的曲率的差别可看作 $\{k_1, k_2\}$ 和 $\{k_1', k_2'\}$ 的差别。于是可用 H 来衡量其差别大小:

$$H = \max(\max_{i=1,2} \min_{j=1,2} (\frac{\|k_i - k_j'\|}{\|k_i\| + \|k_j'\|}), \max_{j=1,2} \min_{i=1,2} (\frac{\|k_i - k_j'\|}{\|k_i\| + \|k_j'\|})) \quad (14)$$

对于分母 $(\|k_i\| + \|k_j'\|)$,当接近 0 时会产生非常大的误差,故我们需约定当分母小于临界值 ξ 时,需要用 $(\xi + \|k_i\| + \|k_j'\|)/2$ 来替换分母。

依据上面的计算方法,计算出点 P 与其邻域内的所有点的 H ,并计算出所有 H 值中最大的作为该点的 Hausdorff 距离,如若该值越大说明该点的几何特征越明显。

3.4 算法步骤及参数选取

本文的算法步骤及参数选取如下:

(1) 确定包围盒的大小,初步设定网格大小,构造列表。

(2) 计算网格内点的法向量与所有点的平均法矢的最大夹角,与阈值 h (本文设置为 35 度)比较,大于 h 则继续细分,否则划分停止。

(3) 计算出网格内的所有点的曲率,并计算出点 p 及邻域内其他点曲率的 Hausdorff 距离。

(4) 循环(3)算法计算出所有点曲率的 Hausdorff 距离,选定 $\xi = 10^{-3}$,若 Hausdorff 距离小于 ξ 时,则删除该点。(5) 利用(4)遍历所有点,精简结束。

4 实验结果及分析

本文实验的硬件环境为 AMD X4 740, 4 GB 内存。软件环境为 Win8 64 位操作系统、VS2008 C++、OpenGL,所用点云数据来自斯坦福大学网站^[10]。

从图 3 和表 1 可以看出,本文算法与文献[6]的

算法精简后的点数接近,但本文算法所得 Dragon 模型的头部、尾部、前后脚布有明显多的特征点,而表面变化平缓的部分如龙腰部的点数明显少。

表1 两种方法精简结果对比

模型类别	原始点数	文献[6]方法		本文方法	
		简化点数	精简率	简化点数	精简率
Dragon	50 000	5 216	89.4%	5 027	90%
Bunny	34 835	4 312	87.7%	4 215	87.9%
Buddha	49 990	6 575	86.8%	6 428	87.1%



图3 Dragon 模型的点云

从图4和表1可知,相比文献[6]中的算法,本文算法所得 Bunny 的耳朵边缘、低盘的特征点明显较多,而胸部、背部的点数较少。



图4 Bunny 模型的点云

从图5和表1可知,本文算法所得 Buddha 几何特征明显,双手所举的不规则物体、褶皱的衣服尤其衣角处点云明显密集.本文算法明显对文献[6]中的算法有明显改进。



图5 Buddha 模型的点云

5 结束语

本文对文献[2,6]中的缺陷进行了改进,依据平均法矢与点发矢的最大夹角来判断网格是否细分,再利用主曲率的 Hausdorff 距离的大小来保留特征点.实验表明该方法能够保留大量的特征点,而且在提高精简率的同时点云轮廓非常清晰。

参考文献:

- [1] Martin R R, Stroud I A, Marshall A D. Data reduction for reverse engineering[J]. The mathematics of surfaces, 1996(1068): 85-100.
- [2] 周波,陈银刚,顾泽元. 基于八叉树网格的点云数据精简方法研究[J]. 现代制造工程, 2008(3): 64-67.
- [3] 章舒娟,姜晓峰. 一种 STL 中交错三角片的识别与删除算法[J]. 微电子学与计算机, 2010(11): 143-150.
- [4] Kim S-J, Kim C H, Levin D. Surface Simplification using a discrete curvature normal [J]. Computer & Graphics, 2002, 26(5): 657-663.
- [5] 白彦冰. 自由曲线到自由曲线曲面 Hausdorff 距离近似值的计算[D]. 北京:清华大学, 2011.
- [6] 朱煜,康宝生,李洪安,等. 一种改进的点云精简方法[J]. 计算机应用, 2012, 32(2): 521-524.
- [7] 邵正伟,席平. 基于八叉树编码的点云数据精简方法[J]. 工程图学学报, 2010(4): 73-76.
- [8] 张毅,刘旭放,隋颖,等. 基于 K-近邻点云去噪算法的研究与改进[J]. 计算机应用, 2009(4): 1011-1014.
- [9] 孙殿柱,范志先,李延瑞,等. 散乱数据点云型面特征分析算法的研究与应用[J]. 机械工程学报, 2007, 43(6): 133-136.
- [10] 斯坦福大学. 点云数据[EB/OL]. [2013-06-06]. <http://www.mrblesummers.com/3562/download>.

作者简介:

武敬民 男, (1986-), 硕士研究生. 研究方向为计算机图形学、计算机仿真。