

基于重采样技术改进的粒子滤波算法

李小婷, 史健芳

(太原理工大学 信息工程学院, 山西 太原 030024)

摘 要: 基于传统重采样技术的粒子滤波算法存在着计算量大、粒子枯竭现象严重、估计精度较差的缺陷, 针对这些问题, 提出一种基于重采样技术改进的粒子滤波算法(Improved Resample Particle Filter, IRPF). 该算法首先在重采样时对粒子进行处理, 得到新粒子集; 然后对所有的粒子进行分类, 得到两类粒子集, 对中等权值粒子集不进行重采样; 最后对大权值粒子和小权值粒子组成的粒子集先进行判断, 若符合重采样条件, 则对其使用线性组合方式进行重采样得到新粒子. 仿真结果表明, 提出的算法是可行的.

关键词: 粒子滤波; 重采样; 粒子多样性; 粒子枯竭

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1000—7180(2016)09—0164—05

The Particle Filter Algorithm Based on Improved Resampling Techonology

LI Xiao-ting, SHI Jian-fang

(College of Information Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: There exists some defects in Particle Filter algorithm based on the traditional resampling techonology such as large calculation ,severe particle impoverishment, low estimation accuracy and so on. To solve these problems, this paper proposes an improved Particle Filter algorithm based on resampling techonology. First, the initial particles need to be processed before resampling to get a new set of particles. Then all the particles are divided into two types; one is medium weight particle collection, the other one is large weight and small weight particle collection. The medium weight particle collection remain unchanged without resampling. However, the other one collection first has to be judged whether it can satisfy the condition for resampling. Finally, a linear combination of large weight and small weight particles will be used to get new particles if it meets the resampling requisites. Results of simulation shows that the proposed improved Particle Filter algorithm is feasible.

Key words: particle filter; resampling; particle diversity; particle impoverishment

1 引言

粒子滤波 (Particle Filter, PF) 是一种以蒙特卡罗方法和贝叶斯估计理论为基础的非线性统计滤波方法, 它可以有效地解决非线性非高斯动态系统中的状态估计问题, 而且精度逼近最优估计^[1]. 粒子滤波具有简单易行、高精度等特点, 同时计算机运算能力的急剧增长也为其物理实现提供了条件, 使得粒子滤波方法在工程学、经济统计、基因学、生物学、机

动目标跟踪、信号处理等领域得到了广泛的应用.

粒子滤波的基本原理是通过在状态空间中寻找一系列随机加权样本 (即粒子) 来对后验概率密度函数进行近似, 用样本均值来取代积分运算, 最终实现对状态的估计^[2].

粒子滤波过程中存在着粒子退化现象, 为了避免此现象, Gordon 等人在滤波过程中引入了重采样步骤. 经过众多学者的研究, 目前已有多种重采样算法, 但是, 基于传统重采样技术的粒子滤波算法存在

着明显的缺陷.第一,传统重采样算法没有考虑粒子分布集中在高似然区的情况,这样会在一定程度上影响估计精度;第二,传统重采样算法对滤波过程中所有的采样粒子进行重采样,这种过度的重采样增大了算法的计算量,导致实时性较差;第三,传统重采样算法完全丢弃了权值较小的粒子,在经过若干次迭代之后使得相同的粒子越来越多,导致粒子丧失多样性.针对基于传统重采样技术的粒子滤波算法中存在的这三个缺陷,本文提出一种基于重采样技术改进的粒子滤波算法(Improved Resample Particle Filter, IRPF).该算法具有估计精度高、实时性好,可以保证粒子多样性的优点.

2 贝叶斯估计

在信号处理、无线通信、目标跟踪等工程应用中,其基本任务就是从含有噪声的观测值中去递推地估计不可观测的系统状态,该系统就是动态系统.经常采用图1所示的状态空间模型来描述动态系统.

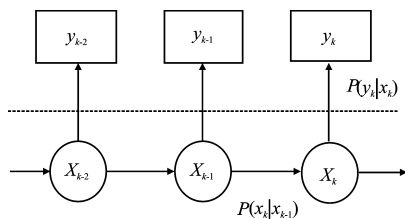


图1 状态空间模型

状态空间模型可数学描述为

$$x_k = f(x_{k-1}) + u_{k-1} \quad (1)$$

$$y_k = h(x_k) + v_k \quad (2)$$

式中, $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 均是非线性函数; $f(\cdot)$ 是状态转移方程; $h(\cdot)$ 是观测方程; x_k 是 k 时刻的系统状态值; y_k 是 k 时刻的观测值; u_k 是系统噪声; v_k 是观测噪声; 噪声 u_k 和 v_k 相互独立且概率密度函数均已知^[3]. 为了描述简便, 后面统一用 $x_{0:k} = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ 表示 0 到 k 时刻所有的系统状态值, $y_{0:k} = \{y_0, y_1, \dots, y_k\}$ 表示 0 到 k 时刻所有的观测值.

贝叶斯滤波是以贝叶斯定理为基础的统计估计理论, 与经典统计估计方法的不同之处在于贝叶斯滤波把待估计的状态假设成一个随机变量, 而要估计的则是其特定的一个现实, 这样可以充分利用状态的先验知识. 它通过贝叶斯公式先求解出后验概率密度 $p(x_k | y_{0:k})$ 或滤波概率密度 $p(x_{0:k} | y_{0:k})$, 然后获得状态的最优估计. 贝叶斯滤波过程由预测

和更新两个阶段构成, 假设 $k-1$ 时刻的概率密度函数 $p(x_{k-1} | y_{0:k-1})$ 是已知的, 则贝叶斯滤波的过程如下^[4] 所示.

(1) 预测过程, 通过动态系统的状态空间模型来预测 k 时刻的状态先验概率密度函数 $p(x_k | y_{0:k-1})$, 即:

$$p(x_k | y_{0:k-1}) = \int p(x_k | x_{k-1}) p(x_{k-1} | y_{0:k-1}) dx_{k-1} \quad (3)$$

(2) 更新过程, 使用当前 k 时刻获得的系统观测值对预测过程得到的先验概率密度函数 $p(x_k | y_{0:k-1})$ 进行修正, 然后得到 k 时刻的后验概率密度函数 $p(x_k | y_{0:k})$, 即:

$$p(x_k | y_{0:k}) = \frac{p(y_k | x_k) p(x_k | y_{0:k-1})}{p(y_k | y_{0:k-1})} \quad (4)$$

其中, $p(y_k | y_{0:k-1})$ 为归一化常数, 且有

$$p(y_k | y_{0:k-1}) = \int p(y_k | x_k) p(x_k | y_{0:k-1}) dx_k \quad (5)$$

贝叶斯滤波通过式(3)和(4)给出了后验概率密度函数 $p(x_k | y_{0:k})$ 的最优解, 而状态的最优估计值则可通过对后验概率密度函数进行求解得到. 但是, 对于非线性、非高斯模型, 一般很难找到一个完整的解析式来描述这样的概率密度函数. 因此, 需要使用近似算法来得到状态的贝叶斯估计, 尤其是可以用近几年来发展起来的粒子滤波算法 PF 来获得次优贝叶斯解.

3 基本粒子滤波算法

序贯重要性抽样算法(Sequential Importance Sampling, SIS)是一种基本的蒙特卡洛方法, 是粒子滤波的基础. 序贯重要性抽样方法的主要思想就是通过迭代进行重要性抽样, 保留先前所有时刻点粒子的状态, 只抽样当前时刻点的粒子, 序贯重要性抽样是重要性抽样的扩展. 通常把使用 SIS 的蒙特卡洛方法称为序贯蒙特卡洛方法, 或者更简单地称为粒子滤波方法. 但是, SIS 过程中存在着一个非常严重的缺陷, 即经过若干次迭代之后除了小部分粒子, 大部分粒子的重要性权值会变得非常小直到趋于 0, 此时粒子点不能有效的表示当前后验分布, 称之为粒子退化现象^[5]. 重采样方法的引入就是为了解决退化现象, 其主要思想是丢弃小权重粒子, 通过复制大权重的粒子来代替它们^[6]. 重采样是粒子滤波过程中唯一不依赖于系统模型和具体应用的采样方法, 它的好坏可以直接影响估计的准确度. 将

SIS 算法和重采样结合起来才构成了基本粒子滤波算法. 因此, 基本粒子滤波算法中最重要的步骤是序贯重要性抽样、权值更新、重采样^[7], 具体实现过程归纳如下所示.

(1) 初始化: 取 $k = 0$ 时刻, 从先验概率密度 $p(x_0)$ 中采样产生初始粒子集 $\{x_0^i\}_{i=1}^N$, 且令初始粒子权值为 $\left\{w_k^i = \frac{1}{N}\right\}_{i=1}^N$, 其中 N 为粒子集中粒子的数目.

(2) 序贯重要性抽样: 假设 $k - 1$ 时刻的粒子状态为 $\{x_{k-1}^i\}_{i=1}^N$ (其中 $k > 1$), 其对应的重要性权值为 $\{w_{k-1}^i\}_{i=1}^N, i = 1, 2, \dots, N$, 则对每个粒子进行如下步骤.

① 产生新粒子

从重要性函数 $q(x_k | x_{0:k-1}^i, y_{0:k})$ 中抽取 x_k^i , 从而得到更新状态后的粒子集 $\{x_k^i\}_{i=1}^N$, 且 $x_k^i = f(x_{k-1}^i)$.

② 更新粒子重要性权值

根据式(6)依次更新粒子的重要性权值

$$w_k^i = w_{k-1}^i \frac{p(y_k | x_k^i) p(x_k^i | x_{k-1}^i)}{q(x_k^i | x_{0:k-1}^i, y_{0:k})} \quad (6)$$

式中, $i = 1, 2, \dots, N, w_k^i$ 是第 i 个粒子对应的重要性权值.

③ 权值归一化

使用式(7)归一化粒子的重要性权值, 其中 $i = 1, 2, \dots, N$.

$$\tilde{w}_k^i = \frac{w_k^i}{\sum_{j=1}^N w_k^j} \quad (7)$$

(3) 重采样: 在重采样开始之前先设定一个有效样本数 N_{th} 作为阈值, 根据式(8)判断是否进行重采样. 如果需要重采样, 则选择合适的重采样算法进行重采样, 同时, 所有粒子的重要性权值变回 $\frac{1}{N}$.

$$\hat{N}_{eff} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N (w_k^i)^2} < N_{th} \quad (8)$$

式中, $\hat{N}_{eff}$ 是有效抽样尺度^[8], 它的数值越小, 则说明退化现象越严重.

(4) 输出结果

$$\hat{x}_k = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_k^i x_k^i \quad (9)$$

式中, $\tilde{x}_k^i, \hat{x}_k$ 分别表示 k 时刻重采样后得到的粒子与 k 时刻的状态估计值.

粒子滤波流程如图 2 所示.

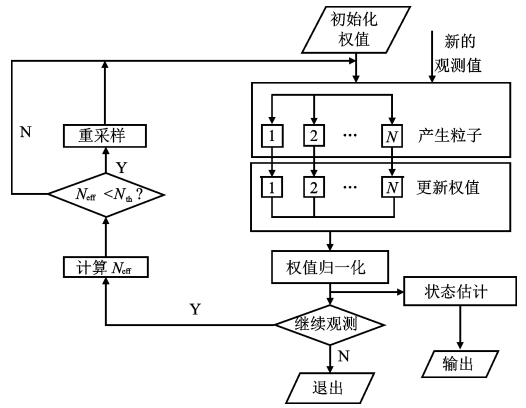


图 2 基本粒子滤波算法流程图

4 基于重采样技术改进的粒子滤波算法

基于传统重采样的粒子滤波算法只是根据粒子权值按一定的规则进行重采样, 没有考虑粒子是否分布于高似然区, 这样势必会导致估计精度降低; 同时因为传统重采样算法是对所有粒子都进行重采样, 这样增加了计算量, 导致实时性较差; 而且传统重采样算法完全丢弃了较小权重的粒子, 只是单纯地复制较大权重的粒子, 这样在经过若干次迭代之后会产生粒子枯竭问题, 从而会影响估计性能. 本文针对这三个缺陷对重采样技术进行改进, 提出一种改进的粒子滤波算法 IRPF, 该算法的具体思路是: 首先在重采样时先对粒子进行预处理, 将小权值粒子向高似然区进行移动, 使其权值得到极大提高, 从而得到新粒子集. 然后根据设定的阈值对所有的粒子进行分类, 得到两类粒子集: 中等权值粒子集和由大权值、小权值粒子构成的粒子集. 最后对中等权值粒子不进行重采样, 对大权值、小权值粒子集先进行有效抽样尺度判断, 如果需要重采样, 则对大权值粒子和小权值粒子进行线性组合重采样得到新粒子.

具体算法描述如下所示.

(1) 预处理

在 k 时刻从先验分布 $p(x_k | x_{k-1})$ 中获得初始粒子集 $\{x_k^i\}_{i=1}^N$, 取出粒子对 $\{(x_k^i, w_k^i); (x_k^{i+1}, w_k^{i+1}), i = 1, 3, 5, \dots, N-1\}$ 进行处理, 如果 $w_k^{i+1} > w_k^i$, 则令 $x_k^i = \frac{x_k^i + x_k^{i+1}}{2}$, 得到新粒子, 同时要重新计算该粒子的权值 w_k^i , 而且要保证权值介于 w_k^i 和 w_k^{i+1} 之间, 经过处理后得到新的信息为 $\{x_k^i, w_k^i\}$.

(2) 对粒子进行分类

通过设置两个权值阈值 w_l 和 $w_h (0 < w_l < w_h)$, 把粒子分成两个类别.

A类粒子 $\{(x_k^i, w_k^i); w_k^i \leq w_l, w_k^i \geq w_h, i = 1, 2, \dots, N\}$;

B类粒子 $\{(x_k^i, w_k^i); w_l < w_k^i < w_h, i = 1, 2, \dots, N\}$.

其中,A类粒子是大权值粒子和小权值粒子组成的集合,A类集合中粒子的总数记为 N_A ;B类粒子是中等权值粒子组成的集合,B类集合中粒子的总数记为 N_B .则有 $N_A + N_B = N$.

(3) 处理B类粒子

由于B类粒子是由中等权值粒子组成的集合,其粒子权值的稳定性较高,所以对其不进行重采样,直接保留即可.

(4) 处理A类粒子

对于A类粒子,先求其有效抽样尺度 $\hat{N}_{\text{eff}}$,再将 $\hat{N}_{\text{eff}}$ 与预先设定的阈值 N_{th} 比较,如果 $\hat{N}_{\text{eff}} < N_{\text{th}}$,则对A类粒子集中的粒子进行重采样.其中,A类粒子集中的粒子权值或者大或者小,对这两种粒子使用如下所示的线性方程式进行重采样:

$$x_n = x_s + KL(x_a - x_s) \quad (10)$$

式中, x_n 是新产生的粒子; x_s 是A类粒子集中被重复选择的权重较大的粒子; x_a 是A类粒子集中权重较小的粒子; K 是步长系数,可以根据需要选择合适的 K ; L 是 $(x_a - x_s)$ 方向上的合适步长,若新产生粒子的权重比原粒子的权重小,则令 L 变成原来的一半,再产生新粒子^[9],而 L 的计算公式为

$$L = \left[\frac{1}{N_A w} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (11)$$

式中, N_A 表示A类粒子集中粒子的数目, w 表示任意一个采样粒子邻域空间内采样粒子的分布概率, m 表示采样空间的维数.

5 算法仿真及结果分析

为了验证算法的有效性,本文采用非线性、非高斯的单变量非静态增长模型^[10]进行仿真,该模型的状态转移方程和观测方程分别如下:

$$x_n = 0.5x_{n-1} + \frac{25x_{n-1}}{1+x_{n-1}^2} + 8\cos[1.2(n-1)] + u_{n-1} \quad (12)$$

$$y_n = \frac{1}{20}x_n^2 + v_n \quad (13)$$

仿真中,取过程噪声 $u_{n-1} \sim N(0, 0.2)$,观测噪声 $v_n \sim N(0, 0.1)$,初始时刻的状态 $x_0 = 0.1$,取时间步长为 $n = 50$,粒子数目 $N = 100$,步长系数 $K = 0.4$,阈值下限 $w_l = \frac{1}{50}$,阈值上限 $w_h = \frac{1}{200}$,进行重采样的

阈值 $N_{\text{th}} = 25$.图3是按上述仿真条件进行一次独立实验后获得的真实轨迹与三种粒子滤波算法得出的状态估计值的结果比较图.图中,True State代表真实轨迹,TRPF(Traditional Resample Particle Filter)代表基于传统重采样的标准粒子滤波算法、LRPF(Linear-combination Resample Particle Filter)代表基于线性组合重采样的粒子滤波算法、IRPF代表基于重采样技术改进的粒子滤波算法.

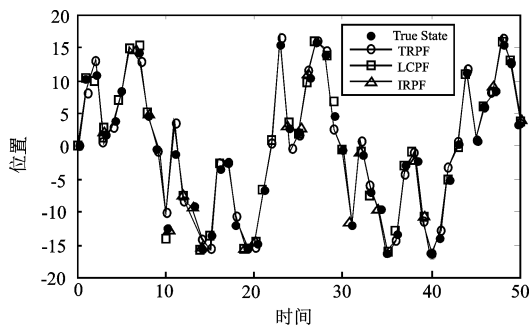


图3 三种粒子滤波算法的状态估计值比较图

从图3中可以看出,基于传统重采样的标准粒子滤波算法TRPF的状态估计值有时候会严重偏离真实值,主要是因为似然函数集中程度比状态转移密度函数的高.其次,由于仿真实验中选取的粒子数目较少,还有滤波过程中采用传统重采样算法产生了严重粒子枯竭从而导致估计较差.与之前的粒子滤波算法TRPF相比,基于线性组合重采样的粒子滤波算法LRPF利用线性组合方式进行重采样,使用了权值较小的粒子信息,使得粒子枯竭现象得到了改善,从而使得估计效果有了明显地提高;而本文提出的改进粒子滤波算法IRPF所估计的状态可以较好地吻合真实状态,估计性能高于以上两种算法,同时粒子多样性也得到了保证.

为了更好地比较出改进的粒子滤波算法IRPF在状态估计中优于其他两种算法,给出均方根误差^[11]的计算公式:

$$\text{RMSE} = \left[\frac{1}{T} \sum_{k=1}^T (x_k - \hat{x}_k)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

式中, T 表示进行一次实验的时间步长, x_k 和 $\hat{x}_k$ 分别表示 k 时刻的真值和估计值.图4所示为进行50次独立实验仿真的RMSE结果对比.

从图4和表1中可以看出,在50次独立仿真实验中,基于传统重采样的标准粒子滤波算法TRPF的均方根误差较大,其估计精度较差;采用基于线性组合重采样的粒子滤波算法LRPF后,均方根误差已经减小了很多,由于引入了被抛弃的粒子,充分利

用了粒子信息,粒子枯竭现象得到了缓解.而本文提出基于重采样技术改进的粒子滤波算法 IRPF,其估计值和真实值较接近,均方根误差是最小的,其估计精度更高,而且用时较短.因此,基于重采样技术改进的粒子滤波算法是有效的.

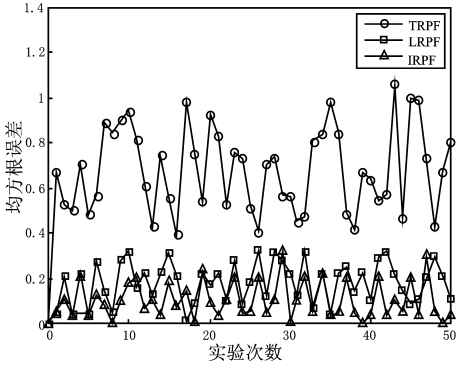


图 4 三种粒子滤波算法的均方根误差曲线图

表 1 三种粒子滤波算法的性能比较

算法	RMSE 的均值	RMSE 的方差	平均运行耗时/s
TRPF 算法	0.666 80	0.043 13	0.032 7
LRPF 算法	0.186 99	0.012 14	0.043 5
IRPF 算法	0.102 07	0.006 92	0.029 7

6 结束语

本文针对粒子滤波中传统重采样算法存在的几个缺陷,提出了基于重采样技术改进的粒子滤波算法.通过将小权值粒子向高似然区移动,使得小权值粒子的权值得到增加的同时也增加了粒子的多样性,这样可以极大地提高状态估计初期的性能.然后通过设置高低阈值将粒子分为两个集合,对于 B 类粒子不进行重采样,这样大大减少了进行重采样的粒子数目,降低了计算量,在一定程度上可以提高算法的实时性.对于 A 类粒子集,先进行重采样判定,若符合重采样条件,则对大权值与小权值的粒子采用线性组合方式进行重采样产生新粒子,充分利用

了小权值粒子的信息,在一定程度上改善了粒子枯竭现象.通过实验仿真,表明 IRPF 算法保证了粒子多样性,有效地提高了粒子滤波性能,同时还减少了运行时间,所以是可行而且有效的.

参考文献:

[1] 王法胜,鲁明羽,赵清杰,等. 粒子滤波算法[J]. 计算机学报,2014,37(8):1679-1694.

[2] 胡士强,敬忠良. 粒子滤波算法综述[J]. 控制与决策,2005,20(4):361-365.

[3] 谷文华,蒋念平,李振兴. 基于粒子滤波的 TLD 目标跟踪算法[J]. 电子科技,2015,28(12):45-47.

[4] 金乃高. 音视频联合说话人定位与跟踪方法研究[D]. 大连:大连理工大学,2008.

[5] 冯驰,王萌,汲清波. 粒子滤波器重采样算法的分析与比较[J]. 系统仿真报,2009,21(4):1101-1105.

[6] 于春娣,丁勇,李伟,等. 一种基于改进重采样的粒子滤波算法[J]. 计算机应用与软件,2013,30(2):296-299.

[7] Li T, Bolic M, Djuric P M. Resampling Methods for Particle Filtering: Classification, implementation, and strategies[J]. Signal Processing Magazine, IEEE, 2015, 32(3): 70-86.

[8] 刘凯,黄青华. 粒子滤波的原理及应用[M]. 北京:知识产权出版社,2010.

[9] 邹国辉,敬忠良,胡洪涛. 基于优化组合重采样的粒子滤波算法[J]. 上海交通大学学报,2006,40(7):1135-1139.

[10] 赵琳,聂琦,高伟. 基于 MCMC 方法的正则粒子滤波算法及其应用[J]. 仪器仪表学报,2008,29(10):2156-2162.

[11] 李娟,刘晓龙,卢长刚,等. 改进的粒子滤波重采样算法[J]. 吉林大学学报(工学版),2015,45(6):2069-2074.

作者简介:

李小婷 女,(1990-),硕士研究生.研究方向为无线传感器网络目标跟踪的研究. E-mail:dianalee19900808@sina.com