

混合随机量子鲸鱼优化算法求解 TSP 问题

闫 旭, 叶春明

(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

摘 要: 为克服基本鲸鱼优化算法(WOA)解决 TSP 问题时收敛精度低、容易陷入局部最优的缺陷, 本文借鉴量子计算思想提出了四种算法改进方案, 并进行了基于 TSP 标准测试实例的仿真实验及与文献中其他算法的对比分析. 研究发现, 在解决 TSP 问题时混合随机量子鲸鱼优化算法(HSQWOA)收敛精度更高、全局搜索能力更强, 能够跳出局部最优, 具有更加优越的性能.

关键词: TSP 问题; 鲸鱼优化算法(WOA); 量子计算; 2-opt; 混合算法

中图分类号: TP18

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2018)08-0001-05

Hybrid Stochastic Quantum Whale Optimization Algorithm Solving Travelling Salesman Problem

YAN Xu, YE Chun-ming

(Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: To overcome whale optimization algorithm's disadvantages of poor convergence and being easily trapped in local optima in solving travelling salesman problem, this paper proposed 4 schemes to improve the algorithm based on the idea of quantum computation. Then this paper provided comparative analysis on different schemes and algorithms based on a set of TSP benchmark instances. Simulation results show that the proposed hybrid stochastic quantum whale optimization algorithm (HSQWOA) has the merits of higher convergence accuracy, higher local optima avoidance and better exploration in solving travelling salesman problem.

Key words: travelling salesman problem; whale optimization algorithm; quantum computation; 2-opt; hybrid algorithm

1 引言

TSP 问题 (Travelling Salesman Problem), 是广泛存在于实际生活与工程中的经典的离散组合优化问题, 已被证明为 NP-hard 问题^[1], 找不到一个多项式时间算法来精确地求解其最优解^[2]. 利用智能优化算法求解 TSP 问题, 已经成为该领域的研究热点. 因此, 本文将采用一种新兴的智能算法对 TSP 问题进行求解研究^[3].

鲸鱼优化算法 (Whale Optimization Algorithm, WOA), 是新兴的元启发式种群智能算法. 当前对于 WOA 算法的研究, 可分为算法应用与算法

改进两个方面. 在算法的应用方面, 鲸鱼优化算法已被应用到能源调度、选址规划、工业设计、医学分析等领域. 在算法的改进方面, 针对算法在解决不同问题时的缺陷, 从种群初始化方法、种群多样性、局部开发与全局搜索能力等角度对其进行了优化; 如, 刘竹松等^[4] (2017 年) 提出了正余混沌双弦鲸鱼优化算法 (CSCWOA), 郭振洲等^[5] (2017 年) 提出了基于自适应权重和柯西变异的鲸鱼优化算法 (WOAWC).

综上所述, 鲸鱼优化算法多用于连续优化问题, 尚未被应用到 TSP 问题中. 因此, 本文将尝试利用鲸鱼优化算法解决 TSP 问题, 并借鉴量子计算思想

收稿日期: 2017-11-13; **修回日期:** 2017-12-22

基金项目: 国家自然科学基金 (71271138); 上海理工大学科技发展项目 (16KJFZ028); 上海市高原学科项目“管理科学与工程” (GYXK1201)

对其进行改进.

2 旅行商问题(TSP)

TSP 问题可简要描述为:有 n 个城市,各城市间的距离已知,旅行商选择某一城市作为起点,对所有城市进行遍历访问,且每个城市仅能访问一次,并最终回到出发城市,求得一种访问次序使其所走路线最短^[6].

假设城市数量为 n ,城市 i 与城市 j 之间的距离设为 d_{ij} ,则 TSP 问题的目标函数和约束条件分别为

$$\min Z = \sum_{i,j=1, i \neq j}^n x_{ij} d_{ij} \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \\ x_{ij} \in \{0,1\} \end{cases} \quad (2)$$

式中, $x_{ij} = 1$ 表示访问城市 i 后访问城市 j ;反之, $x_{ij} = 0$. 然而,随着城市的数目增加,其算法复杂性将呈指数增加,会出现的“组合爆炸”现象. 由于 TSP 问题的解是多维的、多局部极值的、趋于无穷大的. 所以当城市数目过大时,用枚举搜索策略几乎是不可能做到^[7].

3 混合随机量子鲸鱼优化算法

3.1 基本鲸鱼优化算法(WOA)

WOA 算法受启发于座头鲸的觅食行为. 座头鲸发现猎物后,通过制造气泡网的方式,以形似螺旋的路径进行觅食. 其具体行为,包含“缩小环绕距离(Shrinking encircling mechanism)”、“随机游走搜寻(Search for prey)”、“位置螺旋更新(Spiral updating position)”等三个主要方式. 其数学描述如下所示:

$$\vec{X}(t+1) =$$

$$\begin{cases} \vec{X}^*(t) - \vec{A} \cdot \vec{D}, & p < 0.5 \text{ and } |\vec{A}| < 1 \\ \vec{X}_{\text{rand}} - \vec{A} \cdot \vec{D}_{\text{rand}}, & p < 0.5 \text{ and } |\vec{A}| \geq 1 \\ \vec{X}^*(t) + e^{il} \cos(2\pi l) \vec{D}, & p \geq 0.5 \end{cases} \quad (3)$$

$$\vec{A} = 2a \cdot \vec{r}_1 - a \quad (4)$$

$$\vec{D} = |\vec{C} \cdot \vec{X}^*(t) - \vec{X}(t)| \quad (5)$$

$$\vec{D}_{\text{rand}} = |\vec{C} \cdot \vec{X}_{\text{rand}} - \vec{X}(t)| \quad (6)$$

$$\vec{D} = |\vec{X}^*(t) - \vec{X}(t)| \quad (7)$$

$$\vec{C} = 2\vec{r}_2 \quad (8)$$

$$a = 2 - \frac{2t}{T_{\max}} \quad (9)$$

式(3)代表鲸鱼个体的“缩小环绕距离(Shrinking encircling mechanism)”行为. 式中, t 表示当前的迭代次数, 向量 $\vec{X}(t)$ 表示座头鲸的当前位置, 向量 $\vec{X}(t+1)$ 表示座头鲸迭代更新后的位置, 向量 $\vec{X}^*(t)$ 表示鲸群中的最佳觅食位置. “ $\cdot$ ”表示点乘, “ $|\cdot|$ ”表示取绝对值;系数 p 、向量 $\vec{C}$ 和向量 $\vec{A}$ 控制鲸鱼个体的游走方式, 其中 p 为 $[0,1]$ 之间的随机数, $\vec{r}_1$ 和 $\vec{r}_2$ 为 $(0,1)$ 的随机向量, $T_{\max}$ 为最大迭代次数, a 的值随着迭代次数的增加由 2 向 0 线性递减.

式(4)代表鲸鱼个体的“随机游走搜寻(Search for prey)”行为, 表示鲸鱼个体随机向其他个体游走靠近. 式中, $\vec{X}_{\text{rand}}$ 表示鲸鱼群中随机的其他鲸鱼个体.

式(5)代表鲸鱼个体的“位置螺旋更新(Spiral updating position)”行为. 式中, b 为定义对数螺旋形状的常数, l 为 $[-1,1]$ 之间的随机数, 二者可控制鲸鱼个体采用螺旋方式进行位置更新. 当 $l = 1$ 时鲸鱼个体距离觅食目标最远, 当 $l = -1$ 时鲸鱼个体距离觅食目标最近.

3.2 量子鲸鱼优化算法

3.2.1 量子计算

量子计算(Quantum Computation, QC)是受国内外学者关注的前沿学科, 1982 年首先由 Richard Feynman 提出^[8]. 量子比特(quantum bit), 是量子计算中信息的基本存储单位, 分为单量子比特、双量子比特和多量子比特. 不同于经典比特, 量子比特可以连续、随机地存储于两个极化状态的任意叠加态^[9].

单量子比特的叠加状态可以表示为:

$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (12)$$

$$1 = |\alpha|^2 + |\beta|^2 \quad (13)$$

式(12)中, $|0\rangle$ 及 $|1\rangle$ 为量子计算中以狄拉克记号表示的微观粒子的两种基本状态; α 及 β 是一对复数, 表示量子态的概率幅. 式(13)表示概率幅的归一化条件.

量子逻辑门是进行量子状态逻辑变换的量子装置, 是量子计算实现的基础. 量子旋转门是量子逻辑门的一种, 可表示为:

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (14)$$

利用量子旋转门更新量子状态的过程可以表示为:

$$\begin{bmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{bmatrix} = R(\theta) \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (15)$$

式(15)中, θ 为量子旋转的角度; $\begin{bmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{bmatrix}$ 为量子更新后

的概率幅^[9].

3.2.2 量子鲸鱼优化算法

利用量子计算的思想对基本鲸鱼优化算法进行改进,将量子旋转门操作引入其位置更新方式中,以提升基本算法的种群多样性和收敛精度. 设 $\overrightarrow{QX}(t)$ 为经过量子旋转门操作后鲸鱼个体在解空间的间位置.

由式(13)得 $\beta = \sqrt{1-\alpha^2}$, 进一步得到量子旋转门的简化更新过程为:

$$\alpha' = |\alpha * \cos(\theta) - \sqrt{1-\alpha^2} * \sin(\theta)| \quad (16)$$

对于式(15)而言,式(16)的操作方式被称为单链编码量子旋转门操作^[10]. 则,鲸鱼个体的位置经过单链编码量子旋转门操作后为:

$$\overrightarrow{QX}(t) = |\overrightarrow{X}(t) * \cos(\theta) - \sqrt{1-\overrightarrow{X}(t)^2} * \sin(\theta)| \quad (17)$$

对鲸鱼个体进行量子旋转门操作后,择优保留旋转后的解与旋转之前的解,并称改进后的算法为量子鲸鱼优化算法(quantum whales optimization algorithm, QWOA).

3.3 混合随机量子鲸鱼优化算法

QWOA 算法,可分为如下实现方式:①对所有鲸鱼个体所有维度进行量子旋转更新. ②对所有鲸鱼个体部分维度进行量子旋转更新. ③对部分鲸鱼个体所有维度进行量子旋转更新. ④对部分鲸鱼个体部分维度进行量子旋转更新.

设 p_Q 为鲸鱼个体每个维度进行量子旋转操作的概率值, n 为鲸鱼群中所有鲸鱼的数量, n_Q 为进行量子旋转操作鲸鱼的数量. 则可知,当 $p_Q = 0$ 或 $n_Q = 0$ 时,算法即为 WOA 算法;当 $p_Q = 1$ 且 $n_Q = n$ 时,算法即为 QWOA 算法的第一种实现方式;当 $0 < p_Q < 1$ 且 $n_Q = n$ 时,算法即为 QWOA 算法的第二种实现方式;当 $p_Q = 1$ 且 $0 < n_Q < n$ 时,算法即为 QWOA 算法的第三种实现方式;当 $0 < p_Q < 1$ 且 $0 < n_Q < n$ 时,算法即为 QWOA 算法的第四种实现方式.

将上述四种算法的实现方式,分别称为量子鲸鱼优化算法(quantum whale optimization algorithm, QWOA)、随机量子鲸鱼优化算法(stochastic quantum whale optimization algorithm, SQWOA)、混合量子鲸鱼优化算法(hybrid quantum whale optimization algorithm, HQWOA)、混合随机量子鲸鱼优化算法(hybrid stochastic quantum whale optimization algorithm, HSQWOA). 根据 p_Q 和 n_Q 的取值情况,通过进一步分析可知 WOA 算法、

QWOA 算法、SQWOA 算法、HQWOA 算法,皆为 HSQWOA 算法的某种特例. 因此,将 WOA 算法、QWOA 算法、SQWOA 算法、HQWOA 算法视为不同类型的 HSQWOA 算法.

4 本文算法步骤与流程

利用 HSQWOA 算法以间接编码方式对 TSP 问题进行求解,将鲸鱼个体的初始位置与城市遍历次序相对应. 当算法进行迭代时,鲸鱼个体位置的变化会产生不同的城市遍历方案. HSQWOA 算法求解 TSP 问题的具体步骤如下.

步骤一:设置 p_Q 和 n_Q 的取值,选择 HSQWOA 算法具体类型.

步骤二:设置算法种群规模、最大迭代次数及 TSP 问题参数.

步骤三:利用随机初始化方法进行种群初始化操作,生产初始解.

步骤四:判断算法当前迭代次数是否满足运算要求.

步骤五:满足步骤四的条件下,计算鲸鱼个体的适应度值,并找出当前全局最优解.

步骤六:根据 p 及 $|A|$ 的取值情况,对鲸鱼个体进行位置更新.

步骤七:对鲸鱼个体的位置进行量子旋转更新.

步骤八:择优保留步骤六与步骤七的操作结果.

步骤九:在最大迭代次数内,重复步骤四至八.

步骤十:输出运算结果并进行 2-opt 优化.

至此,算法流程的完整描述如图 1 所示.

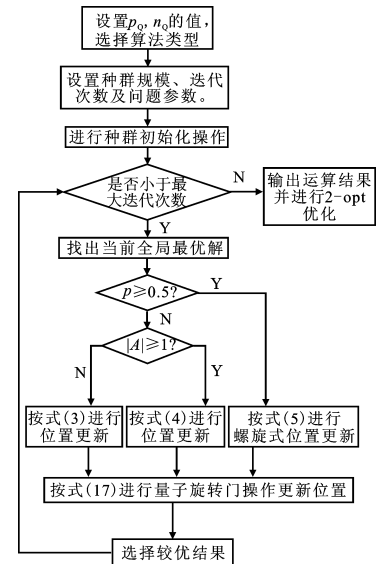


图 1 HSQWOA 算法求解 TSP 问题的流程

5 基于标准测试实例的实验仿真分析

为了验证 HSQWOA 算法解决 TSP 问题的性能,从 TSPLIB 标准库中挑选标准测试实例进行求解,并进行对比分析. 算法的运算环境为 Windows10 专业版 32 位操作系统, Intel(R) Core(TM) i7-2600 CPU @ 3.40 GHz 处理器, 4G RAM. 算法的编程实现软件为 Matlab2015b.

实验中,将最大迭代次数设置为 500,种群规模设置为 30,共进行 30 次运算. 将 WOA、QWOA、SQWOA、HQWOA、HSQWOA 的中 p_Q 和 n_Q 参数依次设置为 $\{0,0\}$ 、 $\{1,n\}$ 、 $\{0.8,n\}$ 、 $\{1,n/2\}$ 、 $\{0.8,n/2\}$.

表 1 运算结果的最小值

实例	已知最优解	WOA	QWOA	SQWOA	HQWOA	HSQWOA
		$p_Q=0$ $n_Q=0$	$p_Q=1$ $n_Q=n$	$p_Q=0.8$ $n_Q=n$	$p_Q=1$ $n_Q=n/2$	$p_Q=0.8$ $n_Q=n/2$
Burma14	31	31	31	31	31	31
Bay29	2 020	2 020	2 026	2 020	2 020	2 020
China31	15 381	15 476	15 381	15 385	15 385	15 378
Dantzig42	689	696	688	686	692	683
Eil51	426	447	442	443	433	429
St70	675	729	709	712	689	677

在平均值方面,仿真实验结果如表 2 所示,将 WOA 与 QWOA、SQWOA、HQWOA、HSQWOA 算法对比发现,QWOA、SQWOA、HQWOA、HSQWOA 算法皆优于 WOA 算法,说明量子旋转操作引入的效果是十分良好的. 综合 QWOA 与 SQ-

5.1 不同类型 HSQWOA 算法的比较

在最小方面,仿真实验结果如表 1 所示,将 WOA 与 QWOA、SQWOA、HQWOA、HSQWOA 算法对比发现,QWOA、SQWOA、HQWOA、HSQWOA 算法皆优于 WOA 算法,说明量子旋转操作引入的效果是十分良好的. 将 QWOA 与 SQWOA 算法对比发现,适用于不同的测试实例的 p_Q 值可能会不同. 综合 QWOA 与 HQWOA 算法的对比和 SQWOA 与 HSQWOA 算法的对比,发现基本算法与量子旋转的混合更新方式效果更佳. 将 HSQWOA 与 WOA、QWOA、SQWOA、HQWOA 算法对比发现,HSQWOA 算法的效果最佳.

WOA 算法的对比和 HQWOA 与 HSQWOA 算法的对比,发现适用于不同的测试实例的 p_Q 值可能会不同. 综合 QWOA 与 HQWOA 算法的对比和 SQWOA 与 HSQWOA 算法的对比,发现基本算法与量子旋转的混合更新方式效果更佳.

表 2 运算结果的平均值

实例	已知最优解	WOA	QWOA	SQWOA	HQWOA	HSQWOA
		$p_Q=0$ $n_Q=0$	$p_Q=1$ $n_Q=n$	$p_Q=0.8$ $n_Q=n$	$p_Q=1$ $n_Q=n/2$	$p_Q=0.8$ $n_Q=n/2$
Burma14	31	32	31	31	31	31
Bay29	2 020	2 162	2 099	2 083	2 054	2 064
China31	15 381	16 443	15 858	15 945	15 665	15 650
Dantzig42	689	743	729	722	722	713
Eil51	426	474	456	458	447	449
St70	675	781	757	759	734	742

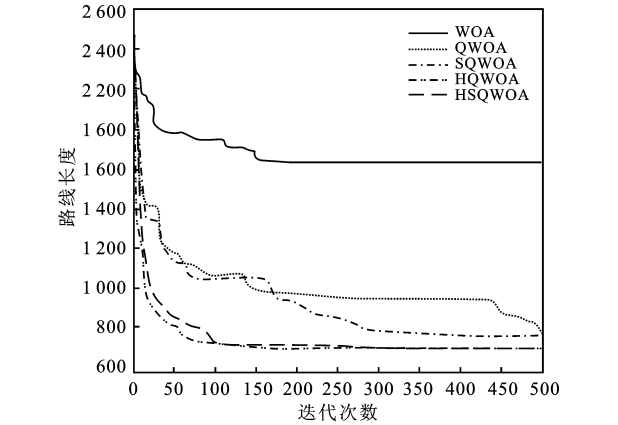
在平均运算时间方面仿真实验结果如表 3 所示. 通过对比发现,同等条件下 p_Q 值越大算法的运

算时间越长,同样 n_Q 值越大算法的运算时间越长.

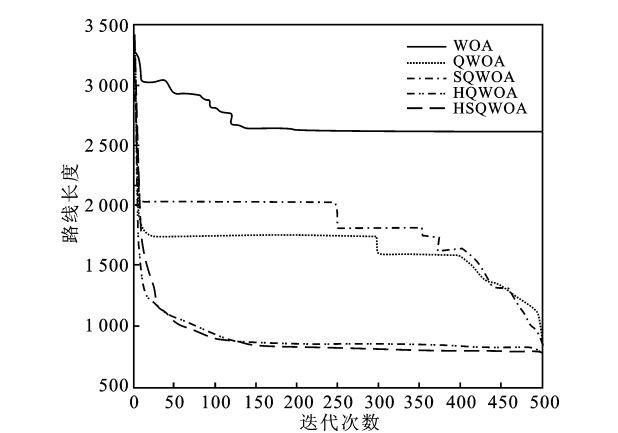
表 3 平均运算时间 (s)

实例	WOA	QWOA	SQWOA	HQWOA	HSQWOA
	$p_Q=0$ $n_Q=0$	$p_Q=1$ $n_Q=n$	$p_Q=0.8$ $n_Q=n$	$p_Q=1$ $n_Q=n/2$	$p_Q=0.8$ $n_Q=n/2$
Burma14	0.70	13.00	11.40	6.63	5.43
Bay29	1.00	28.00	22.97	14.03	12.37
China31	1.03	29.33	23.73	15.43	12.40
Dantzig42	1.27	38.67	34.17	21.57	17.50
Eil51	1.57	53.53	42.83	27.10	21.63
St70	2.17	77.10	61.57	40.37	32.37

综上所述,对算法在最小值、平均值、平均运算时间等方面进行综合对比分析后发现,引入量子计算的算法能够提升算法的收敛精度,且不同的 TSP 问题适用于不同的 p_Q 值;采用基本算法与量子旋转的混合更新方式,会使得算法的收敛精度进一步提升,收敛速度进一步加快.图 2 中算法寻优曲线的特征对比,也说明了这一点,其原因在于 HSQWOA 算法既增强了基本鲸鱼优化算法的全局搜索能力,又保证了基本算法局部开发能力.



(a)标准测试实例 Dantzig42—寻优曲线



(b)标准测试实例 St70—寻优曲线

图 2 部分测试实例的寻优曲线

5.2 HSQWOA 算法与其他算法比较

将 HSQWOA 算法求解 TSP 标准测试实例的结果与文献[7]中的其他算法进行对比如表 4 所示.分析发现,在部分已知实例中 HSQWOA 算法与猫群算法(CSO)、粒子群算法(PSO)、蚁群算法(ACO)、果蝇算法(FFA)、湖水算法(LEO)相比具有更好的求解结果.在小规模城市问题中能够收敛到已知最优解,在较大规模问中算法也取得了较好的结果,甚至在个别问题上优于当前已知最优解.

表 4 HSQWOA 与其他算法求解对比

实例	已知最优解	HSQWOA	CSO	PSO	ACO	FFA	LEO
Burma14	31	31	31	31	31	31	—
Bay29	2 020	2 020	2 020	—	2 020	—	—
China31	15 381	15 378	15 943	15 381	15 600	15 381	—
Dantzig42	689	683	689	—	699	699	699
Eil51	426	429	447	436	441	449	432
St70	675	677	694	696	678	—	684

6 结束语

作为新兴的元启发式群智能算法,WOA 算法多用于求解连续优化问题,在离散组合优化问题中较少应用.

本文利用 WOA 算法解决 TSP 问题,针对基本算法收敛精度低、容易陷入局部最优的缺陷,提出了四种基于量子计算思想的算法改进方案,并通过实验仿真对其进行了对比分析,明确了混合随机量子鲸鱼优化算法(HSQWOA)在四种方案中的普遍性意义及优越性.同时,通过与其他算法的比较,证实了 HSQWOA 算法解决 TSP 问题的可行性与优越性能.

在下阶段的工作中,本文将进一步提升 WOA

算法的应用能力和应用水平,利用其解决更加复杂的组合优化问题.

参考文献:

[1] Garey M R, Johnson D S. Computers and intractability: a guide to the theory of np-completeness [M]. USA, W H Freeman and Company, 1986.

[2] 高海昌,冯博琴,朱利. 智能优化算法求解 TSP 问题[J]. 控制与决策,2006,20(3):241-247.

[3] Mirjalili S, Lewis A. The whale optimization algorithm[J]. Advances in Engineering Software, 2016 (95):51-67.

(下转第 10 页)

dB,行波电极的传输系数(S_{21})的 6.4 dB 带宽为 20 GHz.图 9(b)中电光调制 3 dB 带宽是 17 GHz.以上结果同 3.1.1 中的理论计算存在差异.分析原因主要是因为设计的 MZ 调制器在左右 PAD 的延伸段存在阻抗不匹配,使得信号反射,能量耗散.

4 结束语

本文研究分析了硅基 MZ 调制器行波电极的设计方法,分析了带 PN 结负载的行波驱动电极在高频下的等效电路模型,并且基于此模型分析了影响高速信号传输以及信号调制的因素,包括速度匹配、传输线电信号损耗、阻抗匹配分析与端接电阻的匹配设计.提出了设计 MZ 调制器电极设计的理论指导方法与经验法则.最后基于 IMEC SOI 硅基光电子工艺设计了 GSSG 紧凑型的 MZ 调制器,电光调制带宽为 17 GHz,数据传输速率 25 Gbps.优化后面积节省 25%,可应用在后续的多通道大规模电光集成设计中.

参考文献:

[1] 周林杰,周砚扬,陆梁军,等. 硅基马赫曾德电光调制设计优化与实现[J]. 中兴通讯技术,2017,23(5):21-29. DOI:10.3969/j.issn.1009-6868.2017.05.005.

[2] Yong Z, Sacher W D, Huang Y, et al. Efficient single-drive push-pull silicon Mach-Zehnder modulators with U-shaped PN junctions for the O-band[J]. OSA Publishing, IEEE, 2017, 20(6):61-63.

(上接第 5 页)

[4] 刘竹松,李生. 正余混沌双弦鲸鱼优化算法 [J]. 计算机工程与应用,2018, 54 (7): 159-163.

[5] 郭振洲,王平,马云峰,等. 基于自适应权重和柯西变异的鲸鱼优化算法[J]. 微电子学与计算机,2017,34 (9):20-25.

[6] 王剑文,戴光明,谢柏桥,等. 求解 TSP 问题算法综述 [J]. 计算机工程与科学,2008,35(2):72-74.

[7] 杨进,郑允,马良. 改进的猫群算法求解 TSP[J]. 计算机应用研究,2017,33(12):1-6.

[8] Ohya M, Masuda N. NP problem in quantum algorithm[J]. Open Systems & Information Dynamics,

[3] Yong Z, Shopov S, Mikkelsen J C, et al. Flip-chip integrated silicon Mach-Zehnder modulator with a 28 nm fully depleted silicon-on-insulator CMOS driver[J]. Optics Express, 2017, 25(6):6112-6121.

[4] Jing G, Hui W. Multi-function Mach-Zehnder modulator for pulse shaping and generation [J]. Optics Express, 2016, 24(19):222-239.

[5] Ding J, Chen H, Yang L, et al. Low-voltage, high-extinction-ratio, Mach-Zehnder silicon optical modulator for CMOS-compatible integration[J]. Optics Express, 2012, 20(3):3209-3218.

[6] Giovanni Ghione. Semiconductor devices for high-speed optoelectronics[M]. Oxford city ;Cambridge University Press, 2009.

[7] Streshinsky M, Ding R, Liu Y, et al. Low power 50 Gb/s silicon traveling wave Mach-Zehnder modulator near 1300 nm[J]. Optics Express, 2013, 21 (25): 30350-30357. doi: 10.1364/OE.21.030350.

[8] Chung H, Chang W S C, Adler E L. Modeling and optimization of traveling-wave LiNbO/sub 3/ interferometric modulators[J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1991, 27(3):608-617.

作者简介:

纪鹏飞 男,(1995-),硕士研究生.研究方向为硅基光互联、高速集成电路、模拟集成电路.
E-mail: pengfei.ji@sytu.edu.cn.

何卫锋 男,(1976-),博士,硕士生导师,副研究员.研究方向为光电混合集成电路技术、超低功耗集成电路技术.

2000, 7 (1) ;33-39.

[9] Giuliano Benenti, Giulio Casati, Giuliano Strini. 量子计算与量子信息原理[M]. 北京:科学出版社,2011.

[10] 高洪元,刁鸣. 量子群智能及其在通信技术中的应用 [M]. 北京:电子工业出版社,2016.

作者简介:

闫旭 男,(1991-),硕士研究生.研究方向为智能算法、工业工程、生产调度等. E-mail:294669337@qq.com.

叶春明 男,(1964-),教授,博士生导师.研究方向为工业工程、智能算法、生产调度等.