

引用格式:李燃,王青海,鲁小云. 双论域上模糊关系的双量化粗糙集研究[J]. 微电子学与计算机, 2019, 36(10): 47-53. [LI R, WANG Q H, LU X Y. Research on dual-quantization rough set of fuzzy relation over two universes[J]. Microelectronics & Computer, 2019, 36(10): 47-53.]

双论域上模糊关系的双量化粗糙集研究

李 燃, 王青海, 鲁小云

(青海师范大学 计算机学院, 青海 西宁 810008)

摘 要: 针对 U 到 V 型双论域双量化粗糙集模型不能处理模糊数据的不足, 本文引入 U 到 V 上二元模糊关系, 构造了 U 到 V 型基于模糊关系的双论域双量化“逻辑与”粗糙集模型, 并对其模型结构和数学特性进行了深入研究, 得到了在模糊关系下模型和性质的一些结论. 该模型使得双论域双量化粗糙集理论具有更广泛的应用领域, 为进一步揭示双论域双量化粗糙集模型的应用研究提供了理论依据.

关键词: 双论域; 变精度粗糙集; 程度粗糙集; 模糊关系; 逻辑与; 双量化

中图分类号: TP18

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2019)10-0047-07

Research on dual-quantization rough set of fuzzy relation over two universes

LI Ran, WANG Qing-hai, LU Xiao-yun

(School of Computer, Qinghai Normal University, Xining 810000, China)

Abstract: Aiming at the problem that U-V dual-domain dual-quantization rough set model can't deal with fuzzy data, this paper introduces a binary fuzzy relation from U to V and constructs the U-V dual-domain dual-quantization logical conjunction rough set model based on the binary fuzzy relation. By deeply studying of the model structure and mathematical characteristics, we have obtained some conclusions about the model and properties. This model makes the dual-domain dual-quantization rough set theory have a wider application field, which provides a theoretical basis for further revealing the application research of the dual-domain dual-quantization rough set model.

Key words: two universes; variable precision rough set; graded rough set; fuzzy relation; logical conjunction; dual-quantization

1 引言

1982 年波兰数学家 Pawlak 提出用来处理实际问题中数据属性约简和规则挖掘的数学工具^[1], 其应用核心是从近似空间导出一对近似算子, 即上近似集和下近似集^[2], 已在诸多方面都有成功应用^[3]. 但随着社会的迅猛发展, 数据的模糊性、含糊性、犹

豫性等不确定性日益凸显, Pawlak 粗糙集已表现出不足. 如医疗诊断问题, 一种疾病对应多个症状, 一个症状又在多种疾病中表现. 很多领域问题已不能由一个论域进行描述和表达, 为此很多学者对论域及模型进行了扩展研究.

对论域的扩展研究中, 阎瑞霞等^[4]对双论域不确定性进行度量, 给出了双论域粗糙集信息熵和信

收稿日期: 2019-01-29; 修回日期: 2019-03-15

基金项目: 国家社会科学基金(17XTQ013); 青海省应用基础研究项目(2017-ZJ-768); 青海省物联网重点实验室建设专项(2017-Z-Y21); 赛尔网络下一代互联网技术创新项目(NGII20160504); 教育部春晖计划项目(Z2015051); 青海师范大学教学研究重点项目(qhnuj y2015102)资助

息粒度与信息系统中关系的粗细程度之间的关系. 文献[5]提出了双论域区间值犹豫多粒度粗糙集模型, 用模型去判断汽车故障诊断, 并用实例验证了其有效性. 文献[6]把多粒度与双论域相结合, 根据所定义的支撑函数讨论了不同论域上的多粒度近似算子, 并通过实例验证了模型的实用性. 还有学者把双论域与模糊粗糙集相结合的研究^[7], 文献[8]提出双论域模糊粗糙集模型, 并把该模型应用于应急物资需求建模, 建立了预测方法, 并用实例验证了模型, 得到一个较好的预测结果.

在二十世纪九十年代和二十一世纪初期, 有学者提出变精度粗糙集^[9-10]和程度粗糙集^[11], 分别从相对量化和绝对量化的角度去刻画 Pawlak 粗糙集近似空间, 对问题空间进行双量化研究, 实践表明将变精度粗糙集和程度粗糙集进行双量化研究极具现实意义^[12]. 文献[13]主要对基于等价关系的双量化粗糙集模型在二分类情形下的属性约简进行研究, 用决策表案例对属性约简及层次性进行说明. 文献[14]构造了等价关系上双论域双量化粗糙集模型, 并通过医疗诊断问题给出了模型的背景和意义, 通过与已有粗糙集模型的关系, 给出了其上下近似矩阵计算方法, 并通过实例说明了模型的应用过程. 文献[15]讨论在多粒度近似空间中, 将变精度粗糙集与程度粗糙集通过“逻辑与”起来, 分别讨论了乐观和悲观的双量化多粒度粗糙集模型, 在处理噪声数据方面有一定的应用价值. 文献[16]在序信息系统优势关系上将变精度粗糙集与程度粗糙集结合起来, 讨论“逻辑且”粗糙模糊集模型. 以上文献主要研究了基于等价关系和偏序关系的双量化粗糙集模型, 但对于不同论域上具有模糊性态的现实数据, 基于模糊关系的双论域双量化粗糙集模型研究尤为必要.

本文把单论域扩展到 U 到 V 型双论域上, 将模糊关系的变精度粗糙集与程度粗糙集结合起来, 建立了 U 到 V 上模糊关系的双论域双量化“逻辑与”粗糙集模型, 并结合实际案例给出了模型的具体求解方法, 从而为粗糙集知识发现提供新的思路.

2 预备部分

定义 1^[17] 设 U 和 V 为两个非空有限论域, $R \subseteq U \times V$ 是一个从 U 到 V 的二元关系, 称三元组 (U, V, R) 为广义近似空间. R 表示从 U 到 2^V 的一个集值映射 $r: U \rightarrow 2^V, \forall x \in U$, 记 $r(x) = \{y \in V: (x, y) \in R\}$, 表示 V 中与元素 x 相关元素的集合, $\forall Y \subseteq$

V, Y 关于近似空间 (U, V, R) 的上、下近似分别定义为: $\bar{R}(Y) = \{x \mid r(x) \cap Y \neq \Phi\}, \underline{R}(Y) = \{x \mid r(x) \subseteq Y\}$, Y 的正域 $pos_R(Y)$ 、负域 $neg_R(Y)$ 、边界域 $bnd_R(Y)$ 分别定义为 $pos_R(Y) = \bar{R}(Y)$, $neg_R(Y) = U - \bar{R}(Y), bnd_R(Y) = \bar{R}(Y) - \underline{R}(Y)$.

定义 2^[17] 设 $X, Y \subseteq U$, 令

$$e(Y/X) = \begin{cases} 1 - |X \cap Y| / |X|, & |X| > 0 \\ 0, & |X| = 0 \end{cases}$$

其中 $|\sim|$ 表示集合的基数, 称 $e(Y/X)$ 为集合 X 关于集合 Y 的相对错误分类率.

定义 3^[17] 设 (U, V, R) 为广义近似空间, R 是一个从 U 到 V 的二元关系, 精度阈值 $\beta \in [0, 0.5)$, 对于 $\forall Y \subseteq V$, 它的 β 近似算子为:

$$\bar{R}_\beta(Y) = \{x \in U \mid e(Y/r(x)) < 1 - \beta\}$$

$$R_\beta(Y) = \{x \in U \mid e(Y/r(x)) \leq \beta\}$$

式中, β 为错误分类率水平; $1 - \beta$ 称为精度; $\bar{R}_\beta(Y)$ 是关于 Y 的错误分类率小于 $1 - \beta$ 的二元关系类构成的集合; $R_\beta(Y)$ 是 Y 的错误分类率不大于 β 的二元关系类构成的集合, 若 $\bar{R}_\beta(Y) = R_\beta(Y)$, 则称 Y 在精度为 $1 - \beta$ 错误分类水平是精确的, 否则是粗糙的. 本文设定参数 β 的取值范围为 $[0, 0.5)$, 研究发现^[16] 参数 $\beta \in (0.5, 1]$ 与 $\beta \in [0, 0.5)$ 两种情况具有很强的对称性, 所以本文选择其中的一种, 另一种可对应的得到.

定义 4 设 (U, V, R) 为广义近似空间, R 是一个从 U 到 V 的二元关系, 程度阈值 $k \in N, N$ 为自然数, 对于 $\forall Y \subseteq V, Y$ 依程度 k 的上下近似为:

$$\bar{R}_k(Y) = \{x \in U \mid |r(x) \cap Y| > k\}$$

$$R_k(Y) = \{x \in U \mid |r(x)| - |r(x) \cap Y| \leq k\}$$

式中, $\bar{R}_k(Y)$ 是二元关系类中与 Y 的交集的个数多于 k 的构成的集合, $R_k(Y)$ 是指二元关系类中不属于 Y 的元素个数最多只有 k 构成的集合. 若 $\bar{R}_k(Y) = R_k(Y)$, 则称 Y 关于程度 k 是精确的, 否则是粗糙的.

定义 5 设 (U, V, R) 为广义近似空间, R 是一个从 U 到 V 的二元关系, 对于 $\forall Y \subseteq V, \beta \in [0, 0.5), k \in N$, 则在 U 到 V 上的精度与程度的“逻辑与”双论域粗糙集模型中, 上下近似为:

$$\bar{R}_{\beta \wedge k}(Y) = \{x \in U \mid e(Y/r(x)) < 1 - \beta, |r(x) \cap Y| > k\}$$

$$R_{\beta \wedge k}(Y) = \{x \in U \mid e(Y/r(x)) \leq \beta, |r(x)| -$$

$$|r(x) \cap Y| \leq k$$

式中, $\overline{R_{\beta \wedge k}}(Y)$ 是关于 Y 的错误分类率小于 $1 - \beta$, 但属于 Y 的个数多于 k 的二元关系类的并集, $\underline{R_{\beta \wedge k}}(Y)$ 是关于 Y 的正确分类率不大于 β , 但不属于 Y 的元素个数最多只有 k 的二元关系类的并集; $\overline{R_{\beta \wedge k}}(Y) = \underline{R_{\beta \wedge k}}(Y)$, 则称 Y 在精度为 β , 程度为 k 的“逻辑与”是精确的, 否则是粗糙的。

3 U 到 V 上模糊关系的双论域双量化“逻辑与”粗糙集模型

前面介绍 U 到 V 上二元关系的双论域变精度粗糙集和程度粗糙集, 并把二者通过“逻辑与”结合起来形成 U 到 V 型双论域双量化粗糙集模型。针对该模型不能处理模糊数据的不足, 现引入 U 到 V 上二元模糊关系, 定义基于模糊关系的 U 到 V 型双论域双量化“逻辑与”粗糙集模型。

约定: $K = (U, V, \tilde{R})$ 为模糊近似空间, $U = \{x_1, x_2, \dots, x_i\}$, $V = \{y_1, y_2, \dots, y_j\}$ 为有限论域, $\tilde{R}$ 是一个从 U 到 V 的二元模糊关系, $[x_i]_{\tilde{R}} = \frac{r_{i1}}{y_1} + \frac{r_{i2}}{y_2} + \dots + \frac{r_{ij}}{y_j}$ 为 x_i 关于 V 上的一个二元模糊关系类, 其中 r_{ij} 表示 x_i 与 y_j 关于关系 $\tilde{R}$ 的相关程度; $F(U)$ 表示论域 U 上的模糊集合全体; $F(U \times V)$ 表示论域 U 到 V 上二元模糊关系全体。

定义 6 设模糊近似空间 $K = (U, V, \tilde{R})$, $\tilde{R}$ 是一个从 U 到 V 的二元模糊关系, 对于 $\forall \tilde{Y} \in F(V)$, 称 $\tilde{e}(\tilde{Y}/[x]_{\tilde{R}})$ 为模糊集合 $\tilde{Y}$ 关于模糊关系类 $[x]_{\tilde{R}}$ 的相对错误分类率, 定义

$$\tilde{e}(\tilde{Y}/[x]_{\tilde{R}}) =$$

$$\begin{cases} 1 - \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) / \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}}, & \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} > 0, \\ 0, & \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} = 0, \end{cases}$$

设精度阈值 $\beta \in [0, 0.5)$, 则对于 $\forall \tilde{Y} \in F(V)$ 基于 $\tilde{R}$ 的变精度模糊粗糙集上下近似集分别为:

$$\overline{\tilde{R}_{\beta}}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \tilde{e}(\tilde{Y}/[x]_{\tilde{R}}) < 1 - \beta\}$$

$$\underline{\tilde{R}_{\beta}}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \tilde{e}(\tilde{Y}/[x]_{\tilde{R}}) \leq \beta\}$$

$[\overline{\tilde{R}_{\beta}}(\tilde{Y}), \underline{\tilde{R}_{\beta}}(\tilde{Y})]$ 称为 $\tilde{Y}$ 关于模糊关系 $\tilde{R}$ 的变精度模糊粗糙集。

定义 7 设模糊近似空间 $K = (U, V, \tilde{R})$, $\tilde{R}$ 是一个从 U 到 V 的二元模糊关系, 程度阈值 $k \in N$, N 为自然数, 则对于 $\forall \tilde{Y} \in F(V)$, 基于 $\tilde{R}$ 的程度模糊粗糙集上下近似集分别为:

$$\overline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) > k\}$$

$$\underline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} - \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \leq k\}$$

$[\overline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y}), \underline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y})]$ 称为 $\tilde{Y}$ 关于模糊关系 $\tilde{R}$ 的程度模糊粗糙集。

定义 8 设模糊近似空间 $K = (U, V, \tilde{R})$, $\tilde{R}$ 是一个从 U 到 V 的二元模糊关系, 精度阈值 $\beta \in [0, 0.5)$, 程度阈值 $k \in N$, N 为自然数, 则对于 $\forall \tilde{Y} \in F(V)$ 基于 $\tilde{R}$ 的变精度与程度的“逻辑与”双量化粗糙集上下近似分别为:

$$\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \tilde{e}(\tilde{Y}/[x]_{\tilde{R}}) < 1 - \beta, \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) > k\}$$

$$\underline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \tilde{e}(\tilde{Y}/[x]_{\tilde{R}}) \leq \beta,$$

$$\sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} - \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \leq k\}$$

$[\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}), \underline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y})]$ 称为 $\tilde{Y}$ 关于模糊关系 $\tilde{R}$ 的变精度与程度的“逻辑与”双量化模糊粗糙集。

相应的给出粗糙集区域:

$$pos \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) \cap \underline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y});$$

$$neg \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \sim [\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) \cup \underline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y})];$$

$$ubn \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) - \underline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y});$$

$$lbn \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \underline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) - \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y});$$

$$bn \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = ubn \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) \cup lbn \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y});$$

分别为正域、负域、上边界域、下边界域和边界域。

定理 1 设模糊近似空间 $K = (U, V, \tilde{R})$, 对于 $\forall \tilde{Y} \in F(V)$, 精度阈值 $\beta \in [0, 0.5)$, 程度阈值 $k \in N$, N 为自然数, 则有以下结论成立:

$$(1) \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \overline{\tilde{R}_{\beta}}(\tilde{Y}) \cap \overline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y});$$

$$(2) \underline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \underline{\tilde{R}_{\beta}}(\tilde{Y}) \cap \underline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y}).$$

证明 (1) $\forall x \in \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y})$, 则有 $\tilde{e}(\tilde{Y}/[x]_{\tilde{R}}) <$

$1 - \beta, \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) > k$, 即 $x \in \overline{\tilde{R}_\beta}(\tilde{Y})$ 且 $x \in \overline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y})$, 故 $x \in \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) \subseteq \overline{\tilde{R}_\beta}(\tilde{Y}) \cap \overline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y})$. 又因为 $\forall x \in \overline{\tilde{R}_\beta}(\tilde{Y}) \cap \overline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y})$, 有 $x \in \overline{\tilde{R}_\beta}(\tilde{Y})$ 且 $x \in \overline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y})$, 即 $e(\tilde{Y}/[x]_{\tilde{R}}) < 1 - \beta$ 且 $\sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) > k$, 故 $\overline{\tilde{R}_\beta}(\tilde{Y}) \cap \overline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y}) \subseteq \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y})$. 综上所述, $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \overline{\tilde{R}_\beta}(\tilde{Y}) \cap \overline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y})$.

(2) 证明方法同(1).

特别的,

当 $\beta = 0, k \neq 0, \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \overline{\tilde{R}}(\tilde{Y}) \cap \overline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y}),$
 $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \Phi;$

当 $\beta \neq 0, k = 0, \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \overline{\tilde{R}_\beta}(\tilde{Y}) \cap \overline{\tilde{R}}(\tilde{Y}),$
 $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \Phi;$

当 $\beta = 0, k = 0, \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \Phi, \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \Phi;$

当 $\beta = 1, k \neq 0, \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \Phi, \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \overline{\tilde{R}} \cap \overline{\tilde{R}_k};$

当 $\beta = 1, k = 0, \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \Phi, \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \overline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y}).$

定理 2 设模糊近似空间 $K = (U, V, \tilde{R})$, 对于 $\forall \tilde{Y} \in F(V)$, 精度阈值 $\beta \in [0, 0.5)$ 程度阈值 $k \in N$, 则有以下结论成立:

(1) $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = pos \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) \cup ubn \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y});$

(2) $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = pos \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) \cup lbn \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}).$

证明 由定义可以直接得到.

定理 3 设模糊近似空间 $K = (U, V, \tilde{R})$, 对于 $\forall \tilde{Y} \in F(V)$, 精度阈值 $\alpha, \beta \in [0, 0.5)$ 程度阈值 $k, l \in N$, 则有以下结论成立:

(1) $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\Phi) = \Phi, \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\Phi) = \Phi;$

(2) 当 $\beta \geq \alpha, k \geq l$ 时有, $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) \subseteq \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge l}}(\tilde{Y}),$
 $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) \subseteq \overline{\tilde{R}_{\alpha \wedge k}}(\tilde{Y}), \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) \subseteq \overline{\tilde{R}_{\alpha \wedge l}}(\tilde{Y});$
 $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) \supseteq \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge l}}(\tilde{Y}), \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) \supseteq \overline{\tilde{R}_{\alpha \wedge k}}(\tilde{Y}),$
 $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) \supseteq \overline{\tilde{R}_{\alpha \wedge l}}(\tilde{Y}).$

证明 (1) $\overline{\tilde{R}_\beta}(\Phi) = \Phi, \overline{\tilde{R}_k}(\Phi) = \Phi, \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) =$

$\overline{\tilde{R}_\beta}(\tilde{Y}) \cap \overline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y}) = \Phi, \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\Phi) = \overline{\tilde{R}_\beta}(\Phi) =$
 $\overline{\tilde{R}_k}(\Phi) = \Phi;$

(2) 由 $\beta \geq \alpha, k \geq l, 1 - \beta \leq 1 - \alpha$ 可得 $\overline{\tilde{R}_\beta}(\tilde{Y}) \subseteq \overline{\tilde{R}_\alpha}(\tilde{Y}), \overline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y}) \subseteq \overline{\tilde{R}_l}(\tilde{Y})$, 故 $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) \subseteq \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge l}}(\tilde{Y}),$
 $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) \subseteq \overline{\tilde{R}_{\alpha \wedge k}}(\tilde{Y}), \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) \subseteq \overline{\tilde{R}_{\alpha \wedge l}}(\tilde{Y}); \overline{\tilde{R}_\beta}(\tilde{Y}) \supseteq \overline{\tilde{R}_\alpha}(\tilde{Y}), \overline{\tilde{R}_k}(\tilde{Y}) \supseteq \overline{\tilde{R}_l}(\tilde{Y})$, 故 $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) \supseteq \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge l}}(\tilde{Y}),$
 $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) \supseteq \overline{\tilde{R}_{\alpha \wedge k}}(\tilde{Y}), \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) \supseteq \overline{\tilde{R}_{\alpha \wedge l}}(\tilde{Y}).$

定理 4 设模糊近似空间 $K = (U, V, \tilde{R})$, 对于 $\forall \tilde{Y} \in F(V)$, 精度阈值 $\beta \in [0, 0.5)$ 程度阈值 $k \in N$, 则有以下结论成立:

(1) $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) > \max(k, \beta \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}})\};$

(2) $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \geq \max(\sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} - k, (1 - \beta) \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}})\}.$

证明 (1) $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid 1 - \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) / \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} < 1 - \beta, \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) > k\},$
 故有 $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) / \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} > \beta, \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) > k\}.$ 从而
 $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) > \beta \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}}, \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) > k\},$ 即 $\overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) > \max(k, \beta \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}})\}.$

(2) 证明方法同(1).

定理 5 设模糊近似空间 $K = (U, V, \tilde{R})$, 对于 $\forall \tilde{Y} \in F(V)$, 程度阈值 $k \in N$, 则有以下结论成立:

1. 当 $0 < \beta < 0.5$ 且 $k \neq 0$ 时,

$pos \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \geq k/\beta,$

$\sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \geq \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} - k\} \cup \{x \in U \mid k/(1 - \beta) < \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} < k/\beta, \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \geq$

$$(1-\beta) \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \} \cup \{x \in U \mid \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \leq k/(1-\beta), \\ \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \geq k\},$$

$$\text{neg } \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \geq k/\beta,$$

$$\sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \leq \beta \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \} \cup \{x \in U \mid k/(1-\beta) < \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} < k/\beta, \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \leq k\} \cup \\ \{x \in U \mid \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \leq k/(1-\beta),$$

$$\sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) < (1-\beta) \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}}\},$$

$$\text{ubn } \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \bigcup \{x \in U \mid \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \geq k/\beta,$$

$$\beta \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} < \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) < \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} - k\} \cup \\ \{x \in U \mid k/(1-\beta) < \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} < k/\beta,$$

$$k < \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) < (1-\beta) \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}}\},$$

$$\text{lbn } \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \bigcup \{x \in U \mid \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \leq k/(1-$$

$$\beta), (1-\beta) \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \leq \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \leq k\}.$$

$$2. \text{ 当 } 0.5 \leq \beta < 1 \text{ 且 } k \neq 0 \text{ 时, } k/\beta < k/(1-\beta),$$

$$\text{pos } \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} > k/(1-\beta),$$

$$\sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \geq \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} - k\} \cup \{x \in U \mid k/\beta$$

$$< \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \leq k/(1-\beta), \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) >$$

$$\beta \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \} \cup \{x \in U \mid \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \leq k/\beta,$$

$$\sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) > k\},$$

$$\text{neg } \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} > k/(1-\beta),$$

$$\sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \leq \beta \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \}$$

$$\cup \{x \in U \mid k/\beta < \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \leq k/(1-\beta), \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge$$

$$[x]_{\tilde{R}}) < \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} - k\} \cup \{x \in U \mid \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \leq k/\beta,$$

$$\sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}(y)}) < (1-\beta) \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}(y)}\},$$

$$\text{ubn } \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} > k/(1-\beta),$$

$$\beta \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} < \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) < \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} - k\},$$

$$\text{lbn } \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid k/\beta < \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \leq$$

$$k/(1-\beta), \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} - k \leq \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \leq$$

$$\beta \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \} \cup \{x \in U \mid \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \leq k/\beta,$$

$$(1-\beta) \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \leq \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \leq k\}.$$

证明 由 $0 < \beta < 0.5$ 且 $k \neq 0$, 得 $\beta < 1-\beta$,

$$k/(1-\beta) < k/\beta. \text{ 根据定义 8, } \text{pos } \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) \cap \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y})}, \text{ 所以}$$

$$(1) \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \geq k/\beta, \text{ 由定理 4, } \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \{x \in$$

$$U \mid \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \geq \max(\sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} - k, (1-$$

$$\beta) \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}})\} = \{x \in U \mid \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \geq$$

$$\max(\sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} - k, \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} - \beta \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}})\} =$$

$$\{x \in U \mid \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \geq \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} - k\}.$$

$$\text{所以, } \text{pos } \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \{x \in U \mid \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \geq k/\beta,$$

$$\sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \geq \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} - k\}.$$

$$(2) k/(1-\beta) < \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} < k/\beta, \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) =$$

$$\{x \in U \mid \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \geq \max(\sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} - k,$$

$$(1-\beta) \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}})\} =$$

$$\{x \in U \mid \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \geq (1-\beta) \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}}\}.$$

$$\text{所以, } \text{pos } \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \bigcup \{x \in U \mid k/(1-\beta) <$$

$$\sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} < k/\beta, \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) \geq$$

$$(1-\beta) \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}}\}.$$

$$(3) \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \leq k/(1-\beta), \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y})} =$$

$$\{x \in U \mid \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) > \max(k, \beta \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}})\},$$

$$\text{由 } 0 < \beta < 0.5, \beta < 1-\beta, \beta \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} < (1-\beta) \sum_{y \in V}$$

$$[x]_{\tilde{R}} \leq k, \text{ 得 } \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y})} = \{x \in U \mid \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge$$

$$[x]_{\tilde{R}}) > k\}.$$

$$\text{所以, } \text{pos } \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \bigcup \{x \in U \mid \sum_{y \in V} [x]_{\tilde{R}} \leq$$

$$k/(1-\beta), \sum_{y \in V} (\tilde{Y}(y) \wedge [x]_{\tilde{R}}) > k\}.$$

综合(1)(2)(3), $\text{pos } \tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y})$ 得证.

当 $0.5 \leq \beta < 1$ 时和其他区域可类似的得到.

4 案例分析

下面通过医疗诊断的案例对本文 U 到 V 上模糊关系的双论域双量化粗糙集模型进行说明. 在疾病诊断中, 每一种疾病所表现的症状是模糊的. 设 U, V 分别表示为疾病集和症状集, $U = \{x_i \mid 1 \leq i \leq 11\}$ 分别表示胃病、鼻炎、肺结核、心脏病、感冒、高血压、肝炎,

急性支气管炎, 脑膜炎, 扁桃体炎, 发烧, 11 种疾病. $V = \{y_j \mid 1 \leq j \leq 15\}$ 分别表示盗汗, 心慌, 干咳, 痰, 腹痛, 打喷嚏, 咳嗽, 心率, 呕吐, 头晕, 头痛, 高热, 畏寒, 食欲下降, 全身酸痛 15 种症状. 设 $\tilde{R} = (r_{ij})$ 是 $U \times V$ 上的模糊相似关系, 其中 $r_{ij} \in [0, 1]$ 表示 x_i 与 x_j 的相似程度,

$$r_{ij} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.7 & 0.1 & 0 & 0.9 & 0.1 & 0.3 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.1 & 0.1 & 0.9 & 0.7 \\ 0 & 0.4 & 0.1 & 0.5 & 0.1 & 0.9 & 0.2 & 0.5 & 0.3 & 0.8 & 0.7 & 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.2 \\ 0.3 & 0.5 & 0.6 & 0.7 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.7 & 0.5 & 0.6 & 0.2 & 0.1 & 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.4 & 0.8 & 0 & 0.1 & 0 & 0.2 & 0.1 & 0.9 & 0.3 & 0.8 & 0.6 & 0.1 & 0.4 & 0.5 & 0.2 \\ 0.7 & 0.4 & 0.5 & 0.7 & 0.7 & 0.1 & 0.8 & 0.4 & 0.4 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.8 \\ 0.1 & 0.6 & 0.2 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.4 & 0.5 & 0.9 & 0.7 & 0.1 & 0.2 & 0.2 & 0.8 \\ 0.4 & 0.3 & 0.1 & 0.1 & 0.8 & 0.1 & 0.1 & 0.5 & 0.7 & 0.6 & 0.6 & 0.1 & 0.1 & 0.9 & 0.6 \\ 0.1 & 0.2 & 0.9 & 0.6 & 0.3 & 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0 & 0.6 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 0.5 & 0.4 & 0.3 & 0.2 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.6 & 0.4 & 0.9 & 0.7 & 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.7 & 0.4 & 0.1 & 0.2 & 0.9 & 0.4 & 0.1 & 0.6 & 0.8 & 0.4 & 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.7 & 0.6 & 0.6 & 0.7 & 0.2 & 0.7 & 0.3 & 0.8 & 0.3 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.6 & 0.6 & 0.7 \end{bmatrix}$$

现有模糊集合 $\tilde{Y} = (y_1/0.1, y_2/0.1, y_3/0.7, y_4/0.6, y_5/0.1, y_6/0.3, (y_7/0.4, y_8/0.4, y_9/0.1, y_{10}/0.5, y_{11}/0.8, (y_{12}/0.3, y_{13}/0.1, y_{14}/0.2, y_{15}/0.2)$ 为病人当前的症状表现, 医生可根据这些症状来对病人疾病作出判断, 下面通过取 β 和 k 的不同值对模型进行说明.

设 $\beta = 0.3, k = 3$ 计算双论域情况下的变精度与程度逻辑与粗模糊粗糙集模型中粗糙区域.

(1) 根据定理 1 求解, $\overline{\tilde{R}_\beta(\tilde{Y})} = U, \underline{\tilde{R}_\beta(\tilde{Y})} = \{x_8, x_{10}\}, \overline{\tilde{R}_k(\tilde{Y})} = \{x_1, x_2, x_3, x_5, x_6, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}\}, \underline{\tilde{R}_k(\tilde{Y})} = \{x_2, x_3, x_4, x_6, x_8, x_9, x_{10}\}, \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y})} = \{x_1, x_2, x_3, x_5, x_6, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}\}, \underline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y})} = \{x_8, x_{10}\}, pos_{\beta \wedge k}^{\geq}(\tilde{Y}) = \{x_8, x_{10}\}; neg_{\beta \wedge k}^{\geq}(\tilde{Y}) = \{x_4, x_7\}; ubn_{\beta \wedge k}^{\geq}(\tilde{Y}) = \{x_1, x_2, x_3, x_5, x_6, x_9, x_{11}\}; lbn_{\beta \wedge k}^{\geq}(\tilde{Y})_{\beta \wedge k} = \Phi; bn_{\beta \wedge k}^{\geq}(\tilde{Y})_{\beta \wedge k}(\tilde{Y}) = \{x_1, x_2, x_3, x_5, x_6, x_9, x_{11}\}.$

(2) 根据定理 5 求解, $k/\beta = 10, k/1 - \beta = 30/7$, $pos_{\beta \wedge k}^{\geq}(\tilde{Y}) = \{x_8, x_{10}\}; neg_{\beta \wedge k}^{\geq}(\tilde{Y}) = \{x_4, x_7\}; ubn_{\beta \wedge k}^{\geq}(\tilde{Y}) = \{x_1, x_2, x_3, x_5, x_6, x_9, x_{11}\};$

$lbn_{\beta \wedge k}^{\geq}(\tilde{Y}) = \Phi$; 计算结果与定理 1 方法计算结果一致.

(3) 当 $\beta = 0.3, k = 2, \overline{\tilde{R}_\beta(\tilde{Y})} = U, \underline{\tilde{R}_\beta(\tilde{Y})} = \{x_8, x_{10}\}, \overline{\tilde{R}_k(\tilde{Y})} = U, \underline{\tilde{R}_k(\tilde{Y})} = \{x_2, x_3, x_6, x_8, x_9, x_{10}\}, \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y})} = U, \underline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y})} = \{x_8, x_{10}\}$, 与 $\beta = 0.3, k = 3$ 比较, 满足前面定理 3.

(4) 当 $\beta = 0.45, k = 3$, $\overline{\tilde{R}_\beta(\tilde{Y})} = \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}\}, \underline{\tilde{R}_\beta(\tilde{Y})} = \{x_2, x_3, x_6, x_8, x_9, x_{10}\}, \overline{\tilde{R}_k(\tilde{Y})} = \{x_1, x_2, x_3, x_5, x_6, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}\}, \underline{\tilde{R}_k(\tilde{Y})} = \{x_2, x_3, x_4, x_6, x_8, x_9, x_{10}\}, \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y})} = \{x_2, x_3, x_5, x_6, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}\}, \underline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y})} = \{x_2, x_3, x_6, x_8, x_9, x_{10}\}$, 与 $\beta = 0.3, k = 2$ 比较, 满足前面定理 3.

(5) 当 $\beta = 0.45, k = 2$, $\overline{\tilde{R}_\beta(\tilde{Y})} = \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}\}, \underline{\tilde{R}_\beta(\tilde{Y})} = \{x_2, x_3, x_6, x_8, x_9, x_{10}\}, \overline{\tilde{R}_k(\tilde{Y})} = U, \underline{\tilde{R}_k(\tilde{Y})} = \{x_2, x_3, x_6, x_8, x_9, x_{10}\}, \overline{\tilde{R}_{\beta \wedge k}(\tilde{Y})} = \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}\},$

$\tilde{R}_{\beta \Delta k}(\tilde{Y}) = \{x_2, x_3, x_6, x_8, x_9, x_{10}\}$, 与 $\beta = 0.3$, $k = 2$ 比较, 满足前面定理 3.

根据粗糙区域可得, 模糊集合 $\tilde{Y}$ 在 $\beta = 0.3, k = 3$ 时的症状肯定得了急性支气管炎或扁桃体炎. 选 $\beta = 0.45, k = 3$ 时的症状肯定得了鼻炎、肺结核、高血压、急性支气管炎、脑膜炎、扁桃体炎 6 种疾病. 经比较选 $\beta = 0.3, k = 3$ 或 $\beta = 0.3, k = 2$ 似乎更符合实际情况, 在现实生活中这需要根据实际的症状表现, 选择适当的数据和参数进行计算.

5 结束语

本文在 U 到 V 的模糊关系上通过“逻辑与”将双论域变精度粗糙集与程度粗糙集相结合, 构造了一种 U 到 V 上双论域双量化粗糙集模型, 并对其模型结构和数学性质进行了深入的研究, 得到了模型的相关结论. 通过案例对该模型的实用性进行了说明. 本文所定义的 U 到 V 型的双论域双量化粗糙集模型, 是对双论域变精度粗糙集和程度粗糙集模型的进一步推广, 扩展了其应用范围和研究领域, 为进一步研究双论域粗糙集模型的规则挖掘和属性约简奠定了理论基础.

参考文献:

- [1] PAWLAK Z. Rough sets[J]. International Journal of Computer and Information Sciences, 1982, 11(5): 341-356.
- [2] 王国胤, 姚一豫, 于洪. 粗糙集理论与应用研究综述[J]. 计算机学报, 2009, 32(07): 1229-1246.
- [3] 黄锦静, 陈岱, 李梦天. 基于粗糙集的决策树在医疗诊断中的应用[J]. 计算机技术与发展, 2017, 27(12): 148-152.
- [4] 阎瑞霞, 郑建国, 翟育明. 双论域粗糙集的不确定性度量[J]. 上海交通大学学报, 2011, 45(12): 1841-1845.
- [5] ZHANG C, LI D, MU Y, et al. An interval-valued hesitant fuzzy multigranulation rough set over two universes model for steam turbine fault diagnosis[J]. Applied Mathematical Modelling, 2017, 42: 693-704.
- [6] 孙文鑫. 双论域的一般多粒度粗糙集[J]. 计算机工程

与应用, 2017, 53(04): 79-83+227.

- [7] XU W, SUN W, LIU Y, et al. Fuzzy rough set models over two universes[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2013, 4(6): 631-645.
- [8] SUN B, MA W, ZHAO H. A fuzzy rough set approach to emergency material demand prediction over two universes[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(10-11): 7062-7070.
- [9] ZIARKO W. Variable precision rough set model[J]. Journal of Computer and System Science, 1993, 46(1): 39-59.
- [10] 张文修, 梁怡, 吴伟志. 信息系统与知识发现[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 127-145.
- [11] YAO Y Y, LIN T Y. Generalization of Rough Sets using Modal Logics[J]. Intelligent Automation and Soft Computing, 1996, 2(2): 103-119.
- [12] 李志明, 唐永中. 直觉模糊序信息系统的变精度与程度“逻辑差”粗糙集[J]. 计算机科学与探索, 2017, 11(02): 333-340.
- [13] 张贤勇. 精度与程度逻辑差双量化粗糙集模型的属性约简[J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(11): 2925-2931.
- [14] 孙秉珍, 胡晓元. 双论域上量化粗糙集模型及应用[J]. 计算机工程与应用, 2017, 53(20): 50-55.
- [15] 陈华峰, 沈玉玲, 龙建武, 等. 基于“逻辑与”算子的双量化多粒度粗糙集模型[J]. 计算机科学, 2017, 44(S2): 144-147.
- [16] 李蒙蒙, 徐伟华. 优势关系下变精度与程度“逻辑且”粗糙模糊集[J]. 计算机科学与探索, 2016, 10(02): 277-284.
- [17] 庾慧英, 刘尚. 双论域上的变精度粗糙集模型[J]. 科学技术与工程, 2007, 7(1): 4-7.

作者简介:

李 燃 女, (1993-), 硕士研究生. 研究方向为粗糙集理论、人工智能.

王青海(通讯作者) 男, (1968-), 教授. 研究方向为人工智能、机器学习等. E-mail: 13243945@qq.com.

鲁小云 男, (1982-), 博士生, 讲师. 研究方向为数据挖掘与粗糙集理论.

(上接第 46 页)

作者简介:

吉 凯 男, (1994-), 硕士研究生. 研究方向为卫星移动通信系统仿真与上行功控算法的研究.

E-mail: as918171615141@163.com.

胡金龙 男, (1982-), 高级工程师. 研究方向为无线资源管理技术、通信协议栈软件技术、无线通信系统测试技术.

苏泳涛 男, (1976-), 副研究员. 研究方向为通信信号处理、专用 DSP 架构和指令集设计、异构多核处理器实时任务调度.