

引用格式: 张晓莉, 王秦飞, 冀汶莉. 一种改进的自适应惯性权重的粒子群算法 [J]. 微电子学与计算机, 2019, 36(3): 66-70.
[ZHANG Xiao-li, WANG Qin-fei, JI Wen-li. An improved particle swarm optimization algorithm for adaptive inertial weights[J]. Microelectronics & Computer, 2019, 36(3): 66-70.]

一种改进的自适应惯性权重的粒子群算法

张晓莉, 王秦飞, 冀汶莉

(西安科技大学 通信与信息工程学院, 陕西 西安 710000)

摘 要: 针对传统粒子群算法容易陷入局部最优、收敛速度快, 导致收敛精度低等弊端, 一种改良的自适应惯性权重的粒子群算法在本文中被提出. 通过对粒子飞行速度和位置变化的分析, 并结合粒子的自适应值动态调整惯性权重, 使得算法能够在全局空间和局部空间搜索之内达到良好的均衡. 选择典型的测试函数, 将改进后的粒子群算法 (PSO-A)、带收缩因子的粒子群算法 (PSO-X) 和惯性权重线性递减粒子群算法 (PSO-W) 的性能进行了对比分析. 最后采用 MATLAB 软件进行算法仿真, 从结果得出, 本文所提出的自适应改变惯性权重的粒子群算法在收敛精度、收敛速度上都取得了明显的改善.

关键词: 粒子群算法; 惯性权重; 自适应; 收敛精度

中图分类号: TP391.9

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2019)03-0066-05

An improved particle swarm optimization algorithm for adaptive inertial weights

ZHANG Xiao-li, WANG Qin-fei, JI Wen-li

(School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Science
and Technology, Xi'an 710000, China)

Abstract: In view of the traditional particle swarm optimization (psa) algorithm convergence speed, it's easy to fall into local optimum and cause disadvantages such as low convergence accuracy and it is not easy to converge, an improved particle swarm algorithm of adaptive inertia weight is proposed. Through the analysis of particle flying speed and position change, combined with the adaptive value of particles used to dynamically adjust the weight, enables the algorithm to the to achieve a good balance between global search and local search. Choosing typical test functions, the improved particle swarm optimization (PSO-A), with compression factor of particle swarm optimization (PSO-X) and inertia weight linear decreasing of the particle swarm optimization (PSO-W) performance is analyzed. Finally, MATLAB software is used for simulation. The results show that the improved particle swarm optimization algorithm has apparent improved its convergence speed and accuracy.

Key words: particle swarm optimization; inertia weight; adaptive; convergence accuracy

1 引言

粒子群算法 (Particle Swarm Optimization, PSO) 是基于群体的一种智能优化算法. 1995 年,

James Kennedy 和 Russell Eberhart^[1] 教授联合提出了该算法. 它模仿鸟类的捕食行为, 将每只参与捕食的鸟抽象为一个没有质量、没有体积的粒子, 用来表示解决问题的一个最优解. 优化的解决方案相当

于鸟类正在寻找的食物.在求解最优化函数时,粒子群算法(PSO 寻优能力得到了良好的体现,通过迭代公式进行寻优计算,近似解可以快速找出,但是传统粒子群算法容易陷入局部最优,导致结果的偏差变大,因此对该算法进行一定得改进显得尤为重要. Shi 等^[2]在 PSO 算法中引进了惯性权因子,大大提高了算法的收敛速度. Clerc 等^[3]在 PSO 算法速度更新公式中引入收缩因子来控制 PSO 算法的收敛性. 另外,黄延林等^[4]在 PSO 算法中引进混沌搜索相结合,PSO 算法的全局搜索能力和搜索精度有所提高. 这些算法虽然在性能上有所改进,但是算法造成的早熟收敛现象还仍然存在,粒子在后期寻优的过程中,由于其多样性变差,导致算法陷入局部最优、收敛速度变慢. 本文则是通过改变粒子的惯性权重来调整全局和局部搜索能力. 因此,每一个参与寻优的粒子在每次迭代时都有不同惯性权重,而且每个粒子的惯性权重受之粒子本身飞行速度的影响^[5]. 对于本文所改进的粒子群算法,采用一些标准测试函数对改进后的算法进行比较和分析,来提高粒子群算法的收敛精度和收敛速度.

2 基本粒子群算法

粒子群算法将每个个体都会看做搜索空间中没有重量和没有体积的微粒. 设在一个在 D 维的目标搜寻空间中,由 n 个粒子组成一个物欲横流,其中第 i 个粒子可表示为一个 D 维向量 $\bar{X}_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{iD})$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$, 每个粒子的位置是一个解. 如果将 $\bar{X}_i$ 代入到所要求解的目标函数中,可得到其适应值,然后再根据其适应值的大小来权衡所求的解的优劣. i 粒子的飞翔速度是 K 维向量,记为 $\bar{V}_i = (V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{iD})$. 令第 i 个粒子在搜索空间中当前所搜索到的最佳位置为,表示为 $\bar{X}_{id} = (X_{id}, X_{id}, \dots, X_{id})$, 而在群体寻优搜索范围之内,所有粒子所搜索到的最佳位置为 $\bar{P}_{gD} = (P_{gD}, P_{gD}, \dots, P_{gD})$.

算法的更新迭代公式为:

$$V_{id}^{k+1} = \omega V_{id}^k + C_1 \xi (P_{best}^k - X_{id}^k) + C_2 \eta (G_{best}^k - X_{id}^k) \quad (1)$$
$$X_{id}^{k+1} = X_{id}^k + r V_{id}^{k+1} \quad d = 1, 2, \dots, D \quad (2)$$

式中, ω 表示粒子速度系数,称为惯性权重因子. C_1 是粒子在其历史搜寻中所找到的最佳值的权重系数,它是粒子对本身的认知,其值通常为 2, C_2 是粒子在群体中搜寻中所找到的最佳值的权重系数,它是粒子对整个集群的认知,通常被设置为 2. ξ, η 分布在 $[0, 1]$ 区间上的随机数. r 是在更新位置时在速

度之前所添加加的系数,它被称为约束因子,一般被设置为 1.

- 基本粒子群算法流程如下^[6],具体如图 1 所示.
- Step1:初始化各粒子在种群中的速度及位置. 若搜索空间为 D 维,则每个粒子中都会包含 D 个变量,把每个粒子目前所搜索到的最优位置 P_{best} 设为初始位置,取粒子全局搜索到的最优位置为 G_{best} .
- Step2:计算每个粒子的目标函数值,即适应度. 将每个粒子的最佳位置和适应度值保存起来. 在种群中,如果某个粒子的适应度值是最好的,则将它选取出来并作为种群的位置.
- Step3:结合算法的更新公式(1)和(2),调整粒子的速度和位置.
- Step4:每次位置更新后,计算各个粒子的目标函数值,即适应度值. 然后根据粒子在历史寻优中所找到的最好位置 P_{best} ,计算出所对应的适应度值,将这些粒子的适应度值与其进行比较,如果有一个解可以比最佳位置 P_{best} 更好,该粒子当前的位置则被视为 P_{best} .
- Step5:比较各个粒子的适应度值与所有粒子的最佳位置 G_{best} 所对应的适应度值,如果其中有一个粒子表现较好, G_{best} 的值将得到更新.
- Step6:检查粒子搜索终止条件(一个为达到最大迭代次数: G_{max} ; 另一个是在指定的范围内的相邻两代之间的偏差),一旦发现不符合假定条件,则返回到 Step3 继续更新粒子的速度和位置.

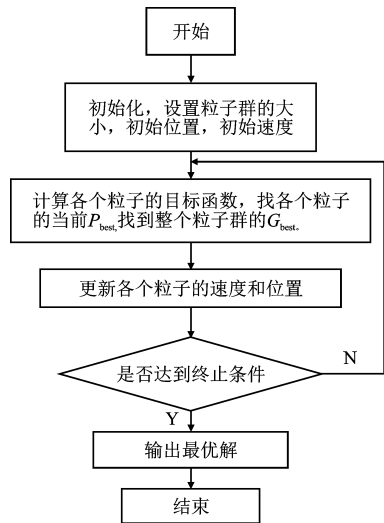


图 1 粒子群算法流程图

3 惯性权重粒子群算法的自适应改进策略

在基本粒子群算法中,当惯性因子 ω 比较小时,

可以提高算法的局部空间搜寻能力,但搜索新区域的能力较弱,粒子在寻优的过程中一步步靠近最低点,会导致收敛速度慢;当惯性因子 ω 比较大时,有利于提高算法的全局空间搜索^[7]能力,但是局部搜索能力较弱,可能会使得粒子越过最低点即使重新寻优,也有可能会在谷口震荡,不能找到最低点,无法达到收敛.针对基本粒子群惯性因子 ω 优缺点,本文将惯性因子 ω 做合理调整,先保持 ω 的值不断增大,当达到最低点附近时,减小它的值,兼顾收敛精度和速度.因此可以动态改变惯性权重因子来平衡全局和局部搜索能力,如果通过线性改变惯性权重,则 ω 更新公式如下:

$$\omega = \omega_{\text{start}} + \alpha t \quad (3)$$

式中, ω_{start} 为惯性因子初始值; α 为线性改变系数; t 为算法迭代次数.

无论是线性改变还是非线性改变,惯性因子都是根据某个函数自适应改变其值.如图 2 中 a 方向,随着粒子越来越接近函数值增加的方向,粒子在粒子群优化中会以自身的惯性向前移动.很显然,这个方向不可取.当到达较低点时,粒子会自适应降低搜索速度进行精细化搜索,而此时,惯性因子因函数改变仍然会越过最佳点,即 b 所表示的方向.

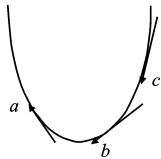


图 2

通过以上对惯性因子的分析,为使得粒子能准确找到最优解,最远处斜率(即惯性权重增长速度)应尽可能大,即 c 方向,当靠近最低点时,通过降低斜率来精细化搜索,即 b 方向.可以根据斜率来改变算法的惯性权重,每次迭代都要对当前移动效果进行评估,记 $\theta = \Delta h / V_x$, Δh 表示为函数值变化量, V_x 表示为粒子速度在 x 轴的分量,如图 3 所示.

当 θ 比较大时,粒子在较高的地方聚集,离最低点较远,此时算法的惯性权重比较大;当 θ 较小时,函数在此点处的斜率趋于 0,离最低点较近,给予较小的惯性权重^[8],从而形成新的自适应惯性权重方案.通过上述分析,发现 BP 神经元的非线性函数 Sigmoid 复合要求,公式是 $1/(1 + e^{-x})$ (x 是幂数),是一个单调递增且函数值在 0 和 1 之间的函数^[9],其图像如图 4 所示,改进后的迭代更新公式为:

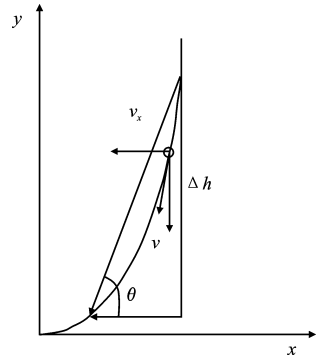


图 3 粒子运动矢量分析图

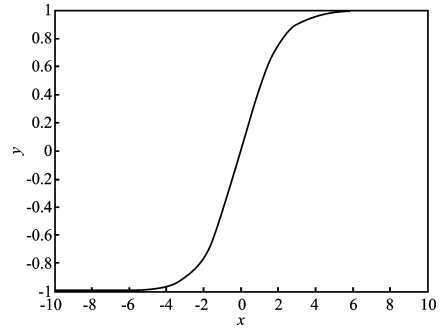


图 4 sigmoid 函数

$$V_{id}^{k+1} = \omega_{id} V_{id}^k + C_1 \xi (P_{best}^k - X_{id}^k) + C_2 \eta (G_{best}^k - X_{id}^k) \quad (4)$$

$$X_{id}^{k+1} = X_{id}^k + r V_{id}^{k+1} \quad d = 1, 2, \dots, D \quad (5)$$

$$\omega_{id} = \text{sigmoid}(\alpha \cdot \frac{\Delta h}{v_{id}}) \quad (6)$$

式中,惯性系数 ω 变为 ω_{id} ,表示每个粒子都有自己的惯性权重系数; α 为线性变化系数, v_{id} 为速度的标量大小; Δh 为粒子从某一刻到另一刻的函数值变化量.

4 算法仿真与分析

4.1 测试函数选取

为验证本文所改进的粒子群算法的性能,通过利用 MATLAB7.0 仿真软件,对改进后的粒子群算法(PSO-A)、带收缩因子的粒子群算法(PSO-X)以及惯性权重线性递减粒子群算法(PSO-W)进行数值仿真及性能仿真分析.本文运用 4 个测试函数来验证算法改进的合理性.在算法的执行过程中,各个参数的选取都会影响结果的精度,为了使得算法的收敛速度和收敛精度都能得到改善,选取粒子数为 50,维数为 20,最大更新迭代次数取 100,测试函数^[9]如下:

函数 F_1 :Sphere

$$f(X) = \sum_{i=1}^D x_i^2 \tag{7}$$

Sphere 函数,其搜索范围为 $[-100,100]$,全局最优解为 $f(0,0,\cdots,0)=0$ 。

函数 F_2 :Rosenbrock

$$f(X) = \sum_{i=1}^{D-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2] \tag{8}$$

Rosenbrock 是一个单峰值函数,搜索范围为 $[-2\,048,2\,048]$,全局最优解为 $f(1,1,\cdots,1)=0$ 。

函数 F_3 :Griewank

$$f(X) = 1 + \frac{1}{4\,000} \sum_{i=1}^D (x_i)^2 - \prod_{i=1}^D \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) \tag{9}$$

Griewank 是一个多峰函数,搜索范围为 $[-600,600]$,全局最优解为 $f(0,0,\cdots,0)=0$ 。

函数 F_4 :Rastrigin

$$f(X) = \sum_{i=1}^D (x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10) \tag{10}$$

Rastrigin 函数搜索范围为 $[-10,10]$,全局最优解为 $f(0,0,\cdots,0)=0$ 。

4.2 测试结果分析

重复对所选取的 4 个测试函数进行 100 次寻优,最优值及平均值如表 2 所示。

表 1 测试结果				
		PSO-A	PSO-X	PSO-W
F_1	a	6.450 3e-025	5.274 5e-038	7.420 5e-006
	b	2.340 3e-035	2.782 4e-002	5.345 0e-033
F_2	a	34.653 2	28.323 0	32.765 3
	b	24.003 2	12.563 5	30.056 0
F_3	a	8.340 5e-012	5.250 3e-023	0.003 4
	b	0.002 3	0.081 2	0.095 7
F_4	a	6.723 4e-023	0.135 4	0.150 2
	b	0.043 4	0.145 3	5.324 0e-034

其中, a 表示最优值, b 表示平均值。

为了更加清晰、直观的得到改进之后粒子群算法的收敛效果,通过 4 个测试函数实验仿真图来比较 PSO-A、PSO-X 和 PSO-W 三种不同粒子群算法的收敛情况,如图 5~8 所示。

从表 2 中可以清晰看到,对于测试函数 F_1 , F_3 和 F_4 ,PSO-A 的最优值和平均值都要优于 PSO-X 和 PSO-W,尤其对函数 F_1 的优化,效果比较明显。对于函数 F_2 ,三种算法对其优化结果基本相似,利用本文所提出的改进措施使得函数 F_2 的最优值和

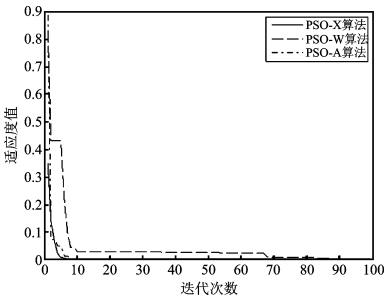


图 5 Sphere 函数

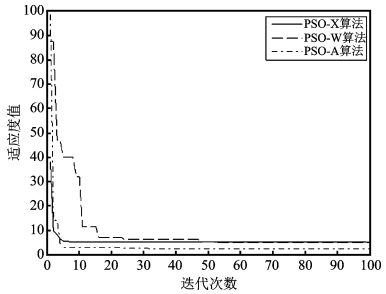


图 6 Rosenbrock 函数

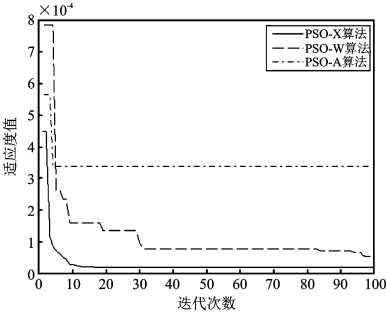


图 7 Griewank 函数

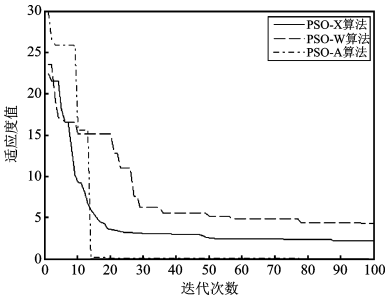


图 8 Rastrigin 函数

平均值比较接近,这说明利用 PSO-A 来优化 F_2 类型的函数^[10]性能比较稳定。从图 5 中可以清晰看出,对函数 F_4 ,PSO-A 算法在迭代 15 次左右之后基本达到全局最优,而 PSO-W 和 PSO-X 在迭代 100 次之后仍然在寻优,显然,PSO-A 算法收敛速度和收敛精度都有所提高。

5 结束语

经过分析与对比,一种新的自适应惯性权重粒子群算法在本文中被提出,考虑了 PSO 算法^[11]因过早收敛而陷入局部最优的缺点.基于文献^[12]对粒子惯性权重的研究,本文利用神经网络中神经元的非线性作用函数建立数学模型,得到改进后的自适应惯性权重粒子群算法,并将 PSO-X, PSO-A, PSO-W 三种算法对测试函数进行仿真分析对比,从仿真结果可以看出,改进后的粒子群算法使得算法的稳定性及收敛速度有所提高,但是粒子在后期寻优的过程中,随着各粒子之间维数差异性的减小,收敛速度会有所下降,使得粒子仍会停留在局部最优解,所以算法的有效性还有待改善.

参考文献:

- [1] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks. Perth, 1995: 1942-1948.
- [2] SHI Y, EBERHART R C. A modified particle swarm optimizer[C]//Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation. Anchorage, 1998: 69-73.
- [3] CLERC M, KENNEDY J. The particle swarm: exploration stability and convergence in a multi-dimensional complex space[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(1): 58-73.
- [4] 黄廷林, 戴雪峰, 张卉, 等. 改进 PSO 算法在多水源供水系统优化调度中的应用[J]. 中国给水排水, 2013, 28

(23): 64-68.

- [5] 范成礼, 邢清华, 范海雄, 等. 带审敛因子的变邻域粒子群算法[J]. 控制与决策, 2014, 28(4): 696-700.
- [6] 余胜威. MATLAB 优化算法案例分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2014: 201-202.
- [7] 朱正伟, 郭晓, 刁小敏. 基于混合免疫粒子群算法的 WSN 移动 sink 路径研究[J]. 微电子学与计算机, 2018, 35(5): 89-94.
- [8] 崔丽珍, 李晓宇, 胡海东, 等. 基于自然选择粒子群算法的 WSN 覆盖优化策略[J]. 微电子学与计算机, 2018, 35(4): 73-78.
- [9] 李军民, 王洪涛. 一种改进惯性权重策略的粒子群优化算法[J]. 西安科技大学学报, 2010, 30(5): 604-608.
- [10] 邵鹏, 吴志健. 基于改进 PSO 算法的 Rosenbrock 函数优化问题的研究[J]. 计算机科学, 2013, 40(9): 194-197.
- [11] 董平平, 高东慧, 田雨波, 等. 一种改进的自适应惯性权重粒子群优化算法[J]. 计算机仿真, 2012, 29(12): 283-286.
- [12] 罗华. 一种惯性权重自适应的粒子群优化算法[J]. 电子科技, 2017, 30(3): 30-32.

作者简介:

张晓莉 女, (1971-), 硕士, 副教授, 硕士生导师. 研究方向为嵌入式系统应用、物联网技术和移动互联网应用.

E-mail: 2859152317@qq.com.

王秦飞 男, (1993-), 硕士研究生. 研究方向为智能算法及应用系统.

冀汶莉 女, (1972-), 硕士, 副教授, 硕士生导师. 研究方向为物联网技术.