

引用格式:林杰,齐望东,赵跃新,等. 三维 AoA-ToA 目标跟踪的鲁棒偏差补偿卡尔曼滤波算法[J]. 微电子学与计算机,2021,38(6):53-59. [LIN J, QI W D, ZHAO Y X, et al. Robust bias compensation kalman filter algorithm for three-dimensional AoA-ToA target tracking[J]. Microelectronics & Computer, 2021, 38(6): 53-59.]

三维 AoA-ToA 目标跟踪的鲁棒偏差补偿卡尔曼滤波算法

林 杰¹, 齐望东^{2,3}, 赵跃新¹, 刘 鹏¹

(1 陆军工程大学 指挥控制工程学院, 江苏 南京 210007; 2 东南大学 信息科学与工程学院, 江苏 南京 210096;
3 网络通信与安全紫金山实验室, 江苏 南京 211111)

摘 要: 在以到达角(AoA)和到达时间(ToA)为观测量的三维目标跟踪中,异常值导致非线性滤波性能明显下降甚至发散. 针对该问题,提出了一种基于 M 估计的鲁棒偏差补偿卡尔曼滤波算法(MR-BCKF). 该算法首先利用 AoA 和 ToA 的等价几何关系对非线性观测方程进行伪线性化,接着依据 M 估计准则推导鲁棒伪线性卡尔曼滤波,然后采用偏差补偿策略提高跟踪精度. MR-BCKF 利用马氏距离判别异常值,不依赖于噪声统计特性,并且通过构建改进的三段式权重函数增强鲁棒性. 仿真结果表明,MR-BCKF 相较于其他鲁棒滤波算法不仅能提高孤立型异常值的抑制效果,而且在连续型异常值情况下也取得更高的跟踪精度.

关键词: 目标跟踪;鲁棒卡尔曼滤波;伪线性化;M 估计;偏差补偿

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000—7180(2021)06—0053—07

Robust bias compensation Kalman filter algorithm for three-dimensional AoA-ToA target tracking

LIN Jie¹, QI Wang-dong^{2,3}, ZHAO Yue-xin¹, LIU Peng¹

(1 Command and Control Engineering College, Army Engineering University, Nanjing 210007, Jiangsu China;
2 School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, Jiangsu China;
3 Purple Mountain Laboratory for Network Communications and Security, Nanjing 211111, Jiangsu China)

Abstract: In the three-dimensional target tracking with angle of arrival (AoA) and time of arrival (ToA) measurements, the outliers lead to significant performance degradation or even divergence of nonlinear filter. Aiming at this problem, an M-estimation-based robust bias compensation Kalman filter (MR-BCKF) algorithm is proposed in this paper. The algorithm pseudo-linearizes the nonlinear measurement equations through the equivalent geometric relationship between AoA and ToA, and then derives the robust pseudo-linear Kalman filter by exploiting the M estimation criterion, followed by the bias compensation to improve the tracking accuracy. Moreover, the MR-BCKF uses Mahalanobis distance to distinguish outliers, which does not depend on the noise statistics, and enhances the robustness by constructing an improved three-segment weight function. Simulation results shows that compared with other robust Kalman filter, the MR-BCKF can not only improve the suppression effect of isolated outliers, but also achieve higher tracking accuracy in the case of continuous outliers.

Key words: target tracking; robust Kalman filter; pseudo linearization; M-estimation; bias compensation

1 引言

目标跟踪在无线通信^[1]、定位导航^[2]以及态势感知^[3]等领域得到广泛的研究与应用. 随着阵列天线及其信号处理技术的迅速发展, 测量到达角(Angle of Arrival, AoA)和到达时间(Time of Arrival, ToA)可以在超宽带、Wi-Fi 等低成本硬件平台上得以实现^[4-5], 使得基于 AoA-ToA 的目标跟踪具有更广的适用范围.

AoA-ToA 目标跟踪通过采集含噪声的角度和时间观测值来估计目标的位置和速度. 由于目标状态与观测量之间存在非线性关系, 所以需要利用非线性滤波方法进行 AoA-ToA 目标跟踪. 扩展卡尔曼滤波^[6]通过对非线性观测方程进行一阶泰勒近似得到线性测量方程, 但是截断误差很容易引起滤波发散. 无迹卡尔曼滤波^[7]和容积卡尔曼滤波^[8]通过选择 Sigma 采样点对服从高斯分布的目标状态进行近似, 可获得二阶泰勒近似精度, 稳定性更好, 但是计算复杂度高, 在实时目标跟踪应用中受到限制. 伪线性卡尔曼滤波(Pseudo Linear Kalman Filter, PLKF)^[9]利用等价代数运算完成非线性观测方程的伪线性化, 不需要任何线性近似, 其滤波结构简单、计算开销低, 并且对初始误差敏感, 特别适用于三维 AoA-ToA 目标跟踪.

由于信号干扰、设备故障、外部环境变化等因素, 在量测过程中很可能会出现异常值. 然而, PLKF 不具有抵抗异常值的鲁棒能力, 所以异常值容易导致其跟踪精度明显下降, 甚至造成滤波发散. 针对卡尔曼滤波的异常值问题, Huber^[10]提出的 M 估计利用鲁棒 Huber 函数来调整代价函数, 从而降低异常值的权值, 但 M 估计是在线性假设下推导的, 引入到非线性滤波中会降低滤波的稳定性. Gao 等^[11]通过建立马氏距离来识别异常值, 并引入单个鲁棒因子调节观测噪声协方差大小, 降低滤波增益权重来减弱异常值对滤波性能的影响, 但该方法采用单一因子调节观测噪声协方差中的所有元素, 并不能充分利用可靠的观测值, 导致性能出现损失. Ge 等^[12]依据新息服从多元正态分布对测量异常进行逐维判别, 通过将加权异常新息的滤波增益置零来抑制大异常值的影响, 但是部分元素置零的滤波增益会影响后续正常观测时刻的状态估计, 并且选取异常判别阈值需要一定的先验知识, 不利于实际系统应用.

针对存在异常观测值的三维 AoA-ToA 目标跟

踪问题, 本文提出一种基于 M 估计的鲁棒偏差补偿卡尔曼滤波算法(M-estimation-based Robust Bias Compensation Kalman Filter, MR-BCKF). 该算法首先通过等价代数运算将非线性观测方程进行伪线性化, 接着依据 M 估计准则推导鲁棒 PLKF, 然后补偿由伪线性化引起的状态估计偏差来提高跟踪精度. MR-BCKF 基于马氏距离检测判别异常值, 并构建改进的三段式权重函数, 不仅能有效降低小异常值的权重, 而且可以消除大异常值的影响. 仿真结果表明, 与其他鲁棒滤波算法相比, MR-BCKF 对于孤立型和连续型的异常值均有更强的抑制能力, 并且在无异常值干扰情况下具有与原算法 BCKF 相当的跟踪性能.

2 三维 AoA-ToA 目标跟踪

观测站在三维空间中进行 AoA-ToA 目标跟踪的场景如图 1 所示. 运动目标在 k 时刻的待估计位置和速度向量分别为 $\mathbf{p}_k = [p_{x,k}, p_{y,k}, p_{z,k}]^T$ 和 $\mathbf{v}_k = [v_{x,k}, v_{y,k}, v_{z,k}]^T$, 其中 $k \in \{1, 2, \dots\}$. 静态观测站的位置为 $\mathbf{s} = [s_x, s_y, s_z]^T$. 令目标的运动状态向量为 $\mathbf{x}_k = [p_k^T, v_k^T]^T$, 可得其状态转移方程为

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{F}_k$ 为状态转移矩阵, 系统过程噪声 $\mathbf{w}_k \sim N(0, \mathbf{Q}_k)$. 设目标进行匀速运动, 从而 $\mathbf{F}_k$ 和 $\mathbf{Q}_k$ 的表达式为

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{T} \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \mathbf{Q}_k = \begin{bmatrix} \frac{T^3}{3} \mathbf{Q}_\rho & \frac{T^2}{2} \mathbf{Q}_\rho \\ \frac{T^2}{2} \mathbf{Q}_\rho & T \mathbf{Q}_\rho \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中, T 为观测间隔, $\mathbf{I}$ 和 $\mathbf{O}$ 分别为单位矩阵和全零矩阵. $\mathbf{Q}_\rho = \text{diag}(q_x, q_y, q_z)$, q_x 、 q_y 和 q_z 分别为过程噪声在 x 、 y 和 z 坐标轴上的功率谱密度.

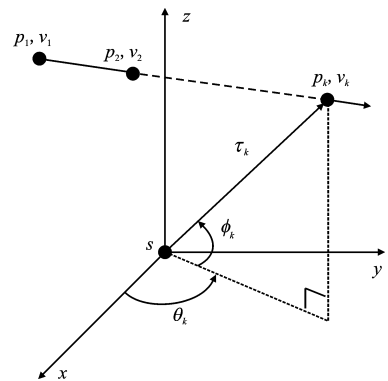


图 1 三维 AoA-ToA 目标跟踪示意图

方位角 θ_k 、俯仰角 ϕ_k 和到达时间 τ_k 的观测方程

为

$$\tilde{\theta}_k = \theta_k + n_{\theta,k}, \theta_k = \arctan\left(\frac{p_{y,k} - s_y}{p_{x,k} - s_x}\right) \quad (3a)$$

$$\tilde{\varphi}_k = \varphi_k + n_{\varphi,k}, \varphi_k = \arcsin\left(\frac{p_{z,k} - s_z}{\|\mathbf{p}_k - \mathbf{s}\|}\right) \quad (3b)$$

$$\tilde{\tau}_k = \tau_k + n_{\tau,k}, \tau_k = \|\mathbf{p}_k - \mathbf{s}\|/c \quad (3c)$$

式中, $\theta_k \in (-\pi, \pi)$, $\varphi_k \in (-\pi/2, \pi/2)$. $\|\cdot\|$ 为欧式范数, c 为信号传播速度. 观测噪声 $n_{\theta,k}$ 、 $n_{\varphi,k}$ 和 $n_{\tau,k}$ 均为零均值的高斯白噪声, 其方差分别为 $\sigma_{\theta,k}^2$ 、 $\sigma_{\varphi,k}^2$ 和 $\sigma_{\tau,k}^2$. 此外, 过程噪声和观测噪声也是统计独立.

根据式(1)和式(3), 可得三维 AoA - ToA 目标跟踪的状态空间模型

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (4a)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{n}_k \quad (4b)$$

式中, 观测向量 $\tilde{\mathbf{y}}_k = [\tilde{\theta}_k, \tilde{\varphi}_k, \tilde{\tau}_k]^T$, $h(\mathbf{x}_k)$ 是关于 $\mathbf{x}_k$ 的非线性函数, 噪声向量 $\mathbf{n}_k = [n_{\theta,k}, n_{\varphi,k}, n_{\tau,k}]^T$.

非线性卡尔曼滤波可用于求解非线性状态空间模型(4), 在高斯噪声条件下通常能获得次优的估计性能. 然而, 实际观测数据可能存在异常值, 使得观测噪声不再符合严格的高斯分布(比如重尾分布), 导致非线性卡尔曼滤波的跟踪性能明显下降甚至发散.

3 鲁棒偏差补偿卡尔曼滤波

针对三维 AoA-ToA 目标跟踪的非线性滤波和异常值问题, 本节首先对观测方程进行伪线性化, 接着依据 M 估计准则推导鲁棒 PLKF, 然后补偿由伪线性化引起的偏差以提高估计精度. 其中, 构建了基于马氏距离的改进型三段式权重函数 e-Huber, 用于处理不同类型的异常值.

3.1 观测方程伪线性化

伪线性化是通过等价代数运算得到新形式的线性方程, 不需要进行近似处理. 方位角 $\tilde{\theta}_k$ 的观测方程(3a)可以写成伪线性形式

$$\tilde{\mathbf{z}}_{\theta,k} = \mathbf{H}_{\theta,k} \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_{\theta,k} \quad (5)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{z}}_{\theta,k} = \tilde{\mathbf{u}}_{\theta,k}^T \mathbf{s}, \mathbf{H}_{\theta,k} = \tilde{\mathbf{u}}_{\theta,k}^T \mathbf{L}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\theta,k} = -\|\mathbf{d}_k\| \cos\varphi_k \sin n_{\theta,k}$$

$$\text{有 } \tilde{\mathbf{u}}_{\theta,k} = [\sin\tilde{\theta}_k, -\cos\tilde{\theta}_k, 0]^T,$$

$$\mathbf{L} = [\mathbf{I}_{3 \times 3}, \mathbf{O}_{3 \times 3}], \mathbf{d}_k = \mathbf{p}_k - \mathbf{s}.$$

同理俯仰角 $\tilde{\varphi}_k$ 的观测方程(3b)等价于

$$\tilde{\mathbf{z}}_{\varphi,k} = \mathbf{H}_{\varphi,k} \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_{\varphi,k} \quad (6)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{z}}_{\varphi,k} = \tilde{\mathbf{u}}_{\varphi,k}^T \mathbf{s}, \mathbf{H}_{\varphi,k} = \tilde{\mathbf{u}}_{\varphi,k}^T \mathbf{L}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\varphi,k} \approx \|\mathbf{d}_k\| \sin n_{\varphi,k}$$

$$\text{以及 } \tilde{\mathbf{u}}_{\varphi,k} = [-\sin\tilde{\varphi}_k \cos\tilde{\theta}_k, -\sin\tilde{\varphi}_k \sin\tilde{\theta}_k, \cos\tilde{\varphi}_k]^T.$$

令观测站指向目标的单位向量为 $\mathbf{b}_k$, 结合到达角得到 $\mathbf{b}_k = [\cos\varphi_k \cos\theta_k, \cos\varphi_k \sin\theta_k, \sin\varphi_k]^T$. 由于 $\mathbf{b}_k^T \mathbf{d}_k = \|\mathbf{d}_k\|$, 所以 τ_k 的观测方程式(3c)可以伪线性化为

$$\tilde{\mathbf{z}}_{\tau,k} = \mathbf{H}_{\tau,k} \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_{\tau,k} \quad (7)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{z}}_{\tau,k} = c \tilde{\tau}_k + \tilde{\mathbf{b}}_k^T \mathbf{s}, \mathbf{H}_{\tau,k} = \tilde{\mathbf{b}}_k^T \mathbf{L}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\tau,k} = 2 \|\mathbf{d}_k\| \sin^2(n_{\theta,k}/2) + cn_{\tau,k}$$

$\tilde{\mathbf{b}}_k$ 是将到达角的测量值代入 $\mathbf{b}_k$ 所得. 结合式(5)、(6)和(7)可得 k 时刻的伪线性观测方程

$$\tilde{\mathbf{z}}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_k \quad (8)$$

式中, 观测向量 $\tilde{\mathbf{z}}_k = [\tilde{\mathbf{z}}_{\theta,k}, \tilde{\mathbf{z}}_{\varphi,k}, \tilde{\mathbf{z}}_{\tau,k}]^T$, $\mathbf{H}_k$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 分别为对应的观测矩阵和伪线性噪声向量, 可知式(8)已转换为线性方程. 当观测噪声较小时, 伪线性噪声向量 $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 的均值近似为 $\mathbf{0}_3$, 其协方差矩阵 $\mathbf{R}_k = E\{\boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T\} = \text{diag}(R_{\theta,k}, R_{\varphi,k}, R_{\tau,k})$, 其中

$$R_{\theta,k} \approx \|\mathbf{d}_k\|^2 \cos^2\varphi_k \sigma_{\theta,k}^2$$

$$R_{\varphi,k} \approx \|\mathbf{d}_k\|^2 \sigma_{\varphi,k}^2 \quad (9)$$

$$R_{\tau,k} \approx c^2 \sigma_{\tau,k}^2$$

3.2 鲁棒伪线性卡尔曼滤波

状态转移方程(1)和伪线性观测方程(8)构成伪线性状态空间模型, 应用经典线性卡尔曼滤波即可得到 PLKF. 结合最小二乘和 M 估计准则, 可构建目标函数

$$J_M = \mathbf{e}_{k|k-1}^T \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1} \mathbf{e}_{k|k-1} + \sum_{i=1}^m \mathbf{R}_k^{-1}(i, i) \rho(\boldsymbol{\varepsilon}_k(i)) \quad (10)$$

式中, 预测误差 $\mathbf{e}_{k|k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} - \mathbf{x}_k$, 其协方差矩阵为 $\mathbf{P}_{k|k-1}$, $\rho(\cdot)$ 为鲁棒代价函数; m 为观测向量维数. 式(10)对 $\mathbf{x}_k$ 求偏导并且令其等于 0, 可得

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{-1} \mathbf{e}_{k|k-1} + \sum_{i=1}^m \mathbf{R}_k^{-1}(i, i) \varphi(\boldsymbol{\varepsilon}_k(i)) \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_k(i)}{\partial \mathbf{x}_k} = 0 \quad (11)$$

式中, $\varphi(\cdot)$ 为 $\rho(\cdot)$ 的导数. 为减小异常值的影响, 将 $\varphi(\cdot)$ 设置为有界函数, 使得异常误差在一定范围内. 通常可以令 $\varphi(\boldsymbol{\varepsilon}_k(i)) = \omega_{k,i} \boldsymbol{\varepsilon}_k(i)$, 其中 $\omega_{k,i}$ 为权重系数. 另外, 根据 $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 定义可得

$$\frac{\partial \varepsilon_k(i)}{\partial \mathbf{x}_k} = \frac{\partial (\tilde{\mathbf{z}}_k(i) - \mathbf{H}_k(i, :) \mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{x}_k} = -\mathbf{H}_k^T(:, i) \quad (12)$$

将式(12) 和 $\varphi(\varepsilon_k(i))$ 的表达式代入式(11), 可得

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{-1} \mathbf{e}_{k|k-1} + \mathbf{H}_k^T (\mathbf{W}_k \mathbf{R}_k)^{-1} (\mathbf{H}_k \mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{z}}_k) = 0 \quad (13)$$

式中, 权重矩阵 $\mathbf{W}_k = \text{diag}(\omega_{k,1}^{-1}, \dots, \omega_{k,m}^{-1})$. 当 $\mathbf{W}_k$ 为单位阵时, 式(13) 与 PLKF 是等价的. 因此, 基于 M 估计的鲁棒 PLKF 通过权重矩阵以降低异常值的影响, 其滤波步骤如下

(1) 时间更新:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} \quad (14a)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_k \quad (14b)$$

(2) 量测更新:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{W}_k \mathbf{R}_k + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T)^{-1} \quad (14c)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\tilde{\mathbf{z}}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \quad (14d)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (14e)$$

式中, 协方差矩阵 $\mathbf{R}_k$ 与未知的真实值 $\mathbf{d}_k, \varphi_k$ 相关, 可以通过状态预测值 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 计算 $\hat{\mathbf{d}}_{k|k-1}$ 和 $\hat{\varphi}_{k|k-1}$, 并以此近似得到 $\mathbf{R}_k$.

3.3 偏差补偿

伪线性化使得观测矩阵 $\mathbf{H}_k$ 和伪线性噪声向量 ε_k 之间相关, 导致 PLKF 出现估计偏差, 尤其是当噪声严重时估计偏差会快速增加. 因此, 将偏差补偿思想^[13] 应用于鲁棒 PLKF, 通过计算估计偏差并进行补偿, 提高目标跟踪精度. 利用滤波步骤(14)、矩阵反演等公式^[14] 可得相关偏差项

$$\begin{aligned} E\{\sigma_k\} &= E\{\mathbf{P}_{k|k} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{W}_k \mathbf{R}_k)^{-1} \varepsilon_k\} \\ &\approx \mathbf{P}_{k|k} \omega_{k,1}^{-1} \mathbf{R}_{\theta,k}^{-1} E\{\mathbf{H}_{\theta,k}^T \varepsilon_{\theta,k} \mid \mathbf{x}_k\} \\ &+ \mathbf{P}_{k|k} \omega_{k,2}^{-1} \mathbf{R}_{\varphi,k}^{-1} E\{\mathbf{H}_{\varphi,k}^T \varepsilon_{\varphi,k} \mid \mathbf{x}_k\} \\ &+ \mathbf{P}_{k|k} \omega_{k,3}^{-1} \mathbf{R}_{\tau,k}^{-1} E\{\mathbf{H}_{\tau,k}^T \varepsilon_{\tau,k} \mid \mathbf{x}_k\} \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{H}_{\theta,k}^T \varepsilon_{\theta,k} \mid \mathbf{x}_k\} &\approx -\mathbf{L}^T \parallel \mathbf{d}_k \parallel \sigma_{\theta,k}^2 \mathbf{a}_k^1 \\ E\{\mathbf{H}_{\varphi,k}^T \varepsilon_{\varphi,k} \mid \mathbf{x}_k\} &\approx \mathbf{L}^T \parallel \mathbf{d}_k \parallel (-\sigma_{\varphi,k}^2 \mathbf{a}_k^2 + \sigma_{\theta,k}^2 \mathbf{a}_k^3/2) \\ E\{\mathbf{H}_{\tau,k}^T \varepsilon_{\tau,k} \mid \mathbf{x}_k\} &\approx \mathbf{L}^T \parallel \mathbf{d}_k \parallel (\sigma_{\varphi,k}^2 \mathbf{a}_k^2/2 + \cos^2 \varphi_k \sigma_{\theta,k}^2 \mathbf{a}_k^2/2) \end{aligned}$$

以及

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_k^1 &= \text{diag}(1, 1, 0) \cdot \mathbf{b}_k \\ \mathbf{a}_k^2 &= \mathbf{b}_k \\ \mathbf{a}_k^3 &= -\sin \varphi_k \cos \varphi_k \mathbf{u}_{\varphi,k} \end{aligned}$$

偏差项中的 $\mathbf{d}_k, \theta_k$ 和 φ_k 是与 $\mathbf{x}_k$ 相关的未知真实值,

可以通过 PLKF 的状态估计值 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 来计算 $\hat{\mathbf{d}}_{k|k}, \hat{\theta}_{k|k}$ 和 $\hat{\varphi}_{k|k}$, 并以此分别替代 $\mathbf{d}_k, \theta_k$ 和 φ_k , 从而近似得到 $\hat{E}\{\sigma_k\}$. 因此, 可得 MR-BCKF 的状态估计值

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{\text{BC}} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k} - \hat{E}\{\sigma_k\} \quad (16)$$

由于 PLKF 的状态估计协方差矩阵忽略了 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 存在偏差, 所以实际协方差矩阵为

$$E\{(\hat{\mathbf{x}}_{k|k} - \mathbf{x}_k)(\hat{\mathbf{x}}_{k|k} - \mathbf{x}_k)^T\} = \mathbf{P}_{k|k} + \sigma_k \sigma_k^T \quad (17)$$

进一步可得 MR-BCKF 的协方差矩阵

$$\begin{aligned} E\{(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{\text{BC}} - \mathbf{x}_k)(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{\text{BC}} - \mathbf{x}_k)^T\} &= \mathbf{P}_{k|k} + \sigma_k \sigma_k^T - \sigma_k \hat{E}\{\sigma_k^T\} \\ &- \hat{E}\{\sigma_k\} \sigma_k^T + \hat{E}\{\sigma_k\} \hat{E}\{\sigma_k^T\} \end{aligned} \quad (18)$$

在推导计算估计偏差值 $\hat{E}\{\sigma_k\}$ 过程中, 存在近似 $\sin n_{\theta,k} \approx n_{\theta,k}$ 以及 $\sin n_{\varphi,k} \approx n_{\varphi,k}$. 当近似误差不超过 0.5% 时, 可认为近似式成立, 此时对应的角度观测噪声标准差小于 10° . 因此, 当观测噪声较小时 ($\sigma_\theta = \sigma_\varphi < 10^\circ$), 偏差估计值与真实偏差值近似相等, 也就是 $\hat{E}\{\sigma_k\} \approx \sigma_k$, 以此代入式(18) 可得 MR-BCKF 的协方差矩阵近似等于 $\mathbf{P}_{k|k}$, 所以其状态估计协方差仍然使用式(14e) 进行更新.

3.4 权重函数

基于 M 估计的鲁棒 PLKF 通过引入权重矩阵来降低异常值的影响, 所以对异常值的处理转化为权重函数的设计. 权重函数需要确定观测值的区间划分以及各区间的权重, 比如常用的 Huber 权重函数^[10] 为两段式函数, 对于超过阈值的异常值进行降权处理, 同时维持正常观测值的权重不变. 但是阈值通常依据经验确定, 不利于在实际目标跟踪系统中的应用.

马氏距离是一种多元数据异常值检测的重要依据, 其优势在于不依赖于噪声统计特性, 可以避免通过经验值确定阈值. 因此, 可构建基于马氏距离的异常值判别量, 其表达式为

$$\gamma_k = \mathbf{e}_k^T \mathbf{P}_{e_k}^{-1} \mathbf{e}_k \sim \chi^2(m) \quad (19)$$

式中, 新息 $\mathbf{e}_k = \tilde{\mathbf{z}}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$, 新息协方差矩阵 $\mathbf{P}_{e_k} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$. γ_k 服从自由度为 m 的卡方分布, m 为新息向量维数. 根据假设检验理论可知, 给定显著性水平 α , 则 γ_k 满足

$$p(\gamma_k < \chi_\alpha^2(m)) = 1 - \alpha \quad (20)$$

式中, $p(\cdot)$ 为随机事件的概率; $\chi_\alpha^2(m)$ 为卡方分布的 α 分位点. 当 γ_k 不满足式(20) 时, 表明观测值存在异常. 观测向量可能仅有个别观测值出现异常, 若采用统一的权重进行调节, 使得可靠的观测值也被降权. 因此, 对新息向量进行逐维检测判别异常值更合

理,可避免降低正常观测值的权重.针对新息向量中的每一个元素,可知

$$\gamma_k(i) = \frac{\mathbf{e}_k^2(i)}{\mathbf{P}_{e_k}(i,i)} \sim \chi^2(1) \quad (21)$$

对于自由度为1的卡方分布,权重函数需要更为精细地划分观测值区间以及确定合理的权重,不仅要降低小异常值的权重,还要消除大异常值的影响.为此,提出一种改进的三段式权重函数 e-Huber,其表达式为

$$\omega_{k,i} = \begin{cases} 1, & \gamma_k(i) \leq \chi_{\alpha_1}^2(1) \\ \exp\left(\frac{\chi_{\alpha_1}^2(1) - \gamma_k(i)}{\chi_{\alpha_1}^2(1)}\right), & \chi_{\alpha_1}^2(1) < \gamma_k(i) < \chi_{\alpha_2}^2(1) \\ e(i) = 0, & \gamma_k(i) \geq \chi_{\alpha_2}^2(1) \end{cases} \quad (22)$$

e-Huber 函数通过置信度 α_1 和 α_2 调整观测值的划分区间,相比 Huber 函数的经验判别更加准确,并且不依赖于观测噪声的统计特性.当异常值较小时以指数形式降低权重,当异常值很大时直接将对应维度的新息置为0,等同于移除该异常值.

通过观测方程伪线性化、基于 M 估计的鲁棒滤波、估计偏差补偿以及权重系数计算,可得 MR-BCKF 算法的流程如图 2 所示

具体步骤如下

1. 初始化:设置 $\hat{\mathbf{x}}_{0|-1}, \mathbf{P}_{0|-1}$.
2. 时间更新:计算状态预测值 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 及其协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}$.
3. 计算新息向量 $\mathbf{e}_k$ 及其协方差矩阵 $\mathbf{P}_{e_k}$,然后逐维计算马氏距离的平方值 $\gamma_k(i)$.
4. 判断 $\gamma_k(i)$ 与对应分位点的大小,计算相应的权重系数 $\omega_{k,i}$.
5. 更新新息协方差矩阵,接着更新状态 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 及其协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k}$.
6. 计算 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 的估计偏差,并且进行补偿.
7. 重复步骤 2 至步骤 6,直至遍历所有时刻.

4 仿真分析

将文献[10]、[11]、[12]的异常值处理策略应用于 BCKF,分别可得鲁棒滤波算法 H-BCKF、MD-BCKF 以及 IR-BCKF.通过蒙特卡洛仿真对比本文所提算法 MR-BCKF、原始算法 BCKF 和上述三种鲁棒滤波算法在不同仿真场景下的跟踪性能. k 时刻的位置均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)可定义为

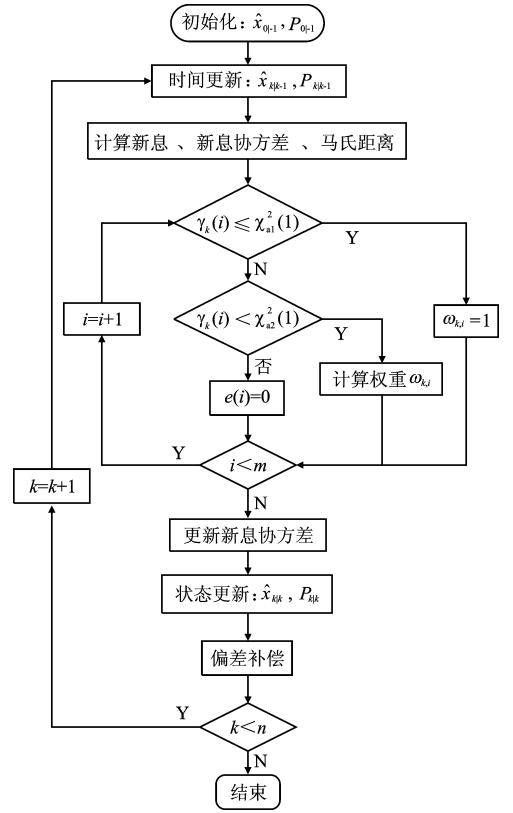


图2 MR-BCKF 算法流程图

$$\text{RMSE}_{\text{pos},k} = \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \|\hat{\mathbf{p}}_{k|k}^i - \mathbf{p}_k^i\|^2 \right)^{1/2} \quad (23)$$

式中, $\hat{\mathbf{p}}_{k|k}^i$ 和 $\mathbf{p}_k^i$ 分别为 k 时刻第 i 次仿真的位置估计值和真实值, M 为蒙特卡洛仿真次数.

4.1 仿真参数

仿真场景为单个基站对小型旋翼无人机进行三维 AoA-ToA 目标跟踪,如图 3 所示. 基站位置固定,坐标 $s = [240, 0, 0]^T$ m, 无人机在三维空间进行匀速运动, 其真实初始位置和速度分别为 $\mathbf{p}_0 = [10, 18, 30]^T$ m 以及 $\mathbf{v}_0 = [2, 4, 2]^T$ m/s. 观测间隔 $T = 1$ s, 总观测次数 $N = 80$, 时刻 $k \in [1, N]$. 由于无人机进行匀速运动时的过程噪声较小, 所以设定功率谱密度 $q_x = q_y = q_z = 0.01 \text{ m}^2/\text{s}^3$, 代入式(2)可得过程噪声协方差矩阵 $\mathbf{Q}_k$. 观测噪声的标准差 $\sigma_\theta = \sigma_\varphi = 2^\circ$, $\sigma_r = 2$ m, 然后结合状态预测值代入式(9)即可得到观测噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_k$. 无人机在初始时刻的位置和速度可以利用导航定位卫星测量得到, 其对应的协方差矩阵取值为 $\mathbf{P}_{0|-1} = \text{diag}(4^2, 4^2, 4^2, 0.4^2, 0.4^2, 0.4^2)$, 表示在 x 、 y 和 z 坐标轴上的位置和速度标准差分别为 4 m 和 0.4 m/s. 蒙特卡洛仿真次数 $M = 1000$, 权重函数的置信水平 $\alpha_1 = 0.05$ 以及 $\alpha_2 = 0.005$.

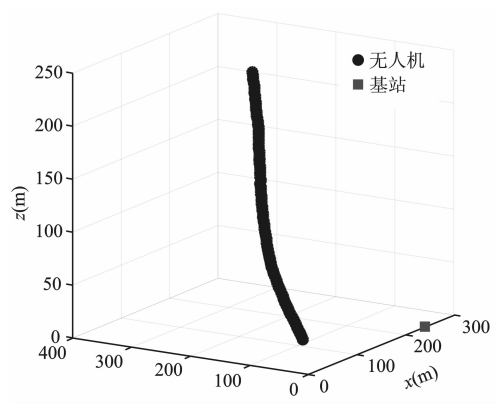


图 3 三维 AoA-ToA 目标跟踪的仿真场景

4.2 仿真结果

目标跟踪主要是为了估计目标位置,并且各算法的位置误差和速度误差变化情况类似,所以仅给出在不同仿真场景下的位置 RMSE.

表 1 异常值设置

时 刻	30	40	50	60
方位角标准差	$5\sigma_\theta$	$5\sigma_\theta$	$5\sigma_\theta$	$10\sigma_\theta$
到达时间标准差	$5\sigma_\tau$	$5\sigma_\tau$	$5\sigma_\tau$	$10\sigma_\tau$

仿真场景 1: 无异常值干扰. 各算法的位置 RMSE 如图 4 所示.

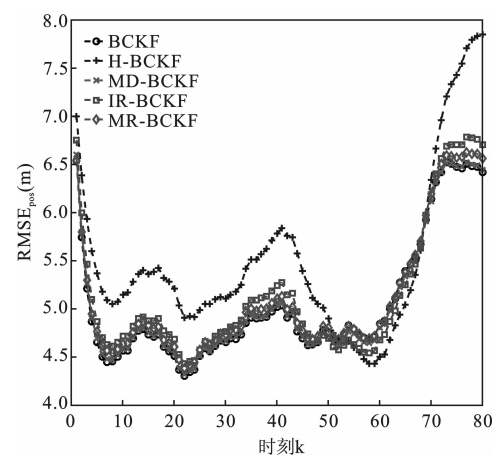


图 4 无异常值情况下的位置 RMSE

图 4 表明在无异常值的情况下,原始算法 BCKF 的跟踪误差最小,因为该算法没有采用鲁棒滤波策略,不存在额外的性能损失.除 H-BCKF 之外,其余鲁棒滤波算法的跟踪性能与 BCKF 基本一致. H-BCKF 的跟踪性能较差,这源自于部分正常观测值被当做异常值处理,也就是 H-BCKF 的估计精度在很大程度上依赖于阈值选择,但是确定合适的阈值往往需要准确的先验知识. MD-BCKF、IR-

BCKF 以及 MR-BCKF 的阈值选择与噪声统计特性的相关性较弱,正常观测值的误判率很低,所以在整个跟踪过程中几乎等同于执行 BCKF,其跟踪性能和 BCKF 相差不大.

仿真场景 2: 孤立型异常值. 异常值的出现时刻和标准差见表 1,各算法的位置 RMSE 如图 5 所示.

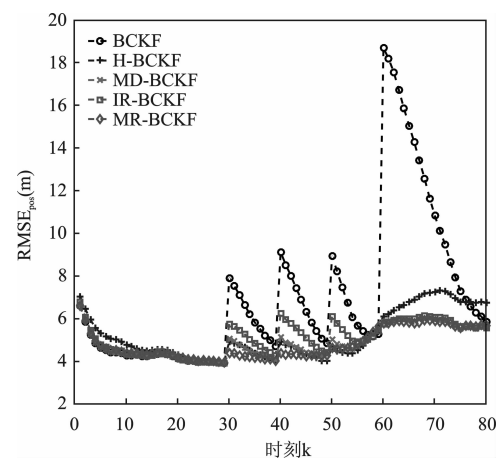


图 5 孤立型异常值情况下的位置 RMSE

从图 5 可以看出,在孤立型异常值情况下,BCKF 的跟踪性能显著降低,而四种鲁棒卡尔曼滤波算法都能在一定程度上抑制异常值的影响.当出现小异常值时(时刻 30, 40, 50),MR-BCKF 的跟踪性能最佳,H-BCKF 和 MD-BCKF 的跟踪性能接近,IR-BCKF 的跟踪性能稍差.在大异常值(时刻 60)情况下,H-BCKF 的跟踪性能下降较明显,甚至呈现发散趋势,而其余三种鲁棒卡尔曼滤波算法的性能相当,几乎没有受到大异常值的影响.其原因在于 H-BCKF 采用的两段式权重函数无法有效降低大异常值对观测协方差矩阵的不良影响,但 MD-BCKF、IR-BCKF 和 MR-BCKF 通过直接移除大异常值来消除其影响.

仿真场景 3: 连续型异常值. 在 31 至 35 时刻叠加 5 倍的方位角和到达时间标准差,各算法的位置 RMSE 如图 6 所示.

根据图 6 可知,由于滤波的累计误差影响,在连续型异常值情况下各算法的跟踪性能明显下降.其中,MR-BCKF 的最大位置 RMSE 小于 12 m,而其余鲁棒卡尔曼滤波算法的最大位置 RMSE 均大于 16m.因此,MR-BCKF 不会因为连续出现异常值而造成性能急剧下降,对连续型异常值的抑制效果更明显.虽然各算法在时刻 36 开始向真实运动轨迹逐步收敛,但随着几何结构变差,H-BCKF、MD-BCKF 和 IR-BCKF 会因为连续异常值造成滤波稳定性降

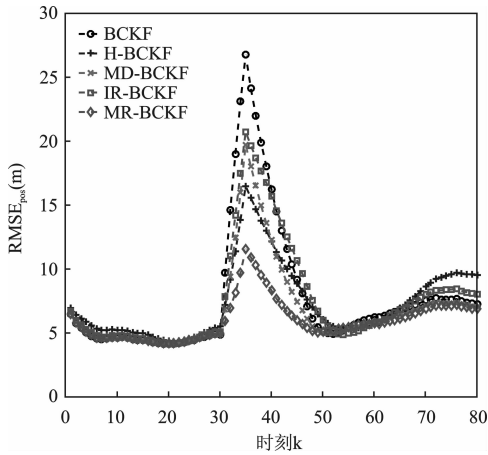


图 6 连续型异常值情况下的位置 RMSE

低,其跟踪性能再次明显下降,而 MR-BCKF 仍能维持稳定的滤波跟踪。

5 结束语

本文提出了一种用于三维 AoA-ToA 目标跟踪的鲁棒偏差补偿卡尔曼滤波算法 MR-BCKF,首先将非线性观测方程转换为等价的伪线性形式,接着基于 M 估计准则推导鲁棒 PLKF,然后采用偏差补偿策略提高跟踪精度。该算法构建了基于马氏距离的改进型三段式权重函数 e-Huber,相比传统的利用经验选取阈值更为准确,并且不依赖于噪声统计特性。仿真结果表明,与鲁棒卡尔曼滤波算法 H-BCKF、MD-BCKF 和 IR-BCKF 相比,本文算法 MR-BCKF 不仅能够更有效地抑制孤立型异常值的影响,而且当连续异常值出现时可以实现更准确的目标跟踪。

参考文献:

- [1] KOIVISTO M, COSTA M, WERNER J, et al. Joint device positioning and clock synchronization in 5G ultra-dense networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017, 16(5): 2866-2881. DOI: 10.1109/TWC.2017.2669963.
- [2] ZHAO Y X, QI W D, LIU P, et al. Accurate 3D localisation of mobile target using single station with AoA-TDoA measurements[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2020, 14(6): 954-965. DOI: 10.1049/iet-rsn.2019.0600.
- [3] GENNARELLI G, LUDENO G, SOLDVIERI F. Real-time through-wall situation awareness using a microwave Doppler radar sensor[J]. Remote Sensing, 2016, 8(8): 621. DOI: 10.3390/rs8080621.

- [4] ZHANG L Y, WANG H Y. 3D-WiFi: 3D localization with commodity WiFi[J]. IEEE Sensors Journal, 2019, 19(13): 5141-5152. DOI: 10.1109/JSEN.2019.2900511.
- [5] IBRAHIM M, LIU H S, JAWAHAR M, et al. Verification: accuracy evaluation of WiFi fine time measurements on an open platform[C]//Proceedings of the 24th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking. New Delhi: ACM, 2018: 417-427. DOI: 10.1145/3241539.3241555.
- [6] ZHAO J B, NETTO M, MILI L. A robust iterated extended Kalman filter for power system dynamic state estimation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(4): 3205-3216. DOI: 10.1109/TPWRS.2016.2628344.
- [7] ZHAO J B, MILI L. A theoretical framework of robust H-infinity unscented Kalman filter and its application to power system dynamic state estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(10): 2734-2746. DOI: 10.1109/TSP.2019.2908910.
- [8] CUI B B, WEI X H, CHEN X Y, et al. On sigma-point update of cubature Kalman filter for GNSS/INS under GNSS-challenged environment[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(9): 8671-8682. DOI: 10.1109/TVT.2019.2931923.
- [9] NGUYEN N H, DOĞANÇAY K. Improved pseudo-linear Kalman filter algorithms for bearings-only target tracking[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(23): 6119-6134. DOI: 10.1109/TSP.2017.2749207.
- [10] LI W, LIU M H, DUAN D P. Improved robust Huber-based extended Kalman filtering[J]. Journal of Aeronautics Astronautics and Aviation, 2015, 47(1): 41-48. DOI: 10.6125/14-0511-796.
- [11] GAO B B, HU G G, ZHU X H, et al. A robust cubature Kalman filter with abnormal observations identification using the Mahalanobis distance criterion for vehicular INS/GNSS integration[J]. Sensors, 2019, 19(23): 5149. DOI: 10.3390/s19235149.
- [12] GE B S, ZHANG H, SHENG W, et al. Optimized Kalman filter approach with innovation-based outlier diagnosis[C]//Proceedings of the 2018 IEEE CSAA Guidance, Navigation and Control Conference. Xiamen: IEEE, 2018: 1-5. DOI: 10.1109/GNCC42960.2018.9018724.