

# 基于角度滤波与转换量测的主动声呐跟踪研究

杜扬凡<sup>1</sup>, 张文<sup>1</sup>, 赵宣植<sup>1</sup>, 刘增力<sup>1</sup>, 刘康<sup>2</sup>

(1. 昆明理工大学 信息工程与自动化学院, 云南 昆明 650504; 2. 南方科技大学 环境科学与工程学院, 广东 深圳 518055)

**摘要:**针对主动声呐跟踪中多普勒量测与目标运动状态间非线性关系复杂、自由度不匹配的问题,本文提出一种基于角度滤波与4变量转换量测的主动声呐跟踪方法。首先,设计线性结构角度滤波器,通过最小方差准则融合角度量测与状态预测,提供高精度的角速度伪量测;其次,结合声呐原始量测(距离、方位角、径向速度)与角速度伪量测,构建4维增广量测向量,提出4变量多普勒转换量测方法,将极坐标系量测无偏转换至笛卡尔坐标系,解决自由度不足问题;最后,利用线性卡尔曼滤波实现状态更新,形成角度滤波与状态滤波的双重交互结构。仿真结果表明,相比现有算法,所提方法在目标慢速机动或转弯时具有更高的估计精度和一致性,有效降低了非线性近似误差,提升了多普勒信息利用率。所提方法为同时保证量测转换的无偏性和协方差的准确性提供了思路,具有较高的实际应用潜力。

**关键词:**主动声呐跟踪;多普勒量测;角度滤波;量测转换;卡尔曼滤波;双重交互滤波结构;角速度伪量测;多普勒频移

DOI: 10.11990/jheu.202506015

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1390.u.20250623.1613.012>

中图分类号: TB566 文献标志码: A 文章编号: 1006-7043(2025)08-1625-10

## Active sonar tracking based on bearing filter and converted measurement

DU Yangfan<sup>1</sup>, ZHANG Wen<sup>1</sup>, ZHAO Xuanzhi<sup>1</sup>, LIU Zengli<sup>1</sup>, LIU Kang<sup>2</sup>

(1. School of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650504, China; 2. School of Environmental Science and Engineering, Southern University of Science and Technology, Shenzhen 518055, China)

**Abstract:** Aiming to address the intricate nonlinear relationship and the disparity in degrees of freedom between Doppler measurements and target motion states in active sonar tracking, this study proposes a tracking method based on bearing filtering and four-variable converted measurement. Initially, a linear structure bearing filter is engineered to amalgamate bearing measurements and state predictions employing the minimum variance criterion, producing high-precision bearing rate pseudomeasurements. Secondly, the integration of the original sonar measurements (range, bearing, and radial velocity) with the bearing rate pseudomeasurements results in the construction of a four-dimensional augmented measurement vector. A four-variable Doppler conversion measurement method is proposed to unbiasedly convert polar coordinate measurements into Cartesian coordinates, addressing the issue of insufficient degrees of freedom. Linear Kalman filtering is employed to facilitate state updates, establishing an interactive dual-filter structure for bearing and motion states in Cartesian coordinates. The simulation results indicate that, in comparison with existing algorithms, during slow maneuvers or target turning, the proposed method achieves higher estimation accuracy and consistency, effectively reducing nonlinear approximation errors and enhancing the utilization of Doppler information. The proposed methodology establishes a novel framework for ensuring both the unbiasedness of measurement conversion and the precision of covariance estimation, demonstrating considerable potential for practical applications.

**Keywords:** active sonar tracking; Doppler measurement; bearing filter; measurement conversion; Kalman filter; interactive dual-filter structure; bearing rate pseudo-measurements; Doppler frequency shift

主动声呐通过测量回波的时延和方位信息进行

目标定位和跟踪。海洋信道的复杂性以及时延、方位测量误差将对定位精度带来严重影响<sup>[1-3]</sup>。针对运动目标,虽然多普勒量测能够提供额外约束从而提高精度<sup>[4-5]</sup>,但由于多普勒量测与目标运动状态之间存在复杂的非线性关系,如何有效融合多普勒信息以优化跟踪性能是声呐信号处理领域的一个难

收稿日期: 2025-06-07.

网络出版日期: 2025-06-24.

基金项目: 国防科技重点实验室基金项目(2023JCJQLB3301); 国家自然科学基金项目(61271007).

作者简介: 杜扬凡,男,硕士研究生;  
赵宣植,男,讲师,博士.

通信作者: 赵宣植, E-mail: zhaoxuanzhi@kust.edu.cn.

题<sup>[6-7]</sup>。在主动声呐跟踪系统中,目标的运动状态通常在笛卡尔坐标系下描述,而声呐量测(包括距离、方位角和径向速度等)则在极坐标系下表示。由于这 2 个坐标系之间存在非线性映射关系,因此目标状态估计本质是一个非线性贝叶斯滤波问题<sup>[8-10]</sup>。

常见方法采用混合坐标系处理策略。首先将状态预测值映射到量测坐标系求得残差,再将残差与增益相乘以修正状态预测。主要实现技术包括扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)<sup>[11]</sup>、无迹卡尔曼滤波(unscented Kalman filter, UKF)<sup>[12]</sup>和容积卡尔曼滤波(cubature Kalman filter, CKF)<sup>[13]</sup>。针对带多普勒量测的主动声呐跟踪,序贯扩展卡尔曼滤波(sequential EKF, SEKF)<sup>[14]</sup>提出先融合位置量测再借助 EKF 处理多普勒量测的序贯滤波结构,由于多普勒量测的强非线性,SEKF 存在较大的截断误差。延续序贯结构,文献[15]将距离和多普勒量测相乘来构造“伪量测”并利用二阶 EKF 进行处理;文献[16]对“伪量测”和笛卡尔空间的运动状态采取并行滤波,再基于最小均方误差准则将两者静态融合,静态融合涉及的非线性转换仅用于状态输出,而不用于动态的递归滤波,从而保证了非线性转换误差不会随着滤波的迭代而增加。然而文献[17]表明,在多数情况下主动声呐的量测距离和多普勒量测是统计相关的,使用伪量测进行替代本质上放大了原始多普勒量测的误差<sup>[18]</sup>。文献[19]采用 Cholesky 分解去除距离量测和多普勒量测的相关性得到另一种“伪量测”,再通过 UKF 依次进行滤波,进一步减小了非线性误差,该方法称为序贯无迹卡尔曼滤波(sequential UKF, SUKF)。这类方法在随机变量非线性传递过程中固有的偏差问题,导致其跟踪性能受到制约。

转换量测卡尔曼滤波(converted measurement Kalman filter, CMKF)是主动声呐跟踪的另一类重要方法<sup>[20]</sup>。其核心思想是将极坐标系下的传感器测量值转换至笛卡尔坐标系,从而可利用线性卡尔曼滤波器实现目标跟踪。现有技术主要包括:传统转换量测(converted measurements, CM)<sup>[21]</sup>、无偏转换量测(unbiased converted measurements, UCM)<sup>[22]</sup>、修正无偏转换量测(modified UCM, MUCM)<sup>[23]</sup>以及去相关无偏转换量测(decorrelated UCM, DUCM)<sup>[24]</sup>。其中,DUCM 被认为具有最优的转换精度。然而,由于自由度的差异,这些技术不支持直接将多普勒量测转换为笛卡尔坐标系中的速度分量。文献[25]提出通过构造包含角度信息的伪线性观测矩阵来实现与转换量测的关联,但该方法因真实角度信息缺失而导致预测协方差被低估,进而影响跟踪性能。

文献[26]通过引入具有极大方差的虚拟横向速度,将多普勒量测转换到笛卡尔坐标系,提出结合径向速度的转换量测卡尔曼滤波(CMKF with range rate, CMKF-RR),但由于虚拟横向速度不符合实际,多普勒量测信息利用并不充分。

针对现有方法的不足,受量测空间建立运动模型以解决非线性滤波问题的思路启发<sup>[27]</sup>,本文通过设计一种递推的角度状态滤波器,以提供目标当前角速度的估计,并将其作为伪量测对主动声呐量测进行补充,从而扩展自由度。结合角度滤波器的角度估计,本文提出了一种 4 变量多普勒转换量测(4-variable doppler converted measurement, 4VDCM),以获得包含速度分量的完整笛卡尔坐标系转换量测。利用线性卡尔曼滤波在笛卡尔坐标系中实现多普勒跟踪。仿真结果表明,在目标进行慢速机动或转弯时,本文所提 4 变量多普勒转换量测卡尔曼滤波(4VDCM kalman filter, 4VDCMKF),相比现有算法具有更优的估计精度和一致性。

## 1 问题描述

### 1.1 带多普勒量测的主动声呐跟踪系统模型

在二维笛卡尔坐标系中,设  $k$  时刻目标的真实运动状态  $\mathbf{X}_k = [x_k \ y_k \ \dot{x}_k \ \dot{y}_k]^T$ ,  $x_k, y_k$  为目标的位置状态分量,  $\dot{x}_k, \dot{y}_k$  为目标的速度状态分量。假设带多普勒量测的主动声呐收发合置基阵位于坐标原点,采样周期为  $T$ ,目标的状态演化方程可描述为:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{k+1} = \Phi \mathbf{X}_k + \Gamma \mathbf{v}_k \\ \mathbf{P}_{k+1} = \Phi \mathbf{P}_k \Phi^T + \Gamma \mathbf{Q} \Gamma^T \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\Phi$  为状态转移矩阵;  $\mathbf{X}_{k+1}$  为  $k+1$  时刻的目标状态;  $\Gamma$  为噪声驱动矩阵,具体选取和运动模型有关;  $\mathbf{v}_k$  为零均值的高斯随机过程噪声;  $\mathbf{P}_{k+1}$  为  $k+1$  时刻目标状态的协方差矩阵;  $\mathbf{Q}$  为过程噪声协方差矩阵。在  $k$  时刻,带多普勒量测的主动声呐获取径向距离、方位角、距离率信息,其量测方程为:

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{X}_k) + \boldsymbol{\omega}_k \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{h}(\mathbf{X}_k) = [r_k \ \theta_k \ \dot{r}_k]^T$  和  $\mathbf{Z}_k = [r_k^m \ \theta_k^m \ \dot{r}_k^m]^T$  分别为真实及带噪声的量测矢量,包含距离、角度和径向速度 3 个分量。非线性量测函数  $\mathbf{h}(\mathbf{X}_k)$  具体形式为:

$$r_k = \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \quad (3)$$

$$\theta_k = \arctan(y_k/x_k) \quad (4)$$

$$\dot{r}_k = (x_k \dot{x}_k + y_k \dot{y}_k) / \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \quad (5)$$

量测噪声矢量  $\boldsymbol{\omega}_k = [\tilde{r}_k \ \tilde{\theta}_k \ \tilde{\dot{r}}_k]^T$  服从零均值高斯分布,各分量对应方差为  $\sigma_r^2, \sigma_\theta^2, \sigma_{\dot{r}}^2$ 。  $\tilde{r}_k$  和  $\tilde{\dot{r}}_k$  之间存在相关性,设相关系数为  $\rho$ ,则  $\boldsymbol{\omega}_k$  的协方差矩

阵为:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 & \rho\sigma_r\sigma_\theta \\ 0 & \sigma_\theta^2 & 0 \\ \rho\sigma_r\sigma_\theta & 0 & \sigma_r^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

目标跟踪旨在基于已有观测  $\mathbf{Z}_{1:k+1}$  估计当前状态  $\mathbf{X}_{k+1}$ ,这是一个贝叶斯滤波问题,可归结为求解  $p(\mathbf{X}_{k+1}/\mathbf{Z}_{1:k+1})$ 。

### 1.2 转换量测卡尔曼滤波

目标状态及演化规律通常建模于笛卡尔坐标系(如式(1)),而声呐量测却处于极坐标系(如式(2)),因此对目标状态进行后验估计往往涉及局部线性近似、蒙特卡罗采样等复杂的非线性技术。如将量测值进行某种转换,使转换后的量测处于与状态相同的坐标系,便可以应用标准的线性滤波器实现跟踪,这类方法被称为转换量测卡尔曼滤波。现有的转换量测大多针对包含距离和角度的量测场景,其中 CM、UCM、MUCM 是具备解析形式的典型技术,其表达形式为:

CM:

$$\begin{cases} x_{\text{CM}}^m = r^m \cos \theta^m \\ y_{\text{CM}}^m = r^m \sin \theta^m \end{cases} \quad (7)$$

UCM:

$$\begin{cases} x_{\text{UCM}}^m = e^{\sigma_\theta^2/2} r^m \cos \theta^m \\ y_{\text{UCM}}^m = e^{\sigma_\theta^2/2} r^m \sin \theta^m \end{cases} \quad (8)$$

MUCM:

$$\begin{cases} x_{\text{MUCM}}^m = e^{-\sigma_\theta^2/2} r^m \cos \theta^m \\ y_{\text{MUCM}}^m = e^{-\sigma_\theta^2/2} r^m \sin \theta^m \end{cases} \quad (9)$$

为简明,在不引起歧义情况下,此处略去下角标  $k$ 。若把量测值  $r^m, \theta^m$  视作从真实值  $r, \theta$  为中心的高斯分布  $\mathcal{N}([r \ \theta]^T, \text{diag}(\sigma_r^2 \ \sigma_\theta^2))$  中抽取的样本,CM 直接将样本按函数关系转换到笛卡尔坐标系中,其期望计算为:

$$\mathbf{E}(x_{\text{CM}}^m) = \mathbf{E}(r^m \cos \theta^m) =$$

$$\mathbf{E}[(r + \tilde{r}) \cos(\theta + \tilde{\theta})] = \lambda_\theta r \cos \theta \quad (10)$$

$$\mathbf{E}(y_{\text{CM}}^m) = \mathbf{E}(r^m \sin \theta^m) =$$

$$\mathbf{E}[(r + \tilde{r}) \sin(\theta + \tilde{\theta})] = \lambda_\theta r \sin \theta \quad (11)$$

式中:  $\lambda_\theta = e^{-\sigma_\theta^2/2}$ ,由于与  $x, y$  真实值存在 1 个乘性因子  $\lambda_\theta$  的差异,CM 的期望是有偏的。如果对 CM 给出的转换量测乘以因子  $\lambda_\theta$  的倒数进行修正,则可以使其期望对准真实值,这正是 UCM 的逻辑:

$$\mathbf{E}(x_{\text{UCM}}^m) = \mathbf{E}(e^{\sigma_\theta^2/2} r^m \cos \theta^m) = r \cos \theta \quad (12)$$

$$\mathbf{E}(y_{\text{UCM}}^m) = \mathbf{E}(e^{\sigma_\theta^2/2} r^m \sin \theta^m) = r \sin \theta \quad (13)$$

以下是 UCM 误差的协方差:

$$\mathbf{R}_{\text{UCM}}^{xx} = \frac{1}{2} \lambda_\theta^{-2} (r^2 + \sigma_r^2) [1 + \lambda_\theta^4 \cos(2\theta)] - r^2 \cos^2 \theta \quad (14)$$

$$\mathbf{R}_{\text{UCM}}^{yy} = \frac{1}{2} \lambda_\theta^{-2} (r^2 + \sigma_r^2) [1 - \lambda_\theta^4 \cos(2\theta)] - r^2 \sin^2 \theta \quad (15)$$

$$\mathbf{R}_{\text{UCM}}^{xy} = \frac{1}{2} \lambda_\theta^{-2} (r^2 + \sigma_r^2) [\lambda_\theta^2 \sin(2\theta)] - r^2 \cos \theta \sin \theta \quad (16)$$

式(14)~(16)已知真实值  $r, \theta$  时,  $p(\lambda_\theta^{-1} r^m \cos \theta^m, \lambda_\theta^{-1} r^m \sin \theta^m / r, \theta)$  条件分布的协方差,但真实的  $r, \theta$  无法得到,所以不能直接计算。文献[21]提出用观测值  $r_m, \theta_m$  替代真实值  $r, \theta$ ,但这样会导致 2 个问题:1)众所周知,高斯分布协方差的逆,也称为精度矩阵(precision matrix, PM),能够准确反映样本质量,然而  $p(\lambda_\theta^{-1} r^m \cos \theta^m, \lambda_\theta^{-1} r^m \sin \theta^m / r, \theta)$  呈现非高斯形态,用精度矩阵评估其样本质量本身就存在误差,若再以观测值替代真实值则会进一步加大误差;2)UCM 的无偏性只在每组转换量测的误差具有相同协方差时才有意义,因为对大量形如  $\lambda_\theta^{-1} r^m \cos \theta^m, \lambda_\theta^{-1} r^m \sin \theta^m$  的样本,依据不同精度矩阵进行最小方差融合的结果并不受式(12)、式(13)保障而收敛到  $x, y$  的真实值,这也被描述为“UCM 误差协方差与量测噪声之间的相关性”<sup>[23]</sup>。

MUCM 采用另一种思路:在已知测量值  $r^m, \theta^m$  的情况下,真实值  $x, y$  服从似然分布  $p(r^m, \theta^m / x, y)$ 。利用  $p(r^m, \theta^m / x, y)$  的一阶和二阶矩,可以提供  $x, y$  可能性的高斯形态近似。易知:

$$\begin{cases} x_{\text{MUCM}}^m = \iint x p(r^m, \theta^m / x, y) dy dx \\ y_{\text{MUCM}}^m = \iint y p(r^m, \theta^m / x, y) dx dy \end{cases} \quad (17)$$

MUCM 误差的协方差为:

$$\mathbf{R}_{\text{MUCM}}^{xx} = \frac{1}{2} ((r^m)^2 + \sigma_r^2) [1 + \lambda_\theta^4 \cos(2\theta^m)] - \lambda_\theta^2 (r^m)^2 \cos^2 \theta^m \quad (18)$$

$$\mathbf{R}_{\text{MUCM}}^{yy} = \frac{1}{2} ((r^m)^2 + \sigma_r^2) [1 - \lambda_\theta^4 \cos(2\theta^m)] - \lambda_\theta^2 (r^m)^2 \sin^2 \theta^m \quad (19)$$

$$\mathbf{R}_{\text{MUCM}}^{xy} = \frac{1}{2} ((r^m)^2 + \sigma_r^2) \lambda_\theta^4 \sin(2\theta^m) - \lambda_\theta^2 (r^m)^2 \cos \theta^m \sin \theta^m \quad (20)$$

不难证明式(18)~(20)的结果是  $p(r^m, \theta^m / x, y)$  的协方差。按照贝叶斯滤波理论<sup>[28]</sup>,  $k$  时刻的似然  $p(r_k^m, \theta_k^m / x_k, y_k)$  通过与预测  $p(x_k, y_k / r_{1:k-1}^m, \theta_{1:k-1}^m)$  乘性融合对后验估计  $p(x_k, y_k / r_{1:k}^m, \theta_{1:k}^m)$  做出贡献, MUCM 凭借准确的期望和协方差在单次融合中提

供了二阶矩准则下最佳高斯近似,有比 UCM 更低的均方误差。然而,由于其误差的协方差是量测值  $r^m$ 、 $\theta^m$  的函数,依据不同精度矩阵对量测值加权求和的收敛方向变得不明确。

DUCM 保留了 UCM 的量测形式,并提出使用上时刻后验值  $r_{k/k}$ 、 $\theta_{k/k}$  或预测值  $r_{k+1/k}$ 、 $\theta_{k+1/k}$  替代量测值用于误差协方差计算以去除其与量测噪声之间的相关,因此保证转换量测的无偏性。然而,上一时刻后验值或预测值相对当前真实值本就存在误差,加之状态方程通常建立在笛卡尔坐标系下,需要通过雅可比矩阵进行距离和角度协方差的转换计算,这一过程会引入近似误差,这些因素共同影响了 DUCM 的实际性能。

在带多普勒量测的主动声呐跟踪中应用转换量测技术时,除了既有方法固有的局限性外,更本质的挑战源于量测  $\mathbf{h}(\mathbf{X}) = [r \ \theta \ \dot{r}]^T$  与状态  $\mathbf{X}_k = [x_k \ y_k \ \dot{x}_k \ \dot{y}_k]^T$  之间因自由度不匹配而难以建立直接的函数映射关系。针对这一问题,本研究提出一种方案:在充分融合多普勒量测信息的基础上,通过引入伪观测量将量测维度扩展至 4 维,并将现有转换量测优化为  $\mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^4$  的完备映射关系。该改进不仅实现了量测维度与状态量的准确匹配,还使得系统能够直接采用线性卡尔曼滤波进行多普勒跟踪,从而避免了非线性近似带来的误差。将与状态量准确对应的转换量测记作  $\mathbf{X}_k^m = [x_k^m \ y_k^m \ \dot{x}_k^m \ \dot{y}_k^m]^T$ ,  $\mathbf{R}_k^m$  是其对应的误差协方差矩阵,线性观测矩阵  $\mathbf{H}$  恰是 4 阶单位阵:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

结合式(1)刻画的系统,采用卡尔曼滤波实现状态及协方差更新为:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k+1/k} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_{k+1/k} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_k^m)^{-1} \quad (22)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1/k+1} = \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k} + \mathbf{K}_k (\mathbf{X}_{k+1}^m - \mathbf{H} \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}) \quad (23)$$

$$\mathbf{P}_{k+1/k+1} = \mathbf{P}_{k+1/k} - \mathbf{K}_k \mathbf{H} \mathbf{P}_{k+1/k} \quad (24)$$

## 2 双重滤波交互跟踪算法

### 2.1 角度状态滤波器

将量测端位置和速度转换到笛卡尔系下,角速度是必不可少的分量,为了得到准确的角速度伪量测,本文以角度、角速度为状态量,通过观测量之间的互相关系以及差分近似,设计了可更新角速度状态的角度状态滤波器。

#### 2.1.1 角度状态方程推导

角速度和切向速度  $v_k^\theta$  密切相关,两者关系可表

示为:

$$v_k^\theta = r_k \dot{\theta}_k \quad (25)$$

对于慢速机动目标,前向差分近似如下:

$$\ddot{\theta}_k = (\dot{\theta}_{k+1} - \dot{\theta}_k) / T \quad (26)$$

对式(25)两端差分可得:

$$\dot{v}_k^\theta = \dot{r}_k \dot{\theta}_k + r_k (\dot{\theta}_{k+1} - \dot{\theta}_k) / T \quad (27)$$

又有:

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \dot{\theta}_k \quad (28)$$

因此,对于角度状态向量  $\theta_k = [\theta_k \ \dot{\theta}_k]^T$ , 结合式(27)、式(28),角度状态方程可表示为:

$$\theta_{k+1} = \mathbf{F}_k^\theta \theta_k + \mathbf{I}_k^\theta v_k^\theta \quad (29)$$

式中:

$$\mathbf{F}_k^\theta = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 - T \cdot \frac{\dot{r}_k}{r_k} \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\mathbf{I}_k^\theta = [0 \ T/r_k]^T \quad (31)$$

过程噪声代表了目标运动的随机性,是状态方程的重要组成部分,  $v_k^\theta$  表示切向方向上的加速度,参考 CV、CT 运动模型,  $v_k^\theta$  被建模为小的零均值高斯分布以代表过程噪声。在已知笛卡尔系状态模型的基础上,  $v_k^\theta$  的方差可通过其与笛卡尔系状态模型过程噪声之间的关系转换获得,即:

$$v_k^\theta = [-\sin \theta_k \ \cos \theta_k] \cdot [\ddot{x}_k \ \ddot{y}_k]^T \quad (32)$$

式中:  $[\ddot{x}_k, \ddot{y}_k]$  为 X、Y 方向上的加速度,在 CV 状态模型中表示零均值高斯噪声,其协方差为  $\mathbf{Q}$ , 因此  $v_k^\theta$  的方差可表示为:

$$\mathbf{D}(v_k^\theta) = \mathbf{I}_k^\theta \mathbf{Q} (\mathbf{I}_k^\theta)^T \quad (33)$$

式中  $\mathbf{I}_k^\theta = [-\sin \theta_k \ \cos \theta_k]$ 。

#### 2.1.2 最小方差角度状态滤波器

设  $k$  时刻角度后验状态为  $\theta_{k/k} = [\theta_{k/k} \ \dot{\theta}_{k/k}]^T$ , 状态估计协方差为  $\hat{\mathbf{P}}_{k/k}^\theta$ , 通过构建的角度状态转换方程,可直接获得角度状态的一步预测估计:

$$\theta_{k+1/k} = \mathbf{F}_k^\theta \theta_{k/k} \quad (34)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{k+1/k}^\theta = \mathbf{F}_k^\theta \hat{\mathbf{P}}_{k/k}^\theta (\mathbf{F}_k^\theta)^T + \mathbf{I}_k^\theta \mathbf{Q} (\mathbf{I}_k^\theta)^T \quad (35)$$

值得注意的是,  $\mathbf{F}_k^\theta$  和  $\mathbf{I}_k^\theta$  是时变矩阵,计算  $\mathbf{F}_k^\theta$  和  $\mathbf{I}_k^\theta$  时需要用到参数  $r_k$  和  $\dot{r}_k$ , 笛卡尔系下的后验估计  $\hat{\mathbf{X}}_{k/k}$  是当前时刻最完整且准确的估计,不同于文献[27]需依靠距离滤波器更新获得  $r_k$  和  $\dot{r}_k$ , 本文采用  $\hat{\mathbf{X}}_{k/k}$  代入式(3)、(5) 计算得到高精度的  $r_k$  和  $\dot{r}_k$ , 通过反馈式的结构保证角度状态的预测精度。

此时,角度量测与角度状态为线性关系,量测方程可表示为:

$$\theta_{k+1}^m = \mathbf{H}_\theta \cdot \theta_{k+1} + \tilde{\theta}_{k+1} \quad (36)$$

式中角度状态量测矩阵  $\mathbf{H}_\theta = [1 \ 0]$ 。

通过最小方差准则融合一步预测角度状态和角度量测为:

$$(\hat{\mathbf{P}}_{k+1/k+1}^\theta)^{-1} = (\hat{\mathbf{P}}_{k+1/k}^\theta)^{-1} + \mathbf{H}_\theta^T (\mathbf{D}(v_k^\theta))^{-1} \mathbf{H}_\theta \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta}_{k+1/k+1} &= \hat{\mathbf{P}}_{k+1/k+1}^\theta ((\hat{\mathbf{P}}_{k+1/k}^\theta)^{-1} \boldsymbol{\theta}_{k+1/k} - \\ &\quad \mathbf{H}_\theta^T (\mathbf{D}(v_k^\theta))^{-1} \boldsymbol{\theta}_{k+1}^m) \end{aligned} \quad (38)$$

最后,可直接从  $\boldsymbol{\theta}_{k+1/k+1}$  和  $\hat{\mathbf{P}}_{k+1/k+1}^\theta$  中提取角速度伪测量  $\hat{\theta}_k^\rho$  和其方差  $\sigma_{\hat{\theta}_k^\rho}^2$ 。

## 2.2 4 变量多普勒转换量测

将角度滤波器提供的角速度伪测量  $\hat{\theta}_k^\rho$  加入量测向量  $\mathbf{Z}_k = [r_k^m \ \theta_k^m \ \dot{r}_k^m]^\top$ , 构建增广量测向量  $\mathbf{Z}_k^e = [r_k^m \ \theta_k^m \ \dot{r}_k^m \ \hat{\theta}_k^\rho]^\top$ 。  $\hat{\theta}_k^\rho$  对应协方差  $\sigma_{\hat{\theta}_k^\rho}^2$  同样由角度滤波器提供,可以建立伪量测关系式:

$$\hat{\theta}_k^\rho = \hat{\theta}_k + \tilde{\theta}_k \quad (39)$$

式中:  $\hat{\theta}_k$  为真实角速度;  $\tilde{\theta}_k$  为伪量测噪声,  $\tilde{\theta}_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\tilde{\theta}_k}^2)$ , 且假定独立于量测噪声矢量  $\boldsymbol{\omega}_k$ 。以  $\mathbf{Z}_k^e \in \mathbf{R}^4$  为自变量的转换量测旨在获得  $\mathbf{X}_k^m = [x_k^m \ y_k^m \ \dot{x}_k^m \ \dot{y}_k^m]^\top$ , 相较于现有常见  $\mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$  的转换量测,此方法构造了一种  $\mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^4$  的转换量测,因此命名为 4VDCM。简明起见略去下角标  $k$ , 4VDCM 的具体公式如下:

$$\begin{cases} x_{4VDCM}^m = \lambda^{-1} r^m \cos \theta^m \\ y_{4VDCM}^m = \lambda^{-1} r^m \sin \theta^m \end{cases} \quad (40)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{4VDCM}^m = \lambda^{-1} (\dot{r}^m \cos \theta^m - r^m \dot{\theta}^m \sin \theta^m) \\ \dot{y}_{4VDCM}^m = \lambda^{-1} (\dot{r}^m \sin \theta^m + r^m \dot{\theta}^m \cos \theta^m) \end{cases} \quad (41)$$

式中:  $x_{4VDCM}^m, y_{4VDCM}^m$  的表达形式与 UCM 相同,因而而是无偏的。  $\dot{x}_{4VDCM}^m, \dot{y}_{4VDCM}^m$  的无偏性可由下式证明:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\dot{x}_{4VDCM}^m) &= \lambda^{-1} \mathbf{E}(\dot{r}^m \cos \theta^m - r^m \dot{\theta}^m \sin \theta^m) = \\ &\quad \lambda^{-1} \mathbf{E}[(\dot{r} + \tilde{\dot{r}}) \cos(\theta + \tilde{\theta}) - \\ &\quad (r + \tilde{r})(\dot{\theta} + \tilde{\dot{\theta}}) \sin(\theta + \tilde{\theta})] = \\ &\quad \lambda^{-1} \dot{r} \mathbf{E}[\cos(\theta + \tilde{\theta})] - \lambda^{-1} r \dot{\theta} \mathbf{E}[\sin(\theta + \tilde{\theta})] = \\ &\quad \dot{r} \cos \theta - r \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta = \dot{x} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\dot{y}_{4VDCM}^m) &= \lambda^{-1} \mathbf{E}(\dot{r}^m \sin \theta^m + r^m \dot{\theta}^m \cos \theta^m) = \\ &\quad \lambda^{-1} \mathbf{E}[(\dot{r} + \tilde{\dot{r}}) \sin(\theta + \tilde{\theta}) + \\ &\quad (r + \tilde{r})(\dot{\theta} + \tilde{\dot{\theta}}) \cos(\theta + \tilde{\theta})] = \\ &\quad \lambda^{-1} \dot{r} \mathbf{E}[\sin(\theta + \tilde{\theta})] + \lambda^{-1} r \dot{\theta} \mathbf{E}[\cos(\theta + \tilde{\theta})] = \\ &\quad \dot{r} \sin \theta + r \dot{\theta} \cos \theta = \dot{y} \end{aligned} \quad (43)$$

与 2.1 节对 UCM 误差协方差计算进行的分析类似,4VDCM 误差协方差的准确值依赖实际无法得到的真实值  $r, \theta, \dot{r}, \dot{\theta}$ 。考虑到角速度滤波器提供的角度后验估计  $\theta_{k/k}$  比观测值和预测值都更接近真实值,而距离状态的预测值  $r_p, \dot{r}_p$  比观测值更接近真实值。因此在协方差计算时,可根据 UCM 将  $\theta_{k/k}$  替代真实值  $\theta$ ,将伪量测  $\hat{\theta}_k^\rho$  替代真实值  $\hat{\theta}$ ; 根据 DUCM 将  $r_{k+1/k}$  替代真实值  $r$ ,将  $\dot{r}_{k+1/k}$  替代真实值  $\dot{r}$ 。并结合角度后验估计  $\theta_{k+1/k+1}$  分别计算预测  $r_{k+1/k}$  和  $\dot{r}_{k+1/k}$  为:

$$\begin{cases} r_{k+1/k} = x_{k+1/k} / \cos(\theta_{k+1/k+1}) \\ \dot{r}_{k+1/k} = \dot{x}_{k+1/k} \cos(\theta_{k+1/k+1}) + \dot{y}_{k+1/k} \sin(\theta_{k+1/k+1}) \end{cases} \quad (44)$$

则方差  $\sigma_{r,k+1/k}^2$  和  $\sigma_{\dot{r},k+1/k}^2$  可由雅可比矩阵计算得到:

$$\begin{aligned} \sigma_{r,k+1/k}^2 &= \\ &\quad \begin{bmatrix} \frac{\partial r_{k+1/k}}{\partial x_{k+1/k}} & \frac{\partial r_{k+1/k}}{\partial \theta_{k+1/k+1}} \end{bmatrix} \mathbf{P}_r \begin{bmatrix} \frac{\partial r_{k+1/k}}{\partial x_{k+1/k}} & \frac{\partial r_{k+1/k}}{\partial \theta_{k+1/k+1}} \end{bmatrix}^\top \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\dot{r},k+1/k}^2 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{r}_{k+1/k}}{\partial \dot{x}_{k+1/k}} & \frac{\partial \dot{r}_{k+1/k}}{\partial \dot{y}_{k+1/k}} & \frac{\partial \dot{r}_{k+1/k}}{\partial \theta_{k+1/k+1}} \end{bmatrix} \mathbf{P}_r \cdot \\ &\quad \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{r}_{k+1/k}}{\partial \dot{x}_{k+1/k}} & \frac{\partial \dot{r}_{k+1/k}}{\partial \dot{y}_{k+1/k}} & \frac{\partial \dot{r}_{k+1/k}}{\partial \theta_{k+1/k+1}} \end{bmatrix}^\top \end{aligned} \quad (46)$$

其中:  $\mathbf{P}_r$  和  $\mathbf{P}_i$  分别为:

$$\mathbf{P}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k+1/k}^{11} & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k+1/k}^{33} & \mathbf{P}_{k+1/k}^{34} & 0 \\ \mathbf{P}_{k+1/k}^{43} & \mathbf{P}_{k+1/k}^{44} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\theta^2 \end{bmatrix} \quad (48)$$

式中  $\sigma_\theta^2$  为角度滤波器后验估计  $\theta_{k+1/k+1}$  的方差。此处令  $-\dot{x}_{k+1/k} \sin(\theta_{k+1/k+1}) + \dot{y}_{k+1/k} \cos(\theta_{k+1/k+1}) = \delta_{k+1/k}$ , 对式(45)、(46)化简计算得到:

$$\begin{aligned} \sigma_{r,k+1/k}^2 &= \frac{1}{\cos^2(\theta_{k+1/k+1})} [1 \ x_{k+1/k} \tan(\theta_{k+1/k+1})] \cdot \\ &\quad \mathbf{P}_r \cdot [1 \ x_{k+1/k} \tan(\theta_{k+1/k+1})]' \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\dot{r},k+1/k}^2 &= [\cos(\theta_{k+1/k+1}) \ \sin(\theta_{k+1/k+1}) \ \delta_{k+1/k}] \mathbf{P}_r \cdot \\ &\quad [\cos(\theta_{k+1/k+1}) \ \sin(\theta_{k+1/k+1}) \ \delta_{k+1/k}]' \end{aligned} \quad (50)$$

4VDCM 误差协方差的矩阵形式  $\mathbf{R}_{4VDCM}^m$  为:

$$\mathbf{R}_{4VDCM}^m = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{4VDCM}^{xx} & \mathbf{R}_{4VDCM}^{xy} & \mathbf{R}_{4VDCM}^{x\dot{x}} & \mathbf{R}_{4VDCM}^{x\dot{y}} \\ \mathbf{R}_{4VDCM}^{xy} & \mathbf{R}_{4VDCM}^{yy} & \mathbf{R}_{4VDCM}^{y\dot{x}} & \mathbf{R}_{4VDCM}^{y\dot{y}} \\ \mathbf{R}_{4VDCM}^{x\dot{x}} & \mathbf{R}_{4VDCM}^{y\dot{x}} & \mathbf{R}_{4VDCM}^{\dot{x}\dot{x}} & \mathbf{R}_{4VDCM}^{\dot{x}\dot{y}} \\ \mathbf{R}_{4VDCM}^{x\dot{y}} & \mathbf{R}_{4VDCM}^{y\dot{y}} & \mathbf{R}_{4VDCM}^{\dot{x}\dot{y}} & \mathbf{R}_{4VDCM}^{\dot{y}\dot{y}} \end{bmatrix} \quad (51)$$

为简明表示,此处令  $r_{k+1/k} = r_p, \dot{r}_{k+1/k} = \dot{r}_p; \sigma_{r,k+1/k} = \sigma_{r_p}, \sigma_{\dot{r},k+1/k} = \sigma_{\dot{r}_p}, \theta_{k+1/k+1} = \hat{\theta}; \beta_1 = 1 + \lambda_\theta^4 \cos(2\hat{\theta}), \beta_2 =$

$1 - \lambda_\theta^4 \cos(2\hat{\theta})$ ;  $\gamma_1 = r_p^2 + \sigma_{r_p}^2$ ,  $\gamma_2 = r_p^2 + \sigma_{r_p}^2 + \sigma_r^2$ ,  $\gamma_3 = r_p^2 + \sigma_{r_p}^2$ ,  $\gamma_4 = (\dot{\theta}^p)^2 + \sigma_{\dot{\theta}^p}^2$ ,  $\gamma_5 = r_p \dot{r}_p + \rho \sigma_r \sigma_{r_p}$ ,  $\gamma_6 = r_p^2 + \sigma_{r_p}^2 + \sigma_r^2$ , 则  $R_{4VDCM}^m$  中的各元素表示为:

$$R_{4VDCM}^{xx} = \gamma_1 [\beta_1/2 - 2\cos^2(\hat{\theta})] + \lambda_\theta^{-2} \gamma_2 \cos^2(\hat{\theta}) \quad (52)$$

$$R_{4VDCM}^{yy} = \gamma_1 [\beta_2/2 - 2\sin^2(\hat{\theta})] + \lambda_\theta^{-2} \gamma_2 \sin^2(\hat{\theta}) \quad (53)$$

$$R_{4VDCM}^{xy} = [\gamma_1(\lambda_\theta^4/1 - 1) + \lambda_\theta^{-2} \gamma_2/2] \sin(2\hat{\theta}) \quad (54)$$

$$R_{4VDCM}^{xx} = [\lambda_\theta^{-2} \gamma_5 - 2r_p \dot{r}_p] \cos^2(\hat{\theta}) + r_p \dot{r}_p \beta_1/2 - [\lambda_\theta^{-2} \gamma_2 - 2\gamma_1 + \lambda_\theta^4 \gamma_1]/2 \dot{\theta}^p \sin(2\hat{\theta}) \quad (55)$$

$$R_{4VDCM}^{yx} = [\lambda_\theta^{-2} \gamma_5/2 + \lambda_\theta^4 r_p \dot{r}_p/2 - r_p \dot{r}_p] \sin(2\hat{\theta}) - [(\lambda_\theta^{-2} \gamma_2 - 2\gamma_1) \sin^2(\hat{\theta}) + \gamma_1 \beta_2/2] \dot{\theta}^p \quad (56)$$

$$R_{4VDCM}^{xy} = [\lambda_\theta^{-2} \gamma_5/2 + \lambda_\theta^4 r_p \dot{r}_p/2 - r_p \dot{r}_p] \sin(2\hat{\theta}) + [(\lambda_\theta^{-2} \gamma_2 - 2\gamma_1) \cos^2(\hat{\theta}) + \gamma_1 \beta_1/2] \dot{\theta}^p \quad (57)$$

$$R_{4VDCM}^{yy} = [\lambda_\theta^{-2} \gamma_5 - 2r_p \dot{r}_p] \sin^2(\hat{\theta}) + r_p \dot{r}_p \beta_2/2 + [\lambda_\theta^{-2} \gamma_2 - 2\gamma_1 + \lambda_\theta^4 \gamma_1]/2 \dot{\theta}^p \sin(2\hat{\theta}) \quad (58)$$

$$R_{4VDCM}^{xx} = (\lambda_\theta^{-2} \gamma_2 - 2\gamma_1) (\dot{\theta}^p)^2 \sin^2(\hat{\theta}) + \gamma_4 \gamma_1 \beta_2/2 - (\lambda_\theta^{-2} \gamma_5 + \lambda_\theta^4 r_p \dot{r}_p - 2r_p \dot{r}_p) \dot{\theta}^p \sin(2\hat{\theta}) + (\lambda_\theta^{-2} \gamma_6 - 2\gamma_3) \cos^2(\hat{\theta}) + \gamma_3 \beta_1/2 \quad (59)$$

$$R_{4VDCM}^{yy} = (\lambda_\theta^{-2} \gamma_2 - 2\gamma_1) (\dot{\theta}^p)^2 \cos^2(\hat{\theta}) + \gamma_4 \gamma_1 \beta_1/2 + (\lambda_\theta^{-2} \gamma_5 + \lambda_\theta^4 r_p \dot{r}_p - 2r_p \dot{r}_p) \dot{\theta}^p \sin(2\hat{\theta}) + (\lambda_\theta^{-2} \gamma_6 - 2\gamma_3) \sin^2(\hat{\theta}) + \gamma_3 \beta_2/2 \quad (60)$$

$$R_{4VDCM}^{xy} =$$

$$[\lambda_\theta^{-2} (\gamma_6 - (\dot{\theta}^p)^2 \gamma_2)]/2 \sin(2\hat{\theta}) - \gamma_3 \sin(2\hat{\theta}) + [2(\dot{\theta}^p)^2 \gamma_1 + \lambda_\theta^4 \gamma_3 - \lambda_\theta^4 \gamma_4 \gamma_1]/2 \sin(2\hat{\theta}) + [\lambda_\theta^{-2} \gamma_5 + \lambda_\theta^4 r_p \dot{r}_p - 2r_p \dot{r}_p] \dot{\theta}^p \cos(2\hat{\theta}) \quad (61)$$

### 2.3 4VDCM 卡尔曼算法结构及流程

为有效利用多普勒测量,提升带多普勒量测的主动声呐跟踪精度,针对目前量测转换方法存在的转换近似误差以及多普勒量测与笛卡尔系状态因自由度不匹配而难以建立直接转换关系的问题,提出了一种有效利用多普勒测量的新滤波算法。首先提出一种角度状态滤波方法,通过角度滤波器获得角速度伪测量,结合量测构建增广 4 维量测向量,再通过改进的 4 维量测转换方法获得笛卡尔系下的量测状态,最后通过线性卡尔曼滤波完成更新,有效解决了多普勒量测的强非线性问题。同时,更新的后验为角度滤波器提供精确的状态方程参数,实现了双重滤波的交互结构,保证角度滤波器的精度,实现信息的高效利用,提高了算法的鲁棒性。算法具体的结构如图 1 所示。

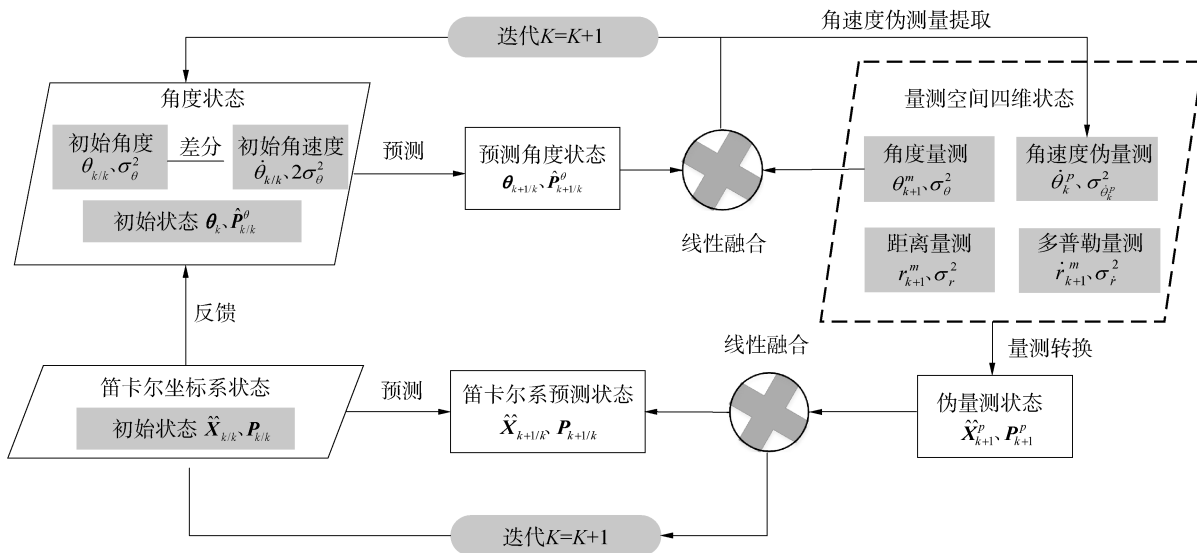


图 1 4VDCMKF 算法结构

Fig. 1 Algorithm structure diagram of 4VDCMKF

下面给出算法  $k$  时刻到  $k+1$  时刻的迭代步骤:

1) 初始化: 设  $k = 1$ , 通过两点差分法, 利用连续的 2 次声呐角度测量值初始化角度状态, 即:  $\theta_{k/k} =$

$$\begin{bmatrix} \theta_k^m \\ (\theta_k^m - \theta_{k-1}^m)/T \end{bmatrix}, P_{k/k}^\theta = \begin{bmatrix} \sigma_\theta^2 & \sigma_\theta^2/T \\ \sigma_\theta^2/T & 2\sigma_\theta^2/T^2 \end{bmatrix}。通过先$$

验信息初始化笛卡尔系目标状态  $\hat{X}_{k/k}, P_{k/k}$ 。

2) 角度滤波器预测以及跟踪: 首先通过式 (3)、(5) 和笛卡尔系后验状态计算角度状态方程参数; 再通过式 (30)、(31) 计算状态转移矩阵  $F_k^\theta$  和噪声驱动矩阵  $\Gamma_k^\theta$  后采用式 (34)、(35) 对角度状态进行一步预测; 最后通过式 (37)、(38) 对预测状态与量测角度进行最小方差线性融合获得角度状态后验估计。

3) 对于后验角度状态  $\theta_{k+1/k+1}$  及其协方差  $\hat{P}_{k+1/k+1}^{\theta}$ , 提取其中的角速度分量, 即角速度伪测量  $\theta_k^{\omega}$  和其方差  $\sigma_{\theta_k^{\omega}}^2$ , 并结合三维量测  $\mathbf{Z}_k = [r_k^m \ \theta_k^m \ \dot{r}_k^m]^T$  构造 4 维增广量测向量  $\mathbf{Z}_k^e = [r_k^m \ \theta_k^m \ \dot{r}_k^m \ \theta_k^{\omega}]^T$ 。

4) 对 4 维增广量测状态进行 4 变量多普勒量测转换, 具体为通过式 (40)、(41) 计算转换均值  $\mathbf{X}_k^m$ , 式 (52) ~ (61) 计算转换协方差  $\mathbf{R}_{4VDCM}^m$ 。

5) 通过式 (1) 对笛卡尔系中的状态进行一步预测, 结合转换量测状态  $\mathbf{X}_k^m$  及  $\mathbf{R}_{4VDCM}^m$ , 再通过式 (22) ~ (24) 进行线性卡尔曼更新, 获得后验估计  $\hat{\mathbf{X}}_{k+1/k+1}$  和估计协方差  $\mathbf{P}_{k+1/k+1}$ 。

6) 重复步骤 2) ~ 5) 进行递推滤波, 实现带多普勒量测的主动声呐目标跟踪。

### 3 仿真分析

本节将通过仿真实验分析以评估所提出方法的有效性。采用如下定义的均方根误差 (root mean squared error, RMSE) 评估各滤波算法的精度为:

$$X_{\text{RMSE}} = \sqrt{\sum_{m=1}^M (x_{k,m} - \hat{x}_{k,m})^2 / M} \quad (62)$$

式中  $x_{k,m}$  和  $\hat{x}_{k,m}$  分别为第  $m$  次实验第  $k$  时刻的真实状态值和算法估计值。

水下声速  $c$  约为 1 500 m/s, 用于探测目标的主动声呐的工作频率  $f_0$  一般在 3~30 kHz, 当探测平台与目标速度相对水下声速较小时, 接收信号频率  $f$  与发射信号频率  $f_0$  之比可近似为:

$$\frac{f}{f_0} \approx \left(1 + \frac{2\dot{r}}{c}\right) \quad (63)$$

式中  $\dot{r}$  为径向速度, 可视作  $f$  的函数。本文方法适用于主动声呐探测相对探测平台径向速度在 0~50 kn (即 0~25 m/s) 范围内的慢速机动或转弯目标, 该速度远低于水下声速。仿真实验设定主动声呐探测目标的工作频率为 10 kHz, 由式 (63) 可知适用本文方法的多普勒偏移频率  $\Delta f = f - f_0$  范围为 -33.33 ~ 33.33 Hz。

考虑带多普勒量测的主动声呐对目标做 CV 运动和 CT 运动进行跟踪的场景, 通过 300 次蒙特卡罗实验评估算法的性能。声呐采样周期  $T = 1$  s, 跟踪步长为 100, 目标第 1 秒的真实状态为 [1 000 m, 1 000 m, -6 m/s, 8 m/s], 滤波器的初始位置由声呐第 2 s 的测量值获得, 初始速度设置为 0 m/s, 并由标准差  $\sigma_s$  表征其不确定度。为验证本文所提方法的有效性, 实验将对本文提出的基于角度滤波的 4VDCMKF 算法与文献 [19] 提出的 SUKF 算法、文献 [26] 提出的 CMKF-RR 算法、文献 [25] 提出的 DUCMKF-R 算法进行对

比分析。

#### 3.1 CV 运动模型跟踪分析

对于具体采用 CV 或 CT 模型进行跟踪目标, 本文提出算法的技术架构不变, 只需改变状态转移矩阵, CV 模型的状态转移矩阵为:

$$\mathbf{F}_k^{\text{CV}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (64)$$

为研究算法在不同条件下的稳定性, 本文通过设置 2 组观测噪声场景来分析算法的性能, 具体参数见表 1。

表 1 CV 跟踪场景参数设置

Table 1 The parameters of tracking scene in CV model

参数	场景 1	场景 2
过程噪声/(m/s <sup>2</sup> )	0.01	0.03
量测距离噪声/m	30	60
多普勒量测噪声/(m/s)	0.1	0.2
量测角度噪声/(°)	1	2.5
初始速度不确定度/(m/s)	10	10
相关系数	0.5	0.5

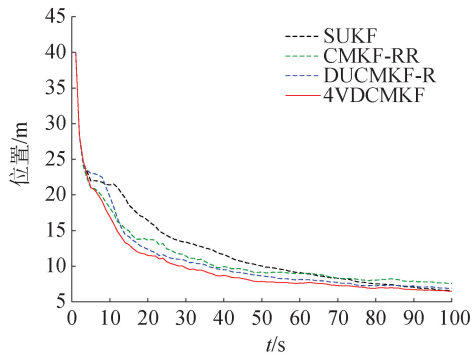
图 2 和图 3 为本文提出的 4VDCMKF 算法与现有方法的位置和速度 RMSE 曲线。可以看出, 4VDCMKF 算法的滤波精度均优于现有算法。其主要原因在于, SUKF、CMKF-RR、结合径向速度的去相关无偏转换量测卡尔曼滤波 (decorrelated unbiased converted measurement Kalman filter with range rate, DUCMKF-R) 都并未充分利用多普勒量测, 且由于算法本身特性存在不同程度的偏差。而本文所提算法通过设计角度滤波器, 以获得角速度伪量测, 从而实现了包含速度分量的完整笛卡尔坐标系转换量测。在此基础上, 提出双重滤波的交互结构以保证角度滤波器的估计精度, 在充分利用多普勒量测的同时提高了算法鲁棒性, 因此具有更高的估计精度。

#### 3.2 CT 运动模型跟踪分析

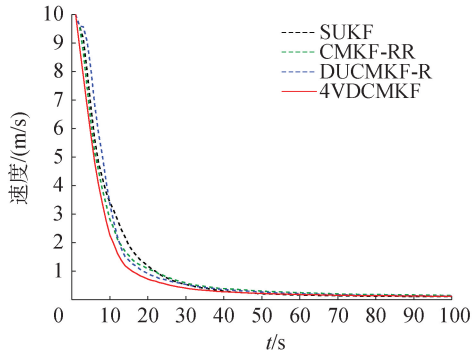
CT 运动模型的状态转移矩阵为:

$$\mathbf{F}_k^{\text{CT}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sin(\omega T)}{\omega} & -\frac{1 - \cos(\omega T)}{\omega} \\ 0 & 1 & \frac{1 - \cos(\omega T)}{\omega} & \frac{\sin(\omega T)}{\omega} \\ 0 & 0 & \cos(\omega T) & -\sin(\omega T) \\ 0 & 0 & \sin(\omega T) & \cos(\omega T) \end{bmatrix} \quad (65)$$

式中:  $\omega$  为角速度, 是模型机动参数,  $\omega > 0$  表示左转弯,  $\omega < 0$  表示右转弯。本文通过设置 2 组观测噪声场景来分析算法的性能, 具体参数见表 2。

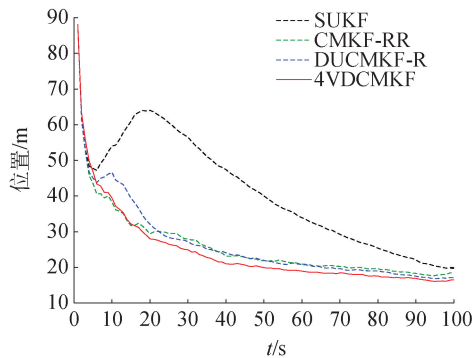


(a) CV模型场景后验位置估计RMSE

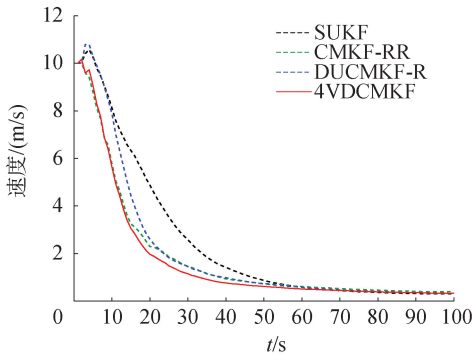


(b) CV模型场景后验速度估计RMSE

图 2 带多普勒量测的主动声呐跟踪 CV 模型场景 1 性能曲线  
Fig. 2 The performance curves of active sonar tracking with Doppler measurement in CV model scene 1



(a) CV模型场景后验位置估计RMSE



(b) CV模型场景后验速度估计RMSE

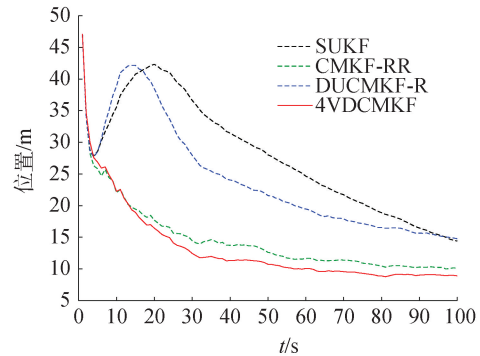
图 3 带多普勒量测的主动声呐跟踪 CV 模型场景 2 性能曲线  
Fig. 3 The performance curves of active sonar tracking with Doppler measurement in CV model scene 2

表 2 CT 跟踪场景参数设置

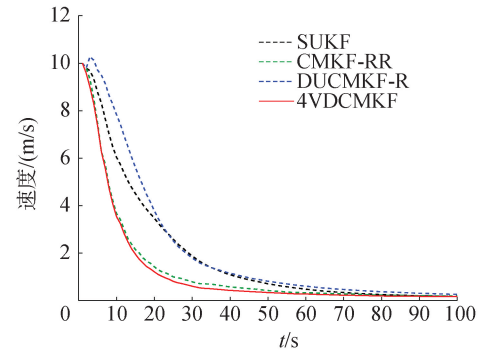
Table 2 The parameters of tracking scene in CT model

参数	场景 1	场景 2
过程噪声/( $m/s^2$ )	0.01	0.03
量测距离噪声/m	30	60
多普勒量测噪声/( $m/s$ )	0.1	0.2
量测角度噪声/( $^\circ$ )	1.5	3
初始速度不确定度/( $m/s$ )	10	10
相关系数	0.5	0.5
转弯率/( $rad/s$ )	0.2	0.2

图 4 和图 5 为 4VDCMKF 算法与现有方法的位置和速度 RMSE 曲线。



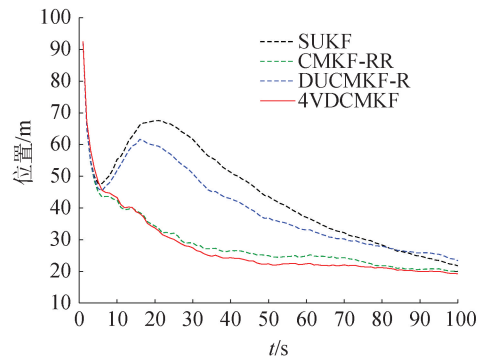
(a) CT模型场景后验位置估计RMSE



(b) CT模型场景后验速度估计RMSE

图 4 带多普勒量测的主动声呐跟踪 CT 模型场景 1 性能曲线

Fig. 4 The performance curves of active sonar tracking with Doppler measurement in CT model scene 1



(a) CT模型场景后验位置估计RMSE

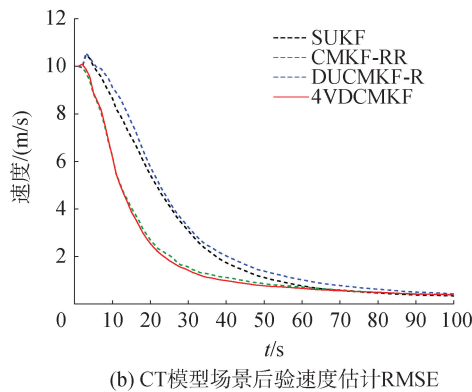


图 5 带多普勒量测的主动声呐跟踪 CT 模型场景 2 性能曲线

Fig. 5 The performance curves of active sonar tracking with Doppler measurement in CT model scene 2

可以看出本文提出方法的估计性能均优于现有方法。CT 场景以及大小 2 组观测参数下仿真的优异性能也验证了本文所提方法在目标进行慢速机动或转弯时的普适性。

综上,对于距离较近、慢速机动或转弯的目标,本文提出角度滤波 4VDCMKF 跟踪算法的性能较现有算法有显著提高。

## 4 结论

1)通过引入角速度伪量测,可以结合量测构建增广 4 维量测向量,不仅实现了量测维度与状态量的准确匹配,还使得系统能够直接采用线性卡尔曼滤波进行多普勒跟踪,从而避免了非线性近似带来的误差。

2)通过交互式的双重滤波结构,可以根据更新的笛卡尔后验为角度滤波器提供更为准确的状态方程参数,从而实现了自适应滤波并提高了算法的鲁棒性。

3)通过两点差分法,可以根据连续 2 次的声呐角度测量值得到初始角速度伪量测状态,从而不需要先验信息也能实现包含速度分量的完整笛卡尔系转换量测,同时也更贴合实际应用。

本文所提算法通过相邻间隔量测角度差分初始角速度,当真实角速度相对角度量测误差较小时,将影响量测转换精度。因此,未来研究可着眼于设计高精度的角速度滤波方法,增强其泛化能力。

## 参考文献:

[1] 侯翔昊, 乔钢, 周建波, 等. 基于矢量对偶四元数的水下机动目标自适应跟踪[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2020, 41(10): 1444-1449.  
HOU Xianghao, QIAO Gang, ZHOU Jianbo, et al. Adaptive tracking algorithm for underwater maneuvering target based on vector dual quaternions[J]. Journal of Harbin

Engineering University, 2020, 41(10): 1444-1449.  
[2] 薛树强, 杨元喜, 肖圳, 等. 全球导航卫星系统-声呐组合观测模型分类体系[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2023, 44(11): 1857-1868.  
XUE Shuqiang, YANG Yuanxi, XIAO Zhen, et al. Global navigation satellite system-acoustic combined observation model classification system[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2023, 44(11): 1857-1868.  
[3] 王宁, 段睿, 周笑仪. 量测不确定性条件下的箱粒子滤波目标跟踪方法[J]. 电子与信息学报, 2024, 46(9): 3654-3661.  
WANG Ning, DUAN Rui, ZHOU Xiaoyi. A target tracking method based on box-particle filter under measurement uncertainty[J]. Journal of electronics & information technology, 2024, 46(9): 3654-3661.  
[4] 李可非, 马晓川, 刘宇, 等. 基于转换量测容积卡尔曼滤波器带多普勒量测的目标跟踪算法[J]. 控制与决策, 2021, 36(6): 1425-1434.  
LI Kefei, MA Xiaochuan, LIU Yu, et al. Converted measurement cubature Kalman filter for Doppler-assisted target tracking[J]. Control and decision, 2021, 36(6): 1425-1434.  
[5] HUANG Jianjun, HU Haoqiang, KANG Li. Time convolutional network-based maneuvering target tracking with azimuth-Doppler measurement[J]. Sensors, 2024, 24(1): 263.  
[6] LI Wujun, YI Wei, TEH K C, et al. Adaptive multiframe detection algorithm with range-Doppler-azimuth measurements[J]. IEEE transactions on geoscience and remote sensing, 2022, 60: 5119616.  
[7] LENOACH J, LEXA M, CORALUPPI S. Feature-aided tracking techniques for active sonar applications[C]//2021 IEEE 24th international conference on information fusion (FUSION). Piscataway, NJ, 2021: 1-7.  
[8] LUO Li, HUANG Yulong, WANG Guoqing, et al. An online full-parameters calibration method for SINS/DVL integrated navigation system[J]. IEEE sensors journal, 2023, 23(24): 30927-30939.  
[9] HUANG Yulong, BAI Mingming, LI Youfu, et al. An improved variational adaptive Kalman filter for cooperative localization[J]. IEEE sensors journal, 2021, 21(9): 10775-10786.  
[10] ZHANG Chenglin, SHI Wentao, GONG Zijun, et al. Target tracking using time delay and Doppler shift with nonnegligible motion effect in bistatic sonar[J]. IEEE sensors journal, 2023, 23(14): 15910-15923.  
[11] KONATOWSKI S, KANIEWSKI P, MATUSZEWSKI J. Comparison of estimation accuracy of EKF, UKF and PF filters[J]. Annual of navigation, 23: 69-87.  
[12] LEFEBVRE T, BRUYNINCKX H, DE SCHULLER J. Comment on "a new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators" with authors' reply[J]. IEEE transactions on automatic control, 2002, 47(8): 1406-1409.  
[13] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filters[J]. IEEE transactions on automatic control, 2009, 54(6): 1254-1269.  
[14] 王建国, 龙腾, 何佩琨. 一种在 Kalman 滤波中引入径向速度测量的新方法[J]. 信号处理, 2002, 18(5): 414-416, 409.

- WANG Jianguo, LONG Teng, HE Peikun. A new method of incorporating radial velocity measurement into Kalman filter[J]. *Signal processing*, 2002, 18(5): 414–416, 409.
- [15] 段战胜, 韩崇昭. 极坐标系中带多普勒量测的雷达目标跟踪[J]. *系统仿真学报*, 2004, 16(12): 2860–2863.
- DUAN Zhansheng, HAN Chongzhao. Radar target tracking with Doppler measurements in polar coordinates[J]. *Acta simulata systematica sinica*, 2004, 16(12): 2860–2863.
- [16] ZHOU Gongjian, PELLETIER M, KIRUBARAJAN T, et al. Statically fused converted position and Doppler measurement Kalman filters[J]. *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, 2014, 50(1): 300–318.
- [17] BAR-SHALOM Y. Negative correlation and optimal tracking with Doppler measurements[J]. *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, 2001, 37(3): 1117–1120.
- [18] LEI Ming, HAN Chongzhao. Sequential nonlinear tracking using UKF and raw range-rate measurements[J]. *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, 2007, 43(1): 239–250.
- [19] DUAN Zhansheng, LI X R, HAN Chongzhao, et al. Sequential unscented Kalman filter for radar target tracking with range rate measurements[C]//2005 7th International Conference on Information Fusion. Piscataway, NJ, 2005: 8pp.
- [20] 吴心童, 刘宇, 马晓川, 等. 含未知非高斯噪声的自适应量测转换水下目标跟踪[J]. *声学学报*, 2024, 49(4): 671–682.
- WU Xintong, LIU Yu, MA Xiaochuan, et al. Adaptive measurement conversion for underwater target tracking with unknown non-Gaussian noise[J]. *Acta acustica*, 2024, 49(4): 671–682.
- [21] LERRO D, BAR-SHALOM Y. Tracking with debiased consistent converted measurements versus EKF[J]. *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, 2002, 29(3): 1015–1022.
- [22] MO Longbin, SONG Xiaoquan, ZHOU Yiyu, et al. Unbiased converted measurements for tracking[J]. *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, 1998, 34(3): 1023–1027.
- [23] MO Longbin, SONG Xiaoquan, ZHOU Yiyu, et al. Unbiased converted measurements for tracking[J]. *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, 1998, 34(3): 1023–1027.
- [24] BORDONARO S, WILLETT P, BAR-SHALOM Y. Decorrelated unbiased converted measurement Kalman filter[J]. *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, 2014, 50(2): 1431–1444.
- [25] LIU Hongqiang, ZHOU Zhongliang, YU Lei, et al. Two unbiased converted measurement Kalman filtering algorithms with range rate[J]. *IET radar, sonar & navigation*, 2018, 12(11): 1217–1224.
- [26] BORDONARO S, WILLETT P, BAR-SHALOM Y. Consistent linear tracker with converted range, bearing, and range rate measurements[J]. *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, 2017, 53(6): 3135–3149.
- [27] ZHANG Wen, ZHAO Xuanzhi, LIU Zengli, et al. Converted state equation Kalman filter for nonlinear maneuvering target tracking[J]. *Signal processing*, 2023, 202: 108741.
- [28] LI K, ZHAO S, HUANG B, et al. Bayesian filtering for LI Ke, ZHAO Shunyi, HUANG Biao, et al. Bayesian filtering for high-dimensional state-space models with state partition and error compensation[J]. *IEEE/CAA journal of automatica sinica*, 2024, 11(5): 1239–1249.

### 本文引用格式:

杜扬凡, 张文, 赵宣植, 等. 基于角度滤波与转换量测的主动声呐跟踪研究[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2025, 46(8): 1625–1634.

DU Yangfan, ZHANG Wen, ZHAO Xuanzhi, et al. Active sonar tracking based on bearing filter and converted measurement[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2025, 46(8): 1625–1634.