

一类具有时滞的非自治食物链捕食扩散模型

王树忠, 李冬梅, 许立滨

(哈尔滨理工大学 应用科学学院, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 针对生态系统食物链捕食扩散问题, 利用比较定理及 Liapunov 函数方法, 研究了一类具有离散和分布时滞的非自治食物链捕食扩散模型, 得到了模型是一致持久的和全局渐近稳定的充分条件.

关键词: 时滞; 非自治; 扩散; 一致持久性; 全局渐近稳定性

中图分类号: O175.13 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2683(2014)01-0124-05

Non-autonomous Food Chain Diffusive Predator Prey Model with Time Delay

WANG Shu-zhong, LI Dong-mei, XU Li-bin

(School of Applied Sciences, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: Aiming at the ecological system of the food chain predator-prey diffusion problem, a non-autonomous food chain diffusive predator prey model with discrete delay and distributed delay is discussed, obtaining the sufficient conditions of persistence and globally asymptotically stability of model by using comparison theorem and Liapunov functional.

Key words: delay; non-autonomous; diffusive; permanence; globally asymptotically stability

在生态环境中, 物种间的相互作用建立了复杂的生态关系网, 人们关注着每个种群生存及整个生态系统最终发展趋势, 利用种群动力学原理从理论上分析了种群稳定性问题已取得诸多的结果^[1-4]. 对于种群间的捕食关系往往用 Holling 类型功能函数给予表述, 但生物学家与生理学家通过大量的实验数据研究, 发现在实际捕食环境中当捕食者受到环境的制约不得不搜寻食物时, 一个更符合实际捕食环境的捕食-被捕食系统应基于“比率依赖”理论. Hsu S B 等研究了基于比率依赖且具有 Machaellis - Menten 功能反应的捕食系统, 给出了系统全局稳定性的条件^[5-9]. 在捕食与被捕食相互作用过程

中, 被捕食者会有一部分选择适当的避难所躲避被吃掉的危险, 从而降低了被捕食者的绝灭的可能性. 陈超等人研究基于比率的非自治三种群扩散系统, 得到该系统持久性和全局稳定性的充分条件^[10-11].

种群间的相互作用时滞是不可避免的, 时滞对种群的全局稳定性影响是存在的. 徐瑞等研究了具有离散时滞和基于比率的三种群食物链捕食-被捕食动力学系统, 证明了该系统在适当条件下的一致持久性并通过构造 Liapunov 泛函, 得到了该系统全局渐近稳定的充分条件^[12-14]. 生物种群中的幼体在发育成长中种群的增长要受到自身能力的制约影响, 因而刻画这一过程可以采用分布时滞. 陆志奇,

收稿日期: 2013-05-13

基金项目: 黑龙江省自然科学基金(A200502); 黑龙江省教育厅科学技术研究项目(12521099).

作者简介: 王树忠(1963—), 男, 教授;

李冬梅(1962—), 女, 教授, 硕士研究生导师, E-mail: dmli_2013@126.com;

许立滨(1961—), 男, 副教授.

黄玉梅研究了含分布时滞和基于比率的三种群扩散模型,得到了系统一致特久和全局渐近稳定的充分条件^[5-17].

本文基于现有的研究基础,考虑到基于比率的 Michaelis - menten 功能函数比 Holling 型功能型函数表示种群间相互作用关系更贴近实际现象. 在自然环境中多种因素具有可变性,系统中参数认为是随时间变化的,因此用非自治系统描述问题更具有普遍意义. 被捕食者为了生存选择避难所躲避捕食者现象在生态系统中较为普遍. 同时也考虑到种群及其的幼体在增长要受到自身的制约,这种现象可反映为即受离散时滞影响也受到分布时滞的影响,说明种群的幼体的数量对种群的总体数量稳定性是不能忽略的. 基于上述各种因素的影响,将在中研究一类一捕两食且同时带有离散和分布时滞的扩散捕食非自治的系统.

1 模型建模

文 [2] 考虑了食饵具有避难所对系统的影响,研究了如下的一类三种群具有离散时滞和扩散的自治 Michaelis - menten 功能性反应系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1(t) \left(a_1 - a_{11}x_1(t) - \frac{a_{12}x_2(t)}{m_{12}x_2(t) + x_1(t)} \right) \\ \dot{x}_2 = x_2(t) \left(-a_2 + \frac{a_{21}x_1(t-\tau_1)}{m_{12}x_2(t-\tau_1) + x_1(t-\tau_1)} - \frac{a_{23}x_3(t)}{m_{23}x_3(t) + x_2(t)} \right) \\ \dot{x}_3 = x_3(t) \left(-a_3 + \frac{a_{32}x_2(t-\tau_2)}{m_{23}x_3(t-\tau_2) + x_2(t-\tau_2)} \right) \end{cases}$$

给出了系统一致持久和全局渐近稳定的充分条件.

文 [6] 对 Lotka - Volterra 模型,考虑了只有一个食饵具有避难所,研究了具有离散时滞和 Holling II 类功能反应的非自治扩散系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 \left(a_1(t) - b_1(t)x_1 - \frac{c_1(t)y}{1+m(t)x_1} - \beta_1(t) \int_{-\tau}^0 k_1(s)x_1(t+s)ds \right) + D_1(t)(x_2-x_1) \\ \dot{x}_2 = x_2 \left(a_1(t) - b_2(t)x_2 - \beta_2(t) \int_{-\tau}^0 k_2(s)x_2(t+s)ds \right) + D_1(t)(x_1-x_2) \\ \dot{y} = y \left(a_3(t) - b_3(t)y - \frac{c_2(t)x_1}{1+m(t)x_1} - \beta_3(t) \int_{-\tau}^0 k_3(s)y(t+s)ds \right) \end{cases}$$

得到了该系统的持续生存和任意正解全局渐近稳定的充分条件.

本文考虑一类基于比率的 Michaelis - menten 功能函数的一捕两食三种群且同时带有离散和分布

时滞的扩散捕食系统,只考虑一种食饵具有避难所,捕食关系如图 1 所示.

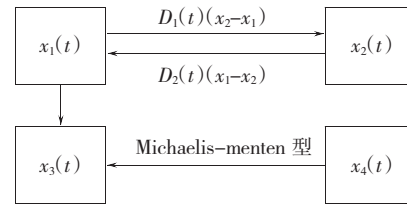


图 1 Michaelis - menten 型捕食与被捕食关系图

具体系统如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t) \left[a_1(t) - b_1(t)x_1(t) - \frac{c_1(t)x_3(t)}{q_1(t)x_3(t) + x_1(t)} - \beta_1(t) \int_{-\tau}^0 k_1(s)x_1(t+s)ds \right] + D_1(t)(x_2(t) - x_1(t)) \\ \dot{x}_2(t) = x_2(t) \left[a_2(t) - b_2(t)x_2(t) - \beta_2(t) \int_{-\tau}^0 k_2(s)x_2(t+s)ds \right] + D_2(t)(x_1(t) - x_2(t)) \\ \dot{x}_3(t) = x_3(t) \left[-a_3(t) - b_3(t)x_3(t) + \frac{c_2(t)x_1(t-\tau)}{q_1(t)x_3(t-\tau) + x_1(t-\tau)} - \frac{c_3(t)x_4(t)}{q_2(t)x_4(t) + x_3(t)} - \beta_3(t) \int_{-\tau}^0 k_3(s)x_3(t+s)ds \right] \\ \dot{x}_4(t) = x_4(t) \left[-a_4(t) - b_4(t)x_4(t) + \frac{c_4(t)x_3(t-\tau)}{q_2(t)x_4(t-\tau) + x_3(t-\tau)} - \beta_4(t) \int_{-\tau}^0 k_4(s)x_4(t+s)ds \right] \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x_1(t), x_2(t)$ 分别表示 t 时刻被捕食种群在第一斑块和第二斑块中的密度, $x_i(t) (i=3,4)$ 分别表示 t 时刻捕食者种群在第一斑块中的密度,而捕食者种群被限制在第一斑块中不能扩散,被捕食种群可以在两斑块之间迁移. x_3 以 x_1 为食, x_4 以 x_3 为食,如此相继捕食,形成了一个生物食物链. $a_i(t) (i=1,2,3,4)$ 表示种群的内禀增长率; $b_i(t) (i=1,2,3,4)$ 反映种群的密度制约因素; $D_i(t) (i=1,2)$ 是种群 x_i 的扩散系数. $k_i(s)$ 是分段连续函数且 $\int_{-\tau}^0 k_i(s)ds = 1 (i=1,2,3,4)$.

从生态学意义上考虑,仅仅在 $R_+^4 = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) : x_i \geq 0 (i=1,2,3,4)\}$ 内考虑系统(1). 假定系统(1)的初始条件, $x_i(s) = \Phi_i(s) (i=1,2,3,4)$. 对一切 $s \in [-\tau, 0]$, $\Phi_i(s)$ 是严格有界的正函数,即 $(\Phi_1(s), \Phi_2(s), \Phi_3(s), \Phi_4(s)) \in C[-\tau, 0; R_+^4)$ 且

$$\Phi_i(s) > 0, \Phi_i(0) > 0, (i=1,2,3,4) \quad (2)$$

现在记

$$f^m = \sup_{t \in [0, +\infty)} \{f(t)\}, f^l = \inf_{t \in [0, +\infty)} \{f(t)\}$$

其中 f 为连续有界的正函数. 系统中 $a_i(t), b_i(t), \beta_i(t), c_i(t) (i=1, 2, 3, 4), D_i(t) (i=1, 2), q(t)$ 是连续有界的严格正函数. 且满足

$$(x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)), T > 0, t > T,$$

$$x_i(t) \leq M_1 (i=1, 2), x_3(t) \leq M_2, x_4(t) \leq M_3$$

本文将对同时具有离散和分布时滞的且带有 Michaelis-menten 功能性反应的一捕两食三种群非自治时滞扩散捕食系统 (1) 进行定性分析, 讨论系统解的有界性, 一致持久性, 以及其正解的全局稳定性.

2 主要结果

2.1 解的一致持久性

引理 1 设 $(x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t))$ 是系统 (1) 满足初始条件 (2) 的任一正解, 则存在一个 $T > 0$, 使得当 $t > T$ 时, 有 $x_i(t) \leq M_1 (i=1, 2), x_3(t) \leq M_2, x_4(t) \leq M_3$.

$$\text{其中 } M_1 > \max\left\{\frac{a_1^m}{b_1^l}, \frac{a_2^m}{b_2^l}\right\}, M_2 > \frac{c_2^m}{b_3^l}, M_3 > \frac{c_4^m}{b_4^l}.$$

证明: 首先论证 $x_1(t), x_2(t)$ 有界性.

现令 $V(t) = \max\{x_1(t), x_2(t)\}$, 对 $V(t)$ 关于系统 (1) 求右上导数, 有下面的结论成立:

(a) 如果 $x_1(t) \geq x_2(t)$, 且 $\dot{x}_1(t) \geq \dot{x}_2(t)$, 则有

$$D^+ V(t) = \dot{x}_1(t) \leq x_1(t) [a_1^m - b_1^l x_1(t)] \quad (3)$$

(b) 如果 $x_1(t) < x_2(t)$, 且 $\dot{x}_1(t) \leq \dot{x}_2(t)$, 则有

$$D^+ V(t) = \dot{x}_2(t) \leq x_2(t) [a_2^m - b_2^l x_2(t)] \quad (4)$$

由式 (3), 式 (4) 得

$$D^+ V(t) \leq x_i(t) [a_i^m - b_i^l x_i(t)], (i=1, 2) \quad (5)$$

由式 (5) 对解的初始时刻的几种情况进行讨论:

(I) 如果 $\max\{x_1(0), x_2(0)\} \leq M_1$, 根据式 (5) 利用比较定理易证存在 $t_1 > 0$, 使得

$$\max\{x_1(t), x_2(t)\} \leq M_1, (t > t_1)$$

(II) 如果 $\max\{x_1(0), x_2(0)\} > M_1$, 下面有三种情况需讨论:

(i) $V(0) = x_1(0) > M_1, (x_1(0) > x_2(0))$;

(ii) $V(0) = x_2(0) > M_1, (x_1(0) < x_2(0))$;

(iii) $V(0) = x_1(0) = x_2(0) > M_1$.

设 $-\gamma = \max_{i=1,2} \{M_1(a_i^m - b_i^l M_1)\}$, 由 M_1 的取值可

知 $\gamma > 0$.

如果 (i) 成立, 由函数的连续性知, 存在 $\varepsilon > 0$, 对 $\forall t \in [0, \varepsilon]$, 有 $x_1(t) > M_1$, 再由 M_1 的取值以及式 (3) 可知

$$x_1(t) [a_1^m - b_1^l x_1(t)] - M_1 [a_1^m - b_1^l M_1] =$$

$$[x_1(t) - M_1] [a_1^m - b_1^l (x_1(t) + M_1)] < 0$$

因此 $D^+ V(t) = \dot{x}_1(t) \leq x_1(t) [a_1^m - b_1^l x_1(t)] \leq M_1 [a_1^m - b_1^l M_1] < -\gamma < 0$

如果 (ii) 成立, 同样存在 $\varepsilon > 0$, 对 $\forall t \in [0, \varepsilon]$, $V(t) = x_2(t) > M_1$, 有

$$D^+ V(t) = \dot{x}_2(t) < -\gamma < 0$$

如果 (iii) 成立, 与 (i), (ii) 相似, 同样可证得存在 $\varepsilon > 0$, 对 $\forall t \in [0, \varepsilon]$ 有

$$D^+ V(t) = \dot{x}_i(t) < -\gamma < 0, (i=1, 2)$$

由此可知, 如果 $V(0) > M_1$, 则 $V(t)$ 在 $[0, \varepsilon]$ 上是严格递减的, 所以存在 $t_2 > 0$, 当 $t > t_2$ 时, 有 $V(t) = \max\{x_1(t), x_2(t)\} \leq M_1$. 故知 $x_i(t) (i=1, 2)$ 是有上界的. 即当 $t > T_1, T_1 = \max\{t_1, t_2\}$ 时, 有 $x_i(t) \leq M_1 (i=1, 2)$.

同理可得 $x_3(t), x_4(t)$ 是有上界的. 即存在 $M_2 > \frac{c_2^m}{b_3^l}, M_3 > \frac{c_4^m}{b_4^l}, t_3 > 0, t_4 > 0$, 当 $t > t_3, t > t_4$ 时, 有 $x_3(t) \leq M_2, x_4(t) \leq M_3$.

取 $T = \max\{t_1, t_2, t_3, t_4\}$, 当 $t > T$ 时, 系统 (1) 解是有界的. 证毕.

定理 1 若系统 (1) 满足以下条件:

$$(H_1) \min\left\{a_1^l - \frac{c_1^m}{q_1^l} - \beta_1^m M_1, a_2^l - \beta_2^m M_1\right\} > 0,$$

$$(H_2) \frac{c_2^l m_1}{q_1^m M_2 + M_1} - \frac{c_3^m}{q_2^l} - a_3^m - \beta_3^m M_2 > 0,$$

$$(H_3) \frac{c_4^l m_2}{q_2^m M_3 + M_2} - a_4^m - \beta_4^m M_3 > 0.$$

则系统 (1) 是一致持久的.

证明: 设 $(x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t))$ 是系统 (1) 满足初始条件 (2) 的正解, 由系统 (1) 和引理 1 知, 当 $t > T$ 时,

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) \geq x_1(t) \left(a_1^l - b_1^m x_1(t) - \frac{c_1^m}{q_1^l} - \beta_1^m M_1 \right) + D_1(t) (x_2(t) - x_1(t)) \\ \dot{x}_2(t) \geq x_2(t) (a_2^l - b_2^m x_2(t) - \beta_2^m M_1) + D_2(t) (x_1(t) - x_2(t)) \end{cases}$$

令 $V(t) = \min\{x_1(t), x_2(t)\}$, 对 $V(t)$ 关于式 (1) 求右上导数得 $D^+ V(t) \geq V(t) (m_1^* - b_m^* V(t))$,

其中 $m_1^* = \min\left\{a_1^l - \frac{c_1^m}{q_1^l} - \beta_1^m M_1, a_2^l - \beta_2^m M_1\right\}, b_m^* = \max\{b_1^m, b_2^m\}$.

类似于引理 1 的证明, 存在 $t_5 > 0$, 当 $t > t_5$ 时,

$$V(t) \geq \frac{m_1^*}{b^*} = m_1, \text{ 从而有}$$

$$x_i(t) \geq m_1 \quad (i=1, 2) \quad (6)$$

再由系统(1)的第三个方程得

$$\dot{x}_3(t) \geq x_3(t) \left(\frac{c_2^l m_1}{q_1^m M_2 + M_1} - \frac{c_3^m}{q_2^l} - a_3^m - \beta_3^m M_2 - b_3^m x_3(t) \right)$$

$$\text{令 } m_2 = \frac{c_2^l m_1}{b_3^m (q_1^m M_2 + M_1)} - \frac{c_3^m}{b_3^m q_2^l} - \frac{a_3^m + \beta_3^m M_2}{b_3^m},$$

存在 $t_6 > 0$, 当 $t > t_6$ 时, 得

$$x_3(t) \geq m_2 \quad (7)$$

$$\text{同理, 令 } m_3 = \frac{c_4^l m_2}{b_4^m (q_2^m M_3 + M_2)} - \frac{a_4^m + \beta_4^m M_3}{b_4^m}, \text{ 存}$$

在 $t_7 > 0$, 当 $t > t_7$ 时, 得

$$x_4(t) \geq m_3 \quad (8)$$

由式(6), 式(7), 式(8)及引理 1 知, 当 $t > \max\{T, t_5, t_6, t_7\}$ 时, 有

$$m_1 \leq x_1(t) \leq M_1, m_2 \leq x_3(t) \leq M_2, m_3 \leq x_4(t) \leq M_3$$

则系统(1)的解是一致持久的. 证毕.

3.2 全局渐近稳定性

定理 2 若系统(1)满足 $(H_1) \sim (H_3)$ 以及

$$(H_4) \quad b_1^l - \beta_1^m - \frac{c_1^m M_2}{(m_1 + q_1^l m_2)^2} - \frac{D_2^m}{m_1} -$$

$$\frac{c_2^m M_2}{(q_1^l m_2 + m_1)^2} > 0,$$

$$(H_5) \quad b_2^l - \beta_2^m - \frac{D_1^m}{m_1} > 0,$$

$$(H_6) \quad b_3^l - \beta_3^m - \frac{c_3^m M_3}{(q_2^l m_3 + m_2)^2} - \frac{c_4^m q_2^m M_3}{(q_2^l m_3 + m_2)^2} > 0,$$

$$(H_7) \quad b_4^l - \beta_4^m > 0,$$

则系统(1)的一切正解是全局渐近稳定的.

证明: 设 $\{x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)\}$ 是系统

(1) 的某个正解, $\{u_1(t), u_2(t), u_3(t), u_4(t)\}$

是系统(1)的任一个满足初值条件(2)的正解.

构造 Liapunov 泛函

$$\begin{aligned} V(t) = & \sum_{i=1}^4 \left[|\ln x_i(t) - \ln u_i(t)| + \right. \\ & \left. \beta_i^m \int_{-\tau}^0 k_i(s) \int_{t+s}^t |x_i(\theta) - u_i(\theta)| d\theta ds \right] + \\ & \frac{c_2^m M_2}{(q_1^l m_2 + m_1)^2} \int_{t-\tau}^t |x_1(\theta) - u_1(\theta)| d\theta + \\ & \frac{c_4^m q_2^m M_3}{(q_2^l m_3 + m_2)^2} \int_{t-\tau}^t |x_3(\theta) - u_3(\theta)| d\theta \end{aligned}$$

$V(t)$ 沿系统(1)的正解计算的右上导数, 有

$$D^+ V(t) \leq (b_1^l - \beta_1^m) |x_1(t) - u_1(t)| - (b_2^l - \beta_2^m) |x_2(t) -$$

$$u_2(t)| + \tilde{D}_1(t) + \tilde{D}_2(t) - \left(b_3^l - \beta_3^m - \right.$$

$$\left. \frac{c_3^m M_3}{(q_2^l m_3 + m_2)^2} \right) |x_3(t) - u_3(t)| -$$

$$(b_4^l - \beta_4^m) |x_4(t) - u_4(t)| +$$

$$\frac{c_2^m M_2}{(q_1^l m_2 + m_1)^2} |x_1(t - \tau) - u_1(t - \tau)| +$$

$$\frac{c_4^m q_2^m M_3}{(q_2^l m_3 + m_2)^2} |x_3(t - \tau) - u_3(t - \tau)| +$$

$$\frac{c_2^m M_2}{(q_1^l m_2 + m_1)^2} |x_1(t) - u_1(t)| -$$

$$\frac{c_2^m M_2}{(q_1^l m_2 + m_1)^2} |x_1(t - \tau) - u_1(t - \tau)| +$$

$$\frac{c_4^m q_2^m M_3}{(q_2^l m_3 + m_2)^2} |x_3(t) - u_3(t)| -$$

$$\frac{c_4^m q_2^m M_3}{(q_2^l m_3 + m_2)^2} |x_3(t - \tau) - u_3(t - \tau)| \leq$$

$$-m(b_2^l - \beta_2^m) |x_2(t) - u_2(t)| + \tilde{D}_1(t) + \tilde{D}_2(t) -$$

$$\left(b_3^l - \beta_3^m - \frac{c_3^m M_3}{(q_2^l m_3 + m_2)^2} - \right.$$

$$\left. \frac{c_4^m q_2^m M_3}{(q_2^l m_3 + m_2)^2} \right) |x_3(t) - u_3(t)| -$$

$$(b_4^l - \beta_4^m) |x_4(t) - u_4(t)| \quad (9)$$

$$\tilde{D}_1(t) = D_1(t) \left| \frac{x_2(t)}{x_1(t)} - \frac{u_2(t)}{u_1(t)} \right| \text{sign}(x_1(t) - u_1(t))$$

$$\tilde{D}_2(t) = D_2(t) \left| \frac{x_1(t)}{x_2(t)} - \frac{u_1(t)}{u_2(t)} \right| \text{sign}(x_2(t) - u_2(t))$$

下面根据引理 2 可分 3 种情况来讨论 $\tilde{D}_1(t)$.

$$1) \text{ 当 } x_1(t) > u_1(t) \text{ 时, } \tilde{D}_1(t) \leq \frac{D_1(t)}{u_1(t)} |x_2(t) -$$

$$u_2(t)| \leq \frac{D_1^m}{m_1} |x_2(t) - u_2(t)|;$$

$$2) \text{ 当 } x_1(t) < u_1(t) \text{ 时, } \tilde{D}_1(t) \leq \frac{D_1(t)}{x_1(t)} |u_2(t) -$$

$$x_2(t)| \leq \frac{D_1^m}{m_1} |x_2(t) - u_2(t)|;$$

$$3) \text{ 当 } x_1(t) = u_1(t) \text{ 时, } \tilde{D}_1(t) = \frac{D_1(t)}{x_1(t)} |x_2(t) -$$

$$u_2(t)| \leq \frac{D_1^m}{m_1} |x_2(t) - u_2(t)|.$$

综上所述

$$\tilde{D}_1(t) \leq \frac{D_1^m}{m_1} |x_2(t) - u_2(t)| \quad (10)$$

现同样对 $\tilde{D}_2(t)$ 分析可知 $\tilde{D}_2(t) \leq \frac{D_2^m}{m_1} |x_1(t) - u_1(t)|$ (11)

将式(10), 式(11)代入式(9), 得

$$D^+ V(t) \leq (b_1^l - \beta_1^m - \frac{c_1^m M_2}{(m_1 + q_1^l m_2)^2} - \frac{D_2^m}{m_1} - \frac{c_2^m M_2}{(q_1^l m_2 + m_1)^2}) |x_1(t) - u_1(t)| - |b_2^l - \beta_2^m - \frac{D_1^m}{m_1}| |x_2(t) - u_2(t)| - (b_3^l - \beta_3^m - \frac{c_3^m M_3}{(q_2^l m_3 + m_2)^2} - \frac{c_4^m q_2^m M_3}{(q_2^l m_3 + m_2)^2}) |x_3(t) - u_3(t)| - (b_4^l - \beta_4^m) |x_4(t) - u_4(t)|$$

由 $(H_4) \sim (H_7)$ 知, $b_1^l - \beta_1^m - \frac{c_1^m M_2}{(m_1 + q_1^l m_2)^2} - \frac{D_2^m}{m_1} - \frac{c_2^m M_2}{(q_1^l m_2 + m_1)^2} > 0, b_4^l - \beta_4^m > 0$

$$b_2^l - \beta_2^m - \frac{D_1^m}{m_1} > 0, b_3^l - \beta_3^m - \frac{c_3^m M_3}{(q_2^l m_3 + m_2)^2} - \frac{c_4^m q_2^m M_3}{(q_2^l m_3 + m_2)^2} > 0$$

$$\mu = \min\{b_1^l - \beta_1^m - \frac{c_1^m M_2}{(m_1 + q_1^l m_2)^2} - \frac{D_2^m}{m_1} - \frac{c_2^m M_2}{(q_1^l m_2 + m_1)^2}, b_2^l - \beta_2^m - \frac{D_1^m}{m_1}\}$$

令

$$b_3^l - \beta_3^m - \frac{c_3^m M_3}{(q_2^l m_3 + m_2)^2} - \frac{c_4^m q_2^m M_3}{(q_2^l m_3 + m_2)^2}, b_4^l - \beta_4^m\} > 0$$

$$D^+ V(t) \leq -\mu \sum_{i=1}^4 |x_i(t) - u_i(t)| \quad (12)$$

将式(12)两端从 t^* 到 t 积分有, 当 $t > t^* (t^* > 0)$ 时

$$V(t) + \mu \int_{t^*}^t \sum_{i=1}^4 |x_i(s) - u_i(s)| ds \leq V(t^*) < +\infty$$

所以 $\sum_{i=1}^4 |x_i(t) - u_i(t)| \in L^1(t^*, +\infty)$

从而

$$\limsup_{t \rightarrow +\infty} \int_{t^*}^t \sum_{i=1}^4 |x_i(s) - u_i(s)| ds \leq \frac{V(t^*)}{\mu} < \infty$$

由引理 1 及 Barbalart 引理^[8], 可知

可知 $\lim_{t \rightarrow +\infty} |x_i(t) - u_i(t)| = 0, (i = 1, 2, 3, 4)$

可得系统(1)的任何正解是全局渐近稳定的. 证毕.

参考文献:

- [1] ARDITI R, SAIAH H. Empirical Evidence of the Role of Heterogeneity in Ratio Dependent Consumption [J]. Ecology, 1992, 73(7): 1544-1551.
- [2] GUTIERREZ A P. The Physiological Basis of Ratio-dependent Predator-prey Theory: a Metabolic Pool Model of Nicholson Blowflies as an Example [J]. Ecology, 1992, 73(6): 1552-1563.
- [3] 温绍雄, 范猛. 具有型功能性反应的捕食者-食饵系统周期解的存在性 [J]. 东北师范大学学报: 自然科学版, 2011, 43(1): 10-15.
- [4] 孟新柱, 陈兰荪, 张同迁. 一类时滞捕食扩散系统全局分析 [J]. 大连理工大学学报, 2008, 48(3): 456-463.
- [5] HSU S B, HWANG T W, KUANG Y. Global Analysis of the Michaelis-menten Ratio-dependent Predator-prey System [J]. Math. Biol., 2001, 5(42): 489-506.
- [6] 范猛, 王克. 离散时间的非自治比率依赖的捕食者-食饵系统的周期解 [J]. 数学与计算机模拟, 2002, 35: 951-961.
- [7] 董士杰, 赵文领. 具有时滞和基于比率的捕食系统的稳定性 [J]. 军械工程学院学报, 2004, 16(4): 73-78.
- [8] 王晖, 李冬梅, 郭秀微. 一类具有时滞的 Lotka-Volterra 捕食系统的持久性与全局稳定性 [J]. 哈尔滨理工大学学报, 2009, 14(6): 73-76.
- [9] 李冬梅, 李晔, 孙嘉轶. 具有 Michaelis-menten 功能性反应的时滞扩散竞争系统稳定性分析 [J]. 哈尔滨理工大学学报, 2010, 15(2): 102-105.
- [10] 陈超, 纪昆. 基于比率的三种群混合扩散模型的动力学行为 [J]. 纯粹数学与应用数学, 2006, 22(4): 934-946.
- [11] 高巧琴, 雒志江. 一类具有时滞和比率依赖的竞争扩散系统 [J]. 数学的实践与认识, 2009, 39(22): 193-196.
- [12] 徐瑞, 陈兰荪. 具有时滞和基于比率的三种群捕食系统的持久性与全局渐近稳定性 [J]. 系统科学与数学, 2001, 21(2): 204-212.
- [13] 陆志奇, 李海银. 基于比率的三种群捕食系统的持久性与全局渐近稳定性 [J]. 河南师范大学学报: 自然科学版, 2003, 31(4): 7-12.
- [14] 谭德君. 基于比率的三种群捕食系统的持续生存 [J]. 生物数学学报, 2003, 18(1): 51-56.
- [15] 陆志奇, 卢金梅. 基于比率依赖的 H-IV-1 模型的数学分析 [J]. 河南师范大学学报: 自然科学版, 2004, 32(4): 7-12.
- [16] 黄玉梅. 具有 HollingII 类功能反应的时滞扩散模型的全局稳定性 [J]. 生物数学学报, 2006, 21(3): 370-376.
- [17] 程荣福, 赵明. 具有时滞和基于比率的三种群扩散模型的全局稳定性 [J]. 福州大学学报: 自然科学版, 2008, 36(4): 480-484.

(编辑: 王 萍)