

一种分解型 Quasi-Newton 电容层析成像 图像重建算法

林甲楠, 陈德运, 姚玉梅, 宋 蕾

(哈尔滨理工大学 计算机科学与技术学院, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘 要: 针对电容层析成像系统中的“软场”效应和病态问题, 在分析电容层析成像和 Quasi-Newton 算法原理的基础上, 基于非线性最小二乘的成像原理, 提出了一种新的分解型 Quasi-Newton 电容层析成像算法, 推导出了求解 ECT 反问题的分解型拟牛顿图像重建算法的计算步骤, 同时利用信赖域公式对目标函数的 Hessian 矩阵进行校正. 仿真实验表明, 基于分解型拟牛顿方法具有可行性, 对于基本流型该算法与 LBP 算法相比, 具有成像质量高和边界均匀稳定的特点, 为 ECT 图像重建的研究提供了一个新的思路.

关键词: 电容层析成像; 图像重建算法; 迭代算法; 分解拟牛顿

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2683(2014)06-0044-04

A Novel Factorized Quasi-Newton Image Reconstruction Algorithm for Electrical Capacitance Tomography

LIN Jia-nan, CHEN De-yun, YAO Yu-mei, SONG Lei

(School of Computer Science and Technology, Harbin University of
Science and Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: To solve the “soft field” nature and the ill-posed problem in electrical capacitance tomography technology, the paper proposes a new capacitance tomography algorithm based on a class of new factorized quasi-newton methods. The correcting formula of Hessian for the objective function is given. In the simulation, the feasibility of using this new algorithm for ECT problems is also discussed. And the result shows that the new algorithm has better image quality and stable boundary than the LBP algorithm, which provides a new way of thinking for ECT image reconstruction algorithm.

Key words: electrical capacitance tomography; image reconstruction algorithm; Iterative algorithm; factorized quasi-Newton

收稿日期: 2014-04-01

基金项目: 国家自然科学基金(60572153, 60972127); 高等学校博士学科点专项科研基金(200802140001); 黑龙江省自然科学基金(F200609, QC2012C059); 黑龙江省教育厅科学技术研究项目(11541040, 12511097).

作者简介: 林甲楠(1988—), 女, 硕士研究生;

陈德运(1962—), 男, 博士, 教授, 博士研究生导师, E-mail: chendeyun@hrbust.edu.cn.

0 引言

电容层析成像(ECT)技术是20世纪80年代中后期发展起来的PT技术,它具有响应速度快、成本低廉、非入侵性测量、安全性能良好等优点,被视为当今PT技术研究和发展的主流^[1-7]. ECT测量技术现在还存在许多难点,如电容传感器输出的电容较小,而反映介质变化的电容变化量则更小,因此对数据采集系统的灵敏度和抗干扰能力要求很高.且投影数据有限,即得到的独立电容测量值,远远小于重建图像的像素点个数,导致图像重建难度加大.探索良好的图像重建算法一直是ECT技术的关键.

评价一种图像重建算法的成功与否,在一定程度上依赖于图像重建算法的速度与精度.当今,ECT图像重建算法主要分为非迭代类算法,迭代类算法及智能算法.成熟的非迭代类图像重建算法有线性反投影算法(LBP)、Tikhonov 正则法、奇异值分解法(SVD)等.常规迭代类图像重建算法有共轭梯度法^[8]、Landweber 迭代法^[9]、Gauss - Newton^[10]类算法等.新颖的智能优化类图像重建算法包括遗传算法、人工神经网络算法^[11]、粒子群算法等.

LBP是最早应用于ECT图像重建的算法,它以灵敏度信息为权值,不考虑软场效应,忽略介电常数分布对传感器灵敏度分布的影响,认为电容变化是由介电常数均匀变化所致,导致成像质量相对较差.标准Tikhonov 正则化法是解决病态问题的有效手段之一,但由于其趋向于生成一个光滑的近似解,使得信息中不光滑部分丢失,由于细节信息的丢失导致整体图像空间分辨率不高.共轭梯度算法(CG)最初由Hestenes和Stiefel为求解线性方程组而提出,之后由Fletcher和Reeves等人把它应用于求解一般目标函数的极小值.该算法每次按照共轭关系选择修正方向,是共轭方向类算法中最重要的一种方法.基于神经网络的图像重建算法,实质上是用神经网络建立采样电容到图像像素灰度的映射关系为模型.以神经网络的角度,这样的建模过程即为网络训练.由于随机性和复杂性的影响获得完备的训练样本较困难.

本文提出了一种新的分解型Quasi-Newton 电容层析成像算法,推导出了求解ECT反问题的分解型拟牛顿图像重建算法的计算步骤,同时利用信赖域对目标函数的Hessian 矩阵进行校正.仿真实验表明,该算法和LBP 算法相比,对于基本流型该算法

具有成像质量高和边界均匀稳定的特点,为ECT图像重建的研究提供了一个新的思路.

1 电容层析成像系统基本原理

典型的电容层析成像系统主要由三部分组成,分别为电容传感器、数据采集系统和成像计算机^[12-14],以12电极系统为例,其系统结构如图1所示.其原理为当管道内的介质由于流动而致使管内介质分布发生改变时,电容极板对之间的测量电容值会发生变化,据此我们可以通过实际获得的极板电容值反演推导出管道内介质的分布.

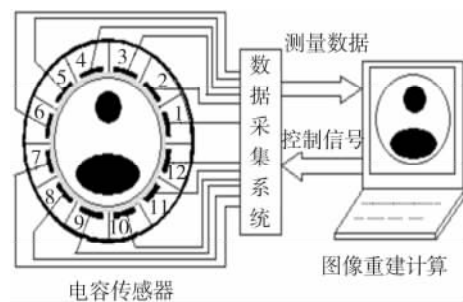


图1 电容层析成像系统

将电容传感器中的极板按顺时针依次标记为1, 2...12,可知对于N电极传感器系统,根据式(1)可得独立的电极对总数M为^[17-18]

$$M = C_N^2 = N(N-1)/2 \quad (1)$$

在12电极系统中可获得66个独立电容测量数据.目前,ECT研究领域得到的成像算法是基于介电常数到电容映射的线性模型,经过离散化、线性和归一化的模型为

$$SG = C \quad (2)$$

其中:C为 $m \times 1$ 维的归一化电容测量值矩阵;G为 $n \times 1$ 维的归一化介电常数分布矩阵,在图像重建中代表图像的灰度值;S为 $m \times n$ 的矩阵,反应了电容C受物质G分布变化的影响,称为敏感场.

2 算法原理

分解型拟牛顿算法^[19]属于解非线性最小二乘问题的算法,非线性最小二乘问题的一般形式为^[20]

$$\min f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (r_i(x))^2 = \frac{1}{2} R(x)^T R(x) \quad (3)$$

目标函数的二次模型变为

$$\bar{m} = \frac{1}{2} r(x_k)^T r(x_k) + (J(x_k)^T r(x_k))^T (x - x_k)$$

$$+ \frac{1}{2} (x - x_k)^T (J(x_k)^T J(x_k)) (x - x_k) \quad (4)$$

解问题(3)的牛顿法为

$$x_{k+1} = x_k - (J(x_k)^T J(x_k) + S(x_k))^{-1} \times J(x_k)^T r(x_k) \quad (5)$$

一般牛顿算法忽略 $S(x_k)$ 项使得计算结果误差大, Yabe 和 Takahashi 提出了采用分解拟牛顿法, 即令 B_k 近似 $f(x)$ 的 Hessian 阵, 取 $B_k = (J_k + L_k)^T (J_k + L_k)$, 其中矩阵 L_k 使得 $L_k^T L_k + L_k J_k + J_k^T L_k$ 逼近 Hessian 阵的第二部分 $S(x_k)$.

由此新的拟牛顿方程为

$$B_k \delta_k = (J_{k+1} + L_{k+1})^T (J_{k+1} + L_{k+1}) \delta_k = \bar{z}_k \quad (6)$$

其中取

$$\bar{z}_k = J_{k+1}^T J_{k+1} \delta_k + (J_{k+1} J_k)^T R_{k+1} + \frac{\bar{\theta}_k}{\delta_k^T u} u \quad (7)$$

$$\bar{\theta}_k = 3R_{k+1}^T [J_{k+1} + J_k] \delta_k - 2(R_{k+1} - R_k) \quad (8)$$

为节省存储空间及减少计算量, 加快算法速度.

本文引入无记忆型信赖域算法. 根据矩阵理论可推导出 L_{k+1} 如下修正式公式

$$L_{k+1} = (a - b) \frac{J_{k+1} \delta_k (\bar{z}_k)^T}{\delta_k^T \bar{z}_k} + b \frac{J_{k+1} M_{k+1}^{-1} \bar{z}_k (\bar{z}_k)^T}{\delta_k^T \bar{z}_k} - c \frac{J_{k+1} \delta_k \delta_k^T M_{k+1}}{\delta_k^T M_{k+1} \delta_k} \quad (9)$$

因此 B_{k+1} 为

$$B_{k+1} = M_{k+1} - (c^2 + 2cd) \frac{M_{k+1} \delta_k \delta_k^T M_{k+1}}{\delta_k^T M_{k+1} \delta_k} - d^2 \frac{\bar{z}_k \delta_k^T M_{k+1} + M_{k+1} \delta_k (\bar{z}_k)^T}{\delta_k^T (\bar{z}_k)} + \left[a^2 \frac{\delta_k^T M_{k+1} \delta_k}{(\delta_k^T \bar{z}_k)^2} + 2ab \frac{1}{\delta_k^T (\bar{z}_k)} + b^2 \frac{(\bar{z}_k)^T M_{k+1}^{-1} \bar{z}_k}{(\delta_k^T \bar{z}_k)^2} + d^2 \frac{\delta_k^T M_{k+1} \delta_k}{(\delta_k^T \bar{z}_k)^2} \right] \bar{z}_k (\bar{z}_k)^T = \alpha B_{k+1}^{BFGS} + \beta B_{k+1}^{DFP} \quad (10)$$

$M_k = J_k^T J_k$, 根据矩阵有解理论推导可得 $a, b, \alpha,$

β 取值, 代入后 L_{k+1} 变为

$$L_{k+1} = \frac{J_{k+1} \delta_k (\bar{z}_k)^T}{(\delta_k^T \bar{z}_k \delta_k^T M_{k+1} \delta_k)^{1/2}} - \frac{J_{k+1} \delta_k \delta_k^T M_{k+1}}{\delta_k^T M_{k+1} \delta_k} \quad (11)$$

因此 B_{k+1}

可变为不同形式, 本文应用方法(12)

$$B_{k+1}^{BFGS} = M_{k+1} - \frac{M_{k+1} \delta_k \delta_k^T M_{k+1}}{\delta_k^T M_{k+1} \delta_k} + \frac{\bar{z}_k (\bar{z}_k)^T}{\delta_k^T \bar{z}_k} \quad (12)$$

$$B_{k+1}^{DFP} = M_{k+1} - \frac{\bar{z}_k \delta_k^T M_{k+1} + M_{k+1} \delta_k (\bar{z}_k)^T}{\delta_k^T \bar{z}_k} +$$

$$\left(1 + \frac{\delta_k^T M_{k+1} \delta_k}{\delta_k^T \bar{z}_k} \right) \frac{\bar{z}_k (\bar{z}_k)^T}{\delta_k^T \bar{z}_k} \quad (13)$$

针对于 ECT 反问题, 电容值 C 和图像灰度向量 G 之间存在非线性映射关系, 如(14) 式中所示

$$C = F(G) \quad (14)$$

目标函数如公式

$$e(G) = \frac{1}{2} \| F(G) - C \|^2 = \frac{1}{2} (F(G) - C)^T (F(G) - C) \quad (15)$$

梯度和 Hessian 矩阵分别用 h_k 和 H_k , 则得到方法(16) 和方法(17)

$$h_k = (F'(G))^T (F(G) - C) \quad (16)$$

$$H_k = (F'(G))^T F'(G) \quad (17)$$

引入信赖域算法, B_k 近似 $f(x)$ 的 Hessian, 目标函数 $f(x_k)$ 在 x_k 附近的局部近似二次模型为

$$q_k(\delta) = f(x_k) + g_k^T \delta + \frac{1}{2} \delta^T B_k \delta \quad (18)$$

求解信赖域问题及其子问题得到 δ 则有

$$G_{k+1} = G_k + \delta_k \quad (19)$$

对图像进行物理意义修正, 引入方法(20)

$$G_i^{(k)} = \begin{cases} 0 & \text{if } G_i^{(k)} \leq 0 \\ G_i^{(k)} & \text{if } 0 < G_i^{(k)} \leq 1 \\ 1 & G_i^{(k)} > 1 \end{cases} \quad (20)$$

其中 $G^{(k)}$ 表示列向量 G 的第 k 次迭代的第 n 个分量.

3 仿真与实验结

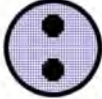
为验证算法的有效性, 以 12 电极传感器为研究对象进行实验探究, 成像管道划分为 32×32 的网格形成 1024 个像素点, 管道截面有效区域为 856 个像素点. 对典型流型核心流、高层流、多滴流进行了数值仿真实验. 将本文所提出的基于分解型拟牛顿算法与 LBP 算法进行对比与验证, 验证结果如下图表 1 所示. 仿真计算应用 MATLAB 7.0 在 Core(TM) 2 Duo CPU, 2 GHz, 1.00GB 内存的计算机上进行. 表 1(深色区域是水, 浅色区域是油).

在分析重建图像的质量时, 选用空间图像误差作为衡量图像质量的评价指标, 定义如下公式

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^n |g_i(\text{img}) - g_i(\text{init})|}{\sum_{i=1}^n g_i(\text{init})} \quad (21)$$

g_{img} 代表计算所得的图像向量; g_{init} 代表介质分布的原始图像向量; i 代表剖分单元序号; n 代表剖分单元总数。

表1 成像结果

	核心流 a	高层流 b	多滴流 c
预设流型			
LBP 算法			
本文算法			

从实验结果可以看出,对于高层流、核心流和多滴流,基于分解型拟牛顿算法具有良好的成像效果,图像误差如表2所示。

表2 图像误差 %

原型	a	b	c
LBP	36.32	49.68	76.92
本文算法	30.78	26.06	75.32

由表1与表2成像的结果可知,对于ECT基本流型LBP算法虽然成像原理简单但是成像效果差。相比之下本文算法成像后流型与原流型误差小,因此成像精度与质量要高于LBP算法。

4 结 语

本文提出了一种基于分解型拟牛顿的算法,在分析ECT逆问题病态性的基础上,对迭代过程 $f(x)$ 的Hessian矩阵进行校正,相比于仅利用函数一阶导信息直接得Hessian阵近似的算法更精确,结合信赖域技术及无记忆型算法使得本算法既满足分解型拟牛顿方程,节省存储空间,又减少了计算量。仿真实验表明,该算法在ECT简单标准流型成像上与LBP算法相比具有较高的成像质量,误差率小,为ECT图像重建提供了一种新的有效的方法。

参 考 文 献:

[1] LLSER T, WAJMAN R, MEWES D. Electrical capacitance

tomography: image reconstruction along electrical field lines [J]. Measurement Science and Technology, 2001, 12(8): 1083-1091.

- [2] XIE C G, PLASKOWSKI A, BECK M S. 8-electrode capacitance system for two-component flow identification. Part 1: Tomographic flow imaging [J]. IEE Proceedings A (Physical Science, Measurement and Instrumentation, Management and Education), 1989, 136(4): 173-183.
- [3] 赵玉磊,郭宝龙,闫允一. 电容层析成像技术的研究进展与分析 [J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(8): 1909-1916.
- [4] 马平,周晓宁,田沛. 过程层析成像的发展及应用 [J]. 化工自动化及仪表, 2009(1): 1-4.
- [5] 李利品,党瑞荣,黄燕群. 层析成像技术在多相流中的研究动态 [J]. 地球物理学进展, 2012, 27(2): 651-659.
- [6] 周晓宁,郑爽杰. 电容层析成像技术在核电站蒸汽管道中的应用 [J]. 电站辅机, 2012, 33(3): 39-42.
- [7] 王泽璞,刘乾,曹丽平,等. 应用电容层析成像对气固颗粒浓度分布的研究 [J]. 重庆理工大学学报, 2012, 26(3): 68-74.
- [8] 陈宇,高宝庆,张立新,等. 基于加权SVD截断共轭梯度的ECT图像重建算法. 光学精密工程, 2010, 18(3): 702-708.
- [9] Landweber L. An iteration formula for Fredholm integral equations of the first kind [J]. American journal of mathematics, 1951, 73(3): 615-624.
- [10] 陈德运,陈宇,王莉莉. 基于改进 Gauss-Newton 的电容层析成像图像重建算法 [J]. 电子学报, 2009, 37(4): 739-743.
- [11] MARASHDEH Q, WARSITO W, FAN L S, et al. Nonlinear Forward Problem Solution for Electrical Capacitance Tomography Using Feed-forward Neural Network [J]. IEE Sensors Journal, 2006, 6(2): 441-449.
- [12] 孙犇渊,王化祥,王丕涛. 基于内部阵列电极的电容层析成像系统 [J]. 传感技术学报, 2013, 26(6): 820-824.
- [13] 曹海燕,王化祥. 电容层析成像系统传感器仿真研究 [J]. 计算机工程与应用, 2012, 48(15): 207-211.
- [14] 郭志恒,律德才,邵富群. 基于差分灵敏度模型的电容层析成像图像重建方法 [J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(23): 75-82.
- [15] 赵玉磊,郭宝龙,闫允一. 电容层析成像技术的研究与分析 [J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(8): 1909-1920.
- [16] 颜华,宁秀坤,王伊凡,等. 12极板直接三维ECT图像重建仿真 [J]. 沈阳工业大学学报, 2012, 34(5): 542-548.
- [17] 陈志坤,李玮,张瑞成,等. 基于电容检测方法改进的ECT图像重建算法研究 [J]. 电子测量技术, 2008, 31(6): 143-146.
- [18] 王泽璞,吴迪,刘岩,等. 基于电容层析成像多相流检测的动态重建算法研究 [J]. 现代化工, 2013, 33(3): 106-111.
- [19] ZHANG J Z, DENG N Y, CHEN L H. A New quasi-Newton equation and related methods for unconstrained optimization [J]. Journal of Optimization Theory and Application, 1999(102): 147-167.
- [20] YABE H, TAKAHASHI. Factorized quasi-Newton methods for non-linear least squares problems [J]. Math. Prog, 51(1991): 75-100.

(编辑:王 萍)