

交流电机动态分析中坐标变换的归一化方程

陈元琦, 梁艳萍

(哈尔滨理工大学 电气与电子工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘 要: 交流电机的动态分析和运动控制中, 需要根据不同的情况采用不同的坐标变换来分析问题, 因此坐标变换对交流电机的动态分析具有重要的意义. 由于每种坐标变换的变换矩阵系数、形式不同, 为了获得电机常用坐标变换的归一化形式, 依据综合矢量理论基础, 研究四种坐标系与自然坐标系的关系和变化规律, 给出了交流电机动态分析中坐标变换的归一化方程, 便于程序化和模块化, 为交流电机的动态分析和运动控制等问题的研究提供了理论依据.

关键词: 交流电机动态分析; 坐标变换; 归一化方程

中图分类号: TM351 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2683(2014)05-0113-07

Uniform Formula of Reference-frame Transformation under Dynamic Analysis of AC Motor

CHEN Yuan-qi, LIANG Yan-ping

(School of Electrical and Electronic Engineering, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: In the dynamic analysis and motion control of AC motor, specific problems are analyzed by various reference-frame transformations meant to the research of dynamic process according different situations. To obtain the uniform forms of reference-frame transformations in view of the difference of coefficient and form about transformation matrix, the relationship and change regulation between these four reference-frame and natural coordinate is discussed and the uniform formula of reference-frame transformations is deducted based on the fundamental concept of synthetic vectors for convenience to program and modularize. The theory evidence for the researching problems about dynamic analysis and motion control of ac motor is provided.

Key words: dynamic analysis of AC motor; reference-frame transformation; uniform formula

0 引 言

交流电机的数学模型通常是非线性、强耦合的微分方程, 对大型发电机还常常出现磁路不对称等特点, 给电机的设计、运行分析等问题带来很多困难. 为了简化电机的数学模型, 在交流电机动态性能

分析中, 常常利用坐标变换将非线性变系数微分方程变换为线性常系数微分方程, 或者通过坐标变换建立集总参数表述的状态方程组. 特别是随着电力电子技术的进步, 交流电机的运动控制系统应用的越来越广泛, 为了使交流运动控制系统的调速性能与直流调速性能相媲美, 坐标变换更是重要的技术手段^[1-2]. 上世纪 20 年代, Park 为了消除同步电机

收稿日期: 2014-05-12

基金项目: 国家科技支撑计划项目(2012BAF03B01).

作者简介: 陈元琦(1990—), 男, 硕士研究生, E-mail: 358486411@qq.com;

梁艳萍(1963—), 女, 博士, 教授, 博士研究生导师.

数学模型中的时变电感,利用转子参考坐标系上的物理量等效代替定子绕组的物理量,初步形成了电机坐标变换理论.1965年,Krause将定子绕组的变量同时变换到以任意速度旋转的参考坐标系中,建立了无时变电感的感应电机模型^[4-8].受此影响,Blaschke提出了交流电机矢量控制理论,引起了交流调速的巨大变革.

目前,在对交流电机进行动态分析方面应用最多的是dq0、 $\alpha\beta 0$ 、120和fb0四种坐标变换,但是这四种坐标系与自然坐标系ABC间的变换矩阵系数和形式不同^[9-13].为了获得坐标系间的归一化方程,探讨了这四种坐标系与自然坐标系之间的关系,并给出了它们与自然坐标系间的归一化方程.

1 常用坐标系

坐标变换的本质就是利用数学方法建立各种物理量在不同坐标系下的联系,而如何确定每种坐标系的变换系数是实现坐标变换的关键.交流电机动态分析中常用的四种坐标系可以分为:实数、复数、旋转和静止坐标系.以三相电流为例,研究这四种坐标系和自然坐标系间的关系.各坐标系相互变换等效的原则是:

- 1) 变换前后合成磁势保持不变;
- 2) 变换前后功率分可变量和不可变两种情况.

1.1 综合矢量

为了深入讨论变换系数的定义和各坐标系间的相互转化关系,首先引入综合矢量的概念^[16-18].在三相系统中,综合矢量有如下定义:变量 x_1 、 x_2 和 x_3 为3个矢量的模,它们的方向分别在三相绕组的轴线上,当变量为正时,其方向和各自的轴线方向一致;当变量为负时,则相反.确定矢量方向后,把这3个矢量相加并取其合成矢量的 $2/3$ 倍(对于 m 相系统来说,则取综合矢量的 $2/m$ 倍),该矢量便是综合矢量,如图1所示.

从图1中可知,综合矢量为

$$I = \frac{2}{3} (i_A A + i_B B + i_C C) \quad (1)$$

其中: A 、 B 、 C 分别为轴线 A 、 B 、 C 上的单位矢量; i_A 、 i_B 、 i_C 为三相电流,其中 $\frac{2}{3}i_A A$ 、 $\frac{2}{3}i_B B$ 、 $\frac{2}{3}i_C C$ 分别为综合矢量 I 在 A 、 B 、 C 轴上的分量,即

$$I = \frac{2}{3} [i_A + i_B e^{j120^\circ} + i_C e^{j240^\circ}] \quad (2)$$

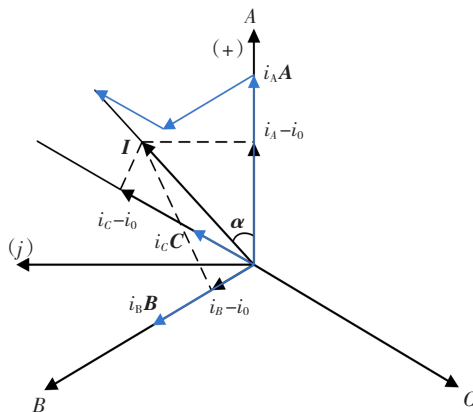


图1 综合矢量

则综合矢量 I 的大小为:

$$\begin{aligned} |I| &= \frac{2}{3} \sqrt{\left(i_A - \frac{1}{2}i_B - \frac{1}{2}i_C\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}i_B - \frac{\sqrt{3}}{2}i_C\right)^2} = \\ &= \sqrt{\frac{2}{3} [(i_A - i_0)^2 + (i_B - i_0)^2 + (i_C - i_0)^2]} = \\ &= \sqrt{\frac{2}{3} (i_A'^2 + i_B'^2 + i_C'^2)} \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $i_0 = \frac{1}{3}(i_A + i_B + i_C)$,综合矢量 I 的方向为:

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{i_A'}{\sqrt{\frac{2}{3} (i_A'^2 + i_B'^2 + i_C'^2)}} \quad (4)$$

其中, $i_A' = i_A - i_0$, $i_B' = i_B - i_0$, $i_C' = i_C - i_0$ 分别为各相电流除去零序电流后的瞬时值.从图1中还可以看出,综合矢量在三相轴线上的投影值为:

$$\begin{aligned} |I| \cos \alpha &= i_A - i_0 \\ |I| \cos \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right) &= i_B - i_0 \\ |I| \cos \left(\alpha + \frac{2\pi}{3} \right) &= i_C - i_0 \end{aligned} \quad (5)$$

从式(5)中可知,各轴线上变量的瞬时值等于综合矢量在各轴线上的投影值再加上该相的零序分量.显然,综合矢量在某一轴线上的投影值和分量值在数值上是不一样的,当坐标轴正交时,综合矢量在该坐标轴上的投影值和分量值在数值上才相同.实际上,每相电流产生磁势的幅值与该相电流大小成比例,因此电流综合矢量的大小也反映了合成磁势的大小.由于坐标轴不同,综合矢量在不同的坐标系中的投影值也不相同,当坐标轴确定后即可得到坐标系间的变换关系.

1.2 dq0 坐标系

dq0是实数旋转坐标系,它与自然坐标系ABC

之间的变换是三相静止坐标与两相旋转坐标的变换^[18-21]. 该坐标系的坐标轴在转子上, 以速度 ω 旋转, 若转子为凸极, 则直轴 d 与凸极中心轴线重合, 该轴与三相坐标系中的 A 轴的夹角为 θ , 交轴 q 超前直轴 d 90° 电角度, 如图 2 所示.

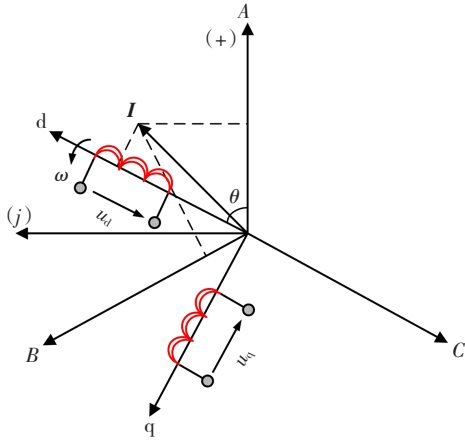


图 2 dq0 坐标

从图 2 中可以看出, 由于 dq 坐标轴是正交的, 因而综合矢量 I 在这两轴线上的分量值和投影值在数值上是一致的. 用 i_d, i_q 分别表示 i_A, i_B, i_C 分量, 并且考虑到零轴分量, 则有

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

即

$$i_{A,B,C} = C_{dq0 \rightarrow ABC} i_{d,q,0} \quad (7)$$

$$C_{dq0 \rightarrow ABC} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中, $C_{dq0 \rightarrow ABC}$ 为 $dq0$ 坐标系到自然坐标系 ABC 的变换矩阵. 反过来, 若用这三个分量表示 i_d, i_q 则有

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin\theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (9)$$

即

$$i_{d,q,0} = C_{ABC \rightarrow dq0} i_{A,B,C} \quad (10)$$

其中,

$$C_{ABC \rightarrow dq0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin\theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

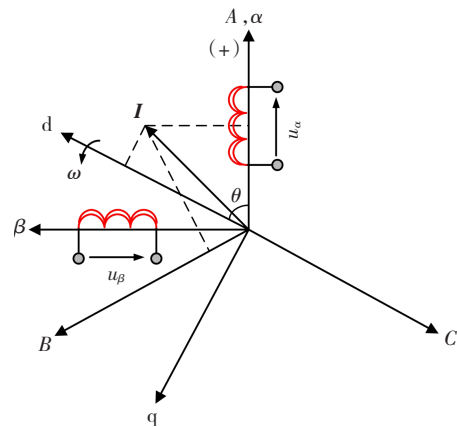
显然, $C_{dq0 \rightarrow ABC}$ 与 $C_{ABC \rightarrow dq0}$ 为互逆矩阵. 式(6) ~ (13) 中, $\theta = \omega t + \theta_0$, ω 为转子的角速度. 不难看出, $C_{ABC \rightarrow dq0}^{-1} \neq C_{ABC \rightarrow dq0}^T$, 即不满足功率相等变换^[9-21], 若考虑功率不变则式(8)和(11)可写成:

$$P_{dq0 \rightarrow ABC} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$P_{ABC \rightarrow dq0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin\theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (13)$$

1.3 $\alpha\beta 0$ 坐标系

坐标轴在定子上, α 轴和 A 轴重合, β 轴超前于 α 轴 90° 电角度的坐标系称为 $\alpha\beta 0$ 坐标系, 如图 3 所示.

图 3 $\alpha\beta 0$ 坐标

该坐标系是实数静止坐标系, 当 $\theta = 0$ 时 $dq0$ 坐标则为 $\alpha\beta 0$ 坐标. 从图 3 中可以看出, 由于 $\alpha\beta$ 坐标轴正交, 因而综合矢量在这两轴线上的分量值和投影值在数值上是一致的. $\alpha\beta 0$ 坐标系与自然坐标系

ABC 间的关系为

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

即

$$i_{A,B,C} = C_{\alpha\beta 0 \rightarrow ABC} i_{\alpha,\beta,0} \quad (15)$$

其中,

$$C_{\alpha\beta 0 \rightarrow ABC} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

同理,若用综合矢量在 A、B、C 轴上的三个分量表示 i_α 、 i_β , 则有

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (17)$$

即

$$i_{\alpha,\beta,0} = C_{ABC \rightarrow \alpha\beta 0} i_{A,B,C} \quad (18)$$

其中,

$$C_{ABC \rightarrow \alpha\beta 0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (19)$$

显然, $C_{\alpha\beta 0 \rightarrow ABC}$ 与 $C_{ABC \rightarrow \alpha\beta 0}$ 为互逆矩阵, 若考虑功率不变则有

$$P_{\alpha\beta 0 \rightarrow ABC} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$P_{ABC \rightarrow \alpha\beta 0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (21)$$

1.4 fb0 坐标系

dq0 坐标的轴线在转子上, fb0 坐标的轴线也在转子上, 前者是实数坐标而后者是复数坐标. 令 d 轴为实轴, q 轴为虚轴, 以综合矢量 I 的一半为 $i_f F$ 变量, 取 $i_B B$ 为 $i_f F$ 的共轭复数, 其中 F 、 B 为沿 f 、 b 两轴线方向上的单位矢量, fb0 坐标系与自然坐标系之间的关系如图 4 所示.

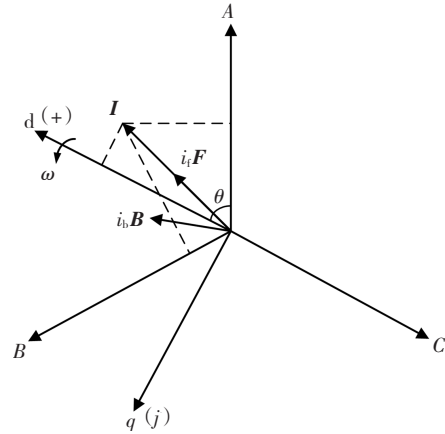


图4 fb0 坐标

从图 4 中可知, 由于 fb0 坐标轴不是正交的, 因而综合矢量在这两轴上的分量值和投影值在数值上是不一致的. fb0 与 ABC 之间的关系如下所示.

$$\begin{bmatrix} i_f \\ i_B \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} e^{-j\theta} & ae^{-j\theta} & a^2 e^{-j\theta} \\ e^{j\theta} & a^2 e^{j\theta} & ae^{j\theta} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (22)$$

其中, 变换矩阵为

$$C_{ABC \rightarrow fb0} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} e^{-j\theta} & ae^{-j\theta} & a^2 e^{-j\theta} \\ e^{j\theta} & a^2 e^{j\theta} & ae^{j\theta} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

同理, 从 fb0 到 ABC 的坐标变换为

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j\theta} & e^{-j\theta} & 1 \\ a^2 e^{j\theta} & ae^{-j\theta} & 1 \\ ae^{j\theta} & a^2 e^{-j\theta} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_b \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

变换矩阵为

$$C_{fb0 \rightarrow ABC} = \begin{bmatrix} e^{j\theta} & e^{-j\theta} & 1 \\ a^2 e^{j\theta} & ae^{-j\theta} & 1 \\ ae^{j\theta} & a^2 e^{-j\theta} & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

其中, $e^{j\theta}$ 为一个旋转因子, 式(23)和(25)为功率可变换, 若使其为功率不变变换则有

$$P_{ABC \rightarrow fb0} = \sqrt{\frac{1}{3}} \begin{bmatrix} e^{-j\theta} & ae^{-j\theta} & a^2 e^{-j\theta} \\ e^{j\theta} & a^2 e^{j\theta} & ae^{j\theta} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$P_{fb0 \rightarrow ABC} = \sqrt{\frac{1}{3}} \begin{bmatrix} e^{j\theta} & e^{-j\theta} & 1 \\ a^2 e^{j\theta} & a e^{-j\theta} & 1 \\ a e^{j\theta} & a^2 e^{-j\theta} & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

1.5 120 坐标系

120 坐标是复数静止坐标, 令 α 轴为实轴, β 轴为虚轴, 取 $i_1 M$ 为综合矢量 I 的一半, $i_2 N$ 为 $i_1 M$ 的共轭复数, 其中 M, N 分别为 i_1, i_2 轴线上的单位矢量, 如图 5 所示。

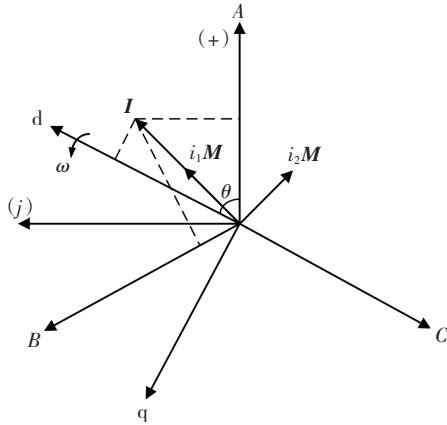


图 5 120 坐标

从图 5 中可知, 由于 $i_1 M$ 为综合矢量 I 的一半, 则 120 坐标系和自然坐标系 ABC 之间的关系为

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

其中,

$$C_{120 \rightarrow ABC} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

反过来, 从 ABC 坐标系变换到 120 坐标系, 则有

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (30)$$

相应的变换矩阵为

$$C_{ABC \rightarrow 120} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

其中 $a = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$ 为复数算子, 若是功率不变变换则有

$$P_{120 \rightarrow ABC} = \sqrt{\frac{1}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

2 各坐标系间的关系及归一化方程

2.1 四种坐标系间的关系

交流电机动态分析中常用的四种坐标系和自然坐标系的关系如图 6 所示。

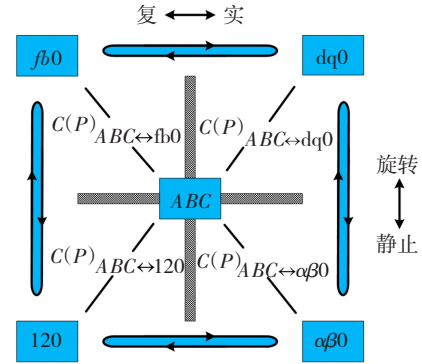


图 6 坐标系间的变换关系

从图 6 中可以看出, 四种坐标的变换是旋转坐标和静止坐标、复数坐标和实数坐标的变换. $dq0$ 坐标和 $\alpha\beta0$ 坐标的变换属于实数域的变换; $fb0$ 坐标和 120 坐标的变换则是复数域的变换. 实数域的变换为正交旋转变换, 而复数域的变换为共轭旋转变换. 静止坐标到旋转坐标的变换为:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} i_f \\ i_b \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\theta} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

反过来, 从旋转坐标到静止坐标的变换为

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j\theta} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_b \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

复数坐标到实数坐标的变换为:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -j & j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -j & j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_b \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

反过来,从实数坐标到复数坐标的变换则有

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j & 0 \\ 1 & -j & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$\begin{bmatrix} i_f \\ i_b \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j & 0 \\ 1 & -j & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

综上可知,静止坐标系和旋转坐标系之间的变换矩阵中含有因子 $\sin\theta$ 和 $\cos\theta$,实数和复数的变换矩阵中含有时变因子 $e^{j\theta}$ 和 $e^{-j\theta}$.

2.2 归一化方程

结合式(34)~(41),四种坐标系和自然坐标系的关系可用一个归一化方程表达,即

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -j & j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^K \begin{bmatrix} i_m \\ i_n \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

自然坐标系到四种坐标系的变换则为

$$\begin{bmatrix} i_m \\ i_n \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & j & 0 \\ 1 & -j & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}^K \times \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin\theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (43)$$

式为(42)和(43)功率可变变换,若使其功率不变则可表示为:

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -j\frac{1}{\sqrt{2}} & j\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^K \begin{bmatrix} i_m \\ i_n \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$\begin{bmatrix} i_m \\ i_n \\ i_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & j\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -j\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin\theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (45)$$

其中,系数 θ 、 K 不同的取值反映了不同的坐标变换, m 、 n 则代表了不同的坐标变换的符号,具体的关系如表1所示.

表1 四种坐标与自然坐标的转换关系

坐标变换	系数			
	θ	K	m	n
$dq0 \Leftrightarrow ABC$	$\theta \neq 0$	$K = 0$	$m = d$	$n = q$
$\alpha\beta 0 \Leftrightarrow ABC$	$\theta = 0$	$K = 0$	$m = \alpha$	$n = \beta$
$f\beta 0 \Leftrightarrow ABC$	$\theta \neq 0$	$K = 1$	$m = f$	$n = b$
$120 \Leftrightarrow ABC$	$\theta = 0$	$K = 1$	$m = 1$	$n = 2$

3 结 语

本文以综合矢量为基础,分析了交流电机动态分析中常用的4种坐标系与自然坐标系间的变换关系,研究了坐标系之间的变化规律,建立了常用的四种坐标系与自然坐标系间的归一化方程,该方程物理意义清晰,表达形式简洁,便于程序化和模块化,为交流电机的动态分析和运动控制等问题的研究提供了理论依据.

参 考 文 献:

- [1] 吴元元,邓智泉,王晓琳,等.基于正交坐标变换的永磁无刷直流电机转速估计方法[J].中国电机工程学报,2012,32(6):145-149.
- [2] 安国庆,朱智清,刘教民,等.利用逆同步速坐标变换检测感应电机定子故障[J].电机与控制学报,2012,16(7):17-21.
- [3] KRAUSE P C. Analysis of Electric Machine [M]. New York: Mc

- Graw-Hill Book Company, 1986: 133 – 161.
- [4] 屈宁, 姚守献. 电机工程中的坐标变换 [J]. 哈尔滨电工学院学报, 1995, 18(3): 291 – 297.
- [5] LEE R J, PILLAY D, HARLEY R G. Reference Frame for The Simulation of Induction Motor [J]. Elect Power Sys Research, 1984(8): 233 – 242.
- [6] 田铭兴, 励庆孚, 王曙鸿. 交流电机坐标变换理论的研究 [J]. 西安交通大学学报, 2002, 36(6): 568 – 572.
- [7] 蔡骏, 邓智泉. 基于相电感综合矢量法的开关磁阻电机初始位置估计 [J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(12): 145 – 151.
- [8] 刘剑, 杨贵杰, 高宏伟, 等. 双三相永磁同步发电机的矢量控制与数字实现 [J]. 电机与控制学报, 2013, 17(4): 50 – 57.
- [9] PELLEGRINO G, BOJOI R, GUGLIELMI P. Unified Direct – flux Vector Control for AC Motor Drives [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2011, 47(5): 2093 – 2102.
- [10] TICHIT P H, BUROKUR S N, WU X, et al. Application of Co-ordinate Transformation for Novel Antenna Design Techniques [C] // 2012 European Conference on Antennas and Propagation, 2012: 1711 – 1715.
- [11] 衣晓, 何友, 关欣. 一种新的坐标变换方法 [J]. 武汉大学学报, 2006, 31(3): 237 – 239.
- [12] 张华强, 王新生, 魏鹏飞, 等. 基于空间矢量调制的直接转矩控制算法研究 [J]. 电机与控制学报, 2012, 16(6): 13 – 18.
- [13] 王晶鑫, 姜建国. 矩阵变换器驱动感应电机转矩和转子磁链控制 [J]. 电机与控制学报, 2010, 14(7): 59 – 65.
- [14] 王松, 谈龙成, 李耀华, 等. 两相坐标系下链式 STATCOM 电流跟踪策略 [J]. 电机与控制学报, 2014, 18(1): 19 – 25.
- [15] 王德成, 林辉. 一种基于支持向量机的矢量控制方法及应用 [J]. 电机与控制学报, 2012, 16(5): 52 – 56.
- [16] 陶兴华, 李永东, 孙敏. 一种基于同步旋转坐标变换的单相锁相环新算法 [J]. 电工技术学报, 2012, 27(6): 147 – 152.
- [17] 唐酿, 肖湘宁, 盛超等. 矩阵变换器新型间接空间矢量调制算法 [J]. 电工技术学报, 2013, 28(2): 262 – 269.
- [18] 宋文胜, 冯晓云, 谢望玉. 单相三电平整流器 d – q 坐标系下的控制与 SVPWM 方法 [J]. 电机与控制学报, 2012, 16(4): 56 – 63.
- [19] 刘锦波, 陈永校. 电机统一理论中功率不变的坐标变换系统 [J]. 浙江大学学报, 1999, 33(6): 679 – 686.
- [20] 张永德, 姜金刚, 唐伟, 等. 基于遗传算法的直角坐标式排牙机器人路径规划 [J]. 哈尔滨理工大学学报, 2013, 18(1): 22 – 26.
- [21] 高景德, 王祥珩, 李发海. 交流电机及其系统的分析 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 318 – 327.

(编辑: 关 毅)

(上接第 112 页)

- [1] 陈涛, 杨晨晖, 青波. 基于投影和固有特征结合的车牌字符分割方法 [J]. 计算机技术与发展, 2009, 19(5): 45 – 47.
- [2] 王江晴, 曹卫. 基于极大阈值和曲线拟合的垂直投影汉字切分 [J]. 中南民族大学学报: 自然科学版, 2011, 30(4): 83 – 85.
- [3] 焦蓬蓬, 郭依正. 一种基于数学形态学的车牌定位与分割方法 [J]. 自动化技术与应用, 2013, 32(6): 57 – 59.
- [4] WANG J, JEAN J. Segmentation of Merged Characters by Neural Networks and Shortest Path [J]. Pattern Recognition, 1994, 27(5): 649 – 658.
- [5] 杨武夷, 张树武. 一种视频中字符的集成型切分与识别算法 [J]. 自动化学报, 2010, 36(10): 1468 – 1476.
- [6] 吴锐, 尹芳, 唐降龙等. 模糊逻辑和谱聚类的字符图像分割 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2010, 42(2): 268 – 276.
- [7] 尹芳, 陈德运, 吴锐. 改进的谱聚类图像分割方法 [J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(21): 185 – 187.
- [8] 尹芳, 吴锐, 陈德运, 于晓洋. 基于谱聚类的改进的文本图像分割方法 [J]. 高技术通讯, 2013, 23(10): 1024 – 1029.
- [9] 张振绘, 刘赛. 女书文字切分算法的设计与实现 [J]. 中国科技信息, 2010, 12: 119 – 120.
- [10] 李佐, 王妹华, 蔡士杰. 一种基于前端预测识别的粘连字符分割方法 [J]. 计算机研究与发展, 2001, 38(11): 1337 – 1344.
- [11] LU Yi. Machine Printed Character Segmentation: an Overview [J]. Pattern Recognition, 1995, 28(1): 67 – 80.
- [12] 刘阳兴. 基于折线切分路径的粘连搭接字符切分算法的研究 [J]. 计算机应用研究, 2001, 28(10): 3998 – 4000.
- [13] 于明, 郭金, 王栋壮, 等. 改进的基于连通域的版面分割方法 [J]. 计算机工程与应用, 2013, 49(17): 195 – 198.
- [14] 刘渝, 张彦铎, 鲁统伟. OCR 中一种基于最小一乘法的连通域去噪方法 [J]. 武汉工程大学学报, 2011, 33(1): 84 – 87.
- [15] 王渊, 付勇, 盛翊智. 复杂图像中基于综合特征的车牌定位方法 [J]. 自动化技术与应用, 2006, 25(6): 54 – 56.
- [16] 孟庆远, 白艳萍, 胡红萍. 基于字符连通域特征的车牌汉字字符识别技术 [J]. 测试技术学报, 2011, 25(1): 87 – 92.
- [17] 谢宜壮, 谭许彬, 陈禾. 一种新的连通域标记算法 [J]. 北京理工大学学报, 2012, 32(12): 1273 – 1278.
- [18] 梁成. 基于像素二值化法的连通域标记 [J]. 计算机与数字工程, 2013, 41(5): 823 – 826.

(编辑: 关 毅)