

气动声学相似理论与试验研究

上海交通大学 顾大伟 钟芳源

摘 要

本文研究了气动声学的一般性相似原理,为气动声学的模型实验研究方法建立理论基础。由此得到了四个关于气动声场相似的相似准则数,导出了适合于流动分析的相似条件。对非定常流动中所产生的脉动力谱进行的相似分析,证实当气动力学完全相似时,以Strouhal数作为无量纲频率参数的脉动力谱函数也完全相似,此时,在几何相似点上测得的声谱在以St数作为频率坐标的频谱图上完全相同。风扇噪声的试验证实了气动声学的相似律。

一、引 言

近二十年来,航空发动机的声学设计问题正受到航空工业技术界的日益关注。当代先进航机是气动设计、气动弹性力学设计和气动声学设计三者联合研制的产物。但现有的气动声学设计方法尚未成熟,多靠实机试验验证。如果在航机设计初期获取模型发动机的声学性能,以预测实机的声学性能,那将大大有助于声学设计。这就需要对气动声学的相似律加以详细地研究。目前发表的研究工作偏重于个别试验的结果分析^[1],以及根据量纲分析法通过实验结果归纳出有关关系式^{[2][3]}。在气动声学的相似和模化中尚缺少系统的理论工作。本文试图为气动声学的模型实验研究方法建立理论基础。

气动噪声有三个最基本来源:(1)脉动质量流动导致单极子效应而产生的声辐射;(2)受到脉动力作用的流体将产生偶极子效应而导致的声辐射,这是风扇的主要噪声源;(3)流体中脉动应力产生的四极子效应而导致的声辐射,而该脉动应力一般来源于大速度梯度下的粘性紊流应力。因此研究这些最基本声源的特性将有助于对复杂现象的理解和研究。

本文的基本出发点是试图分析基本气动声源的机理,在此基础上证明气动声学现象相似的可行性,同时找出气动声学相似所应满足的相似准则数;其次,针对航空发动机风扇的特点,分析其气动力学相似条件和气动声学相似条件之间的关系;最后给出相似性试验结果。本文的讨论限于线性声学的范畴。对声源的基本假定是认为声源均是声学紧凑的(即声源域尺度 $l \ll \lambda/2\pi$),其辐射环境是自由场;所有的讨论都是在远场的概念下进行的。值得指出的是,本文中的声学相似定义于时间集平均概念下的声频谱相似。

二、气动声学相似律

1. 脉动质量源的声场相似 如果流动流体内存在质量流动脉动,且质量源脉动区域从声学意义上是紧凑的,令 q_0 为单位体积质量脉动量, ρ 为流体密度的脉动量, c 为声速,根据流体运动的基本规律可导出其声学方程为:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_x^2} = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \frac{\partial q_0(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (1)$$

根据相似分析^[4] 可得两个相似准物数如下:

$$\Pi_1 = l/(CT), \quad \Pi_2 = \rho_0/(\bar{q}_0 T) \quad (2)$$

其中 T 为质量流脉动周期, $\bar{q}_0$ 是 q_0 的均方根值。若引入主流流动速率 U , 脉动质量源的均方根流量 $\bar{q}$ 和无量纲流率比 $\hat{q}$, 则式(2)可写成:

$$\Pi_1 = \frac{U}{c} \cdot \frac{l f}{U} = Ma \cdot S_t, \quad \Pi_2 = \frac{\rho_0 U l^2}{\bar{q}} \cdot \frac{l f}{U} = \frac{1}{\hat{q}} \cdot S_t \quad (3)$$

由远场紧凑脉动质量声源的脉射特性可知^[5], 其声功率输出有如下关系:

$$\bar{W} = k_1 \cdot M_a \cdot S_t^2 \cdot \hat{q}^2 \quad (4)$$

式中 $\bar{W} = W/(\rho_0 U^{2l^3})$ 为无量纲声功率, k_1 为常数, Ma 为主流马赫数。

由此, 只要 Ma , S_t 和 $\hat{q}$ 相等, 则在时间集平均概念下声场和声功率都可以精确地相似。

取 l 为声源的源域尺度, 则相似准则数 Π_1 意味着源域的线性尺度与波长之比。若 $c = c'$, f 为源的脉动频率, 这时原型与模型间保持相似的关系式为:

$$f'/f = l/l' \quad (5)$$

即 f 与 l 需满足反比关系。事实上这个结论对脉动力源和脉动应力源都是相同的。

如取 ρ_0 为静止介质的密度, 且 $\rho_0 = \rho'_0$, 则由 Π_2 的准则关系式及式(5)可得。

$$q'/q = (l'/l)^2 \quad (6)$$

式(6)说明为了满足气动声学相似, q (即源强度) 与 l 应保持平方正比的关系。

值得指出的是, 在相似试验时, 测量点的距离也应满足几何相似的关系。

2. 脉动力源的声场相似 若流体存在声学紧凑的分布力源 F_i (单位体积上的脉动力), 则可给出声学方程如下:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = -\delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \frac{\partial F_i(\vec{r}, t)}{\partial x_i} \quad (7)$$

令 $\bar{F}_i$ 为单位体积上脉动力 F_i 的均方根值, 可得到两个关于脉动力声场相似的准则数:

$$\Pi_1 = l/(cT), \quad \Pi_3 = l\rho_0/(\bar{F}_i T^2) \quad (8)$$

引入 $F = \bar{F}_i l^3$, $\hat{F}$ 是无量纲脉动力, 上式可改写成:

$$\Pi_1 = \frac{U}{c} \cdot \frac{l f}{U} = Ma \cdot S_t, \quad \Pi_3 = \frac{\rho_0 U^{2l^2}}{F} \left(\frac{l f}{U} \right)^2 = \frac{1}{\hat{F}} \cdot S_t^2 \quad (9)$$

令 k_2 为常数, 则脉动力源的声功率的相似关系可给出如下^[5]:

$$\bar{W} = k_2 \cdot M_a^3 \cdot S_t^2 \cdot \hat{F}^2 \quad (10)$$

因此, 关于脉动力源, 为了保证模型与原型的声场相似, 必须保持 Ma 、 S_t 和 $\hat{F}$ 相等。

当 $\rho_0 = \rho'_0$ 时, 力源强度 F 与源域尺度 l 应成平方正比关系:

$$F'/F = (l'/l)^2 \quad (11)$$

可以用风扇的声辐射过程对上述关系式作一简单说明。如图 1 所示, 风扇噪声源可简化成点力源, 若不考虑固体边界的影响, 则其辐射条件便是自由

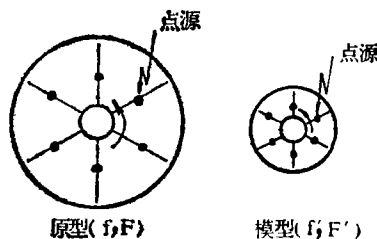


图 1 风扇声学相似的说明 (尺度比 $l/l' = 2$)

场环境了。若原型风扇与模型风扇的几何尺度比为 2, 在主流马赫数 Ma 相等的前提下, 根据式(5), 模型上的点力源脉动频率应为 $f' = 2f$; 点力源强度 $F' = F/4$, 才能确保原型风扇与模型风扇的声学性能相似。

3. 脉动应力源的声场相似 流体中的脉动应力源主要是流体的湍流应力, 对于运动流体中的湍流流动声辐射过程, 可通过经典的 Lighthill 方程予以描述:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (12)$$

式中 T_{ij} 是湍流流动中的张量脉动应力源强度。

如取特征应力为均方根湍流应力 σ , 则脉动湍流应力源的两个相似准则可给出如下:

$$\Pi_1 = 1/(cT) \quad (13)$$

$$\Pi_4 = \rho_0 l^2 / (\sigma T^2)$$

可以注意到 Π_1 和 Π_2 可变换成如下形式:

$$\Pi_1 = \frac{U}{c} \frac{lf}{U} = Ma \cdot St \quad \Pi_4 = \frac{\rho_0 U^2}{\sigma} \left(\frac{fl}{U} \right)^2 = \frac{1}{\hat{\sigma}} \cdot St^2 \quad (14)$$

式中 $\hat{\sigma}$ 是无量纲脉动应力源强度。其声功率相似关系为^[5]

$$\bar{W} = k_3 \cdot St^4 \cdot Ma^5 \cdot \hat{\sigma}^2 \quad (15)$$

由此可见, 脉动应力源的声辐射相似要求 Ma 、 St 和 $\hat{\sigma}$ 在模型和原型间保持相同数值。

当 $\rho_0 = \rho_0'$ 时, 其源强度关系为:

$$\sigma' / \sigma = 1 \quad (16)$$

4. 一般气动声场的相似问题 对于一般的实际气动声学问题, 其声源通常是由各种声源的连续分布组合而成, 但如果将整个声源域离散成许多小声源域, 且每个小声源均是声学紧凑的, 则整个声源域可以认为是众多的脉动质量源、脉动力源、以及脉动应力源的离散分布组合而成。现有的气动声学分析大都采用这种思想。

若考虑到线性声学的可叠加性, 则当流场中存在有许多不同类型的基本声源时, 可以采用声源叠加的方法来进行分析处理。用数学形式可表示如下:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = \sum_1^{n_1} \frac{\partial q_0}{\partial t} - \sum_1^{n_2} \frac{\partial F_i}{\partial x_i} + \sum_1^{n_3} \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (17)$$

可以证明, 当原型与模型间每个相应的紧凑声源均满足前述的与自身有关的相似准则数时, 这种一般气动声场的相似仍是可行的, 在模型与原型间仍可建立其声学相似关系。

三、非定常流动中脉动力谱的相似分析与声学相似的关系

众所周知, 航空发动机中噪声的主要流体动力性声源是作用于固体边界壁面上的非定常脉动力。由式(9)、(10)可知, 当只考虑脉动力声辐射问题时, 在模型与原型间除了应使流动的马赫数相等外, 还应使以 St 数为频率参数的脉动力 F 满足欧拉数相等的关系, 即:

$$Eu = \frac{F(St)}{(1/2)\rho_0 U^2 l^2} = \frac{F'(St')}{(1/2)\rho_0' U'^2 l'^2}, \quad (St = St', Ma = Ma') \quad (18)$$

上述分析针对的是频率为 f 的单频脉动力 F 。在一般气动声学问题中, F 由各种频率成分组成, 则需求一般非定常流动下频率相对应的脉动力谱强度间的关系。

根据流体动力学相似原则, 当 Re 数、 Ma 数、 St 数、以及比热比 k 等其它有关相似准则数

相等时, 两个几何相似流动系统中的非定常粘性流动相似。此时, 系统中对应点上的非定常作用力 $\tilde{F}$ 的无量纲参数相等, 即 $\tilde{F}/F_0 = \tilde{F}'/F'_0$; 其中 F_0 和 F'_0 为特征作用力。如取特征作用力为动压, 则可得相似数 Eu 准则在几何的、时间的对应点上相等的关系如下:

$$Eu = \frac{\tilde{F}(t/t_0)}{(1/2)\rho_0 U^2 l^2} = \frac{\tilde{F}'(t'/t'_0)}{(1/2)\rho'_0 U'^2 l'^2}, \quad (t/t_0 = t'/t'_0) \quad (19)$$

对上式在等式两边求关于 t 的 Fourier 变换可得^[6]:

$$\frac{F(\omega t_0)}{(1/2)\rho_0 U^2 l^2} = \frac{F'(\omega' t'_0)}{(1/2)\rho'_0 U'^2 l'^2}, \quad (\omega t_0 = \omega' t'_0) \quad (20)$$

式中 ω 和 ω' 是原型和模型的力脉动角频率, F 和 F' 是 $\tilde{F}$ 和 $\tilde{F}'$ 的 Fourier 变换。

若取特征时间 $t_0 = 1/(2\pi U)$, 则

$$\frac{F(St)}{(1/2)\rho_0 U^2 l^2} = \frac{F'(St')}{(1/2)\rho'_0 U'^2 l'^2}, \quad (St = St') \quad (21)$$

上式意味着, 当气动力学完全相似时, 对应于每个以 St 数所表示的频率成分下的脉动力分量, 在原型和模型之间都符合 Euler 准则。式(21)的力谱关系与式(18)的单频力关系之比较可知, 如果气动力学关系满足完全相似的条件, 则流体动力所诱发的声场关系也满足完全相似的条件。这时, 在几何相似点上测得的以 St 数表示的声谱将完全相似。

实际的模化研究中, Re 数与 Ma 数的关系难以同时满足。由于无量纲声功率直接与 Ma 数成三次方关系, 因此从气动声学角度, 即使是低马赫数流动也不可忽略 Ma 数的效应, 因而气动声学相似律要求严格地保证 Ma 数相等。

Re 数对声辐射的影响隐含于非定常力 F 的确定中。 Re 数的影响与其大小有关。绕静止圆柱体和旋转圆柱体的旋涡流动所导致的非定常脉动升力均方根值的升力系数与 Re 数之间的关系, 在六、七十年代都曾进行过大量的试验研究。文献[7,8]的典型数据(图2, 3)表明, 存在界限雷诺数 Re_c , 当 $Re > Re_c$ 后, 脉动升力均方根值的升力系数以及声强系数均与 Re 数无关。换言之, 这时忽略 Re 数对非定常气动力学相似关系以及气动声学相似关系不会产生重大的影响。

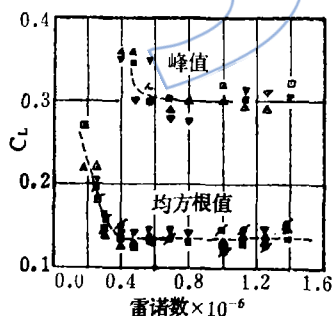


图2 静止圆柱旋涡流动导致的脉动升力系数 C_L 与 Re 数的关系^[7]

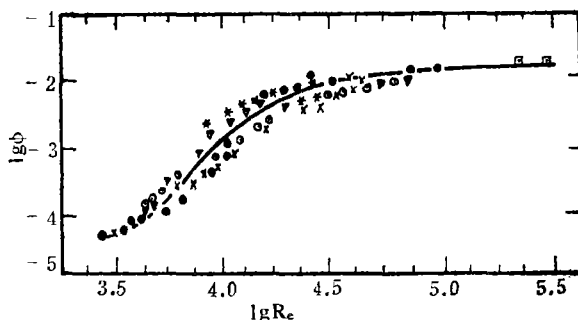


图3 旋转圆柱吹风试验时声强系数 ϕ 与 Re 数的关系^[8]

四、试验结果

在两个几何相似的低速风扇系统上, 进行了气动声学相似性试验。原型风扇的叶轮直径为 $D = 1000\text{mm}$, 转速为 940rpm ; 模型风扇的叶轮直径 $D' = 592\text{mm}$, 转速为 1590rpm ; 传声

器位于离叶轮进口中心 $l_m/D = 1.7$ 处。图 4 给出了中心线 45° 方向的窄频声谱比较；图 5 是 1/3 倍频程的声谱比较；图 6 则为叶片通过频率 (BPF) 以及 2 次谐波的方向性图谱比较。结果表明，谐波谱和 1/3 倍频程图谱以及方向性图谱在原型风扇和模型风扇之间符合的极好，这证实了前述气动声学相似理论的结果。从图 4 的窄频分析可以看到，原型风扇的宽频分量略大于模型的宽频分量。导致宽频相似不符合的原因来自多方面因素，其中包括进气湍流（即进气条件）的不相似；风扇驱动电机噪声的影响；以及加工风扇时形成的某些几何不相似性的影响等。

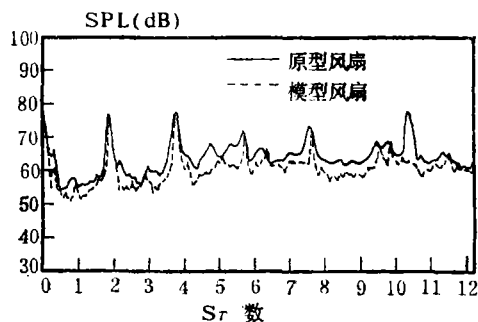
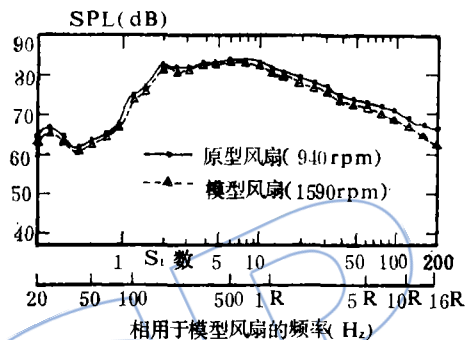
图 4 原型风扇与模型风扇的远场声谱, (45° 方向)

图 5 原型风扇与模型风扇的 1/3 倍频程比较

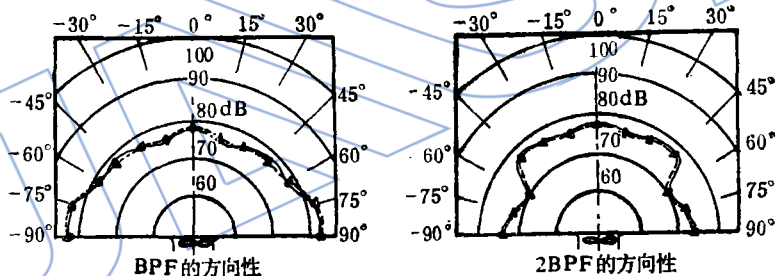


图 6 原型风扇与模型风扇的噪声谐波方向性比较, —●—原型风扇 (940 rpm); --△--模型风扇 (1590 rpm)

五、结 论

本文对气动声学现象的相似问题进行了探讨，为航空发动机的声学模化试验建立了理论基础。本文的许多内容可推广应用于众多的声学模型研究中去（如潜艇螺旋桨的空化噪声、直升机的螺旋桨噪声、发动机喷气噪声等）。归纳本文内容可得以下主要结论：

1. 气动声学现象属于相似结构类现象，可以采用模型研究的方法对复杂气动声学问题（如航空发动机噪声）进行实验研究。
2. 对三种基本流体动力性声源得到了四个相似准则数（见表 1）。且导出了适合于流动分析的准则数形式，它们是：主流的流动 Ma 数；声源的非定常特性准则 St 数；以及与声源类型有关的声源强度准则 ($\hat{q} \hat{F}$ 或 $\hat{\sigma}$)。

表 1 基本气动声学现象的相似准则及相似关系一览表

声 源 类 型	脉 动 质 量 源	脉 动 力 源	脉 动 应 力 源
一般形式的相似准则	$\Pi_1 = 1/cT$ $\Pi_2 = \rho_0 l^3 / qT$	$\Pi_1 = 1/cT$ $\Pi_2 = \rho_0 l^4 / FT^2$	$\Pi_1 = 1/cT$ $\Pi_4 = \rho_0 l^2 / \sigma T^2$
适合流动分析的相似 准则	$Ma = U/c$ $St = fl/U$ $\hat{q} = q / \rho_0 U l^2$	$Ma = U/c$ $St = fl/U$ $\hat{F} = F / \rho_0 U^2 l^2$	$Ma = U/c$ $St = fl/U$ $\hat{\sigma} = \sigma / \rho_0 U^2$
原型与模型间 $\rho_0 = \rho_0'$, $c = c'$ 时的简化相似准则	$U'/U = 1$ $f'/f = l/l'$ $q'/q = (l'/l)^2$	$U'/U = 1$ $f'/f = l/l'$ $F'/F = (l'/l)^2$	$U'/U = 1$ $f'/f = l/l'$ $\sigma'/\sigma = 1$
声功率相似关系	$\bar{W} = k_1 \cdot Ma \cdot St^2 \cdot \hat{q}^2$	$\bar{W} = k_2 \cdot Ma^3 \cdot St^2 \cdot \hat{F}$	$\bar{W} = k_3 \cdot Ma^5 \cdot St^4 \cdot \hat{\sigma}^2$

3. 从能量角度推出的声功率相似关系表明, 声功率相似所要求的相似准则与声场相似所要求的相似准则完全一致。声功率的大小与源域尺度的平方成正比。

4. 流动相似系统中, 频域上的脉动力谱应满足关系式(20)。

5. 如果气动力学关系满足完全相似的条件, 则流体动力所诱发的声场关系也满足完全相似的规律。这时, 在几何相似点上所测得的声谱在 St 数作为无量纲频率坐标的频谱图上完全相同。

6. 从气动声学角度考虑, 模化研究时应保持 Ma 数相等; 而当 Re 数进入关于非定常力的自模化区后, 忽略 Re 数并不对气动声学相似律产生明显的影响。

参 考 文 献

- [1] Trebbje, M.J.G., Williams, J., Donnelly, R.D. "Propeller Noise at Model-and Full-Scale", J. Aircraft, Vol.20, (1983), pp.34-41.
- [2] Neise, W., Barsikow, B., "Acoustic Similarity Laws for Fans" Tran. ASME, J. Eng. for Industry, Vol.104, (1982), pp.162-168.
- [3] 顾大伟, "气动声学相似律的研究(现状与设想)", 上海交通大学 课题研究报告(一), 1986.3.
- [4] 顾大伟, 钟芳源, "气动声学相似律的研究" 第二届全国流体弹性学术会议, CSAA-PT-87-007 1987.5.
- [5] Gu Dawei, Zhong Fangyuan, "An Investigation of Similarity Law for Aeroacoustics", The 16th International Conference on Noise Control Engineering, Sept.1987.
- [6] 顾大伟, 钟芳源, "非定常流动中脉动力谱的相似分析" 第二届全国流体弹性学术会议, CSAA-PT-87-006, 1987.5.
- [7] Fung, Y.C., "Fluctuating Lift and Drag Acting on a Cylinder in a Flow at Supercritical Reynolds Numbers", J. Aerospace Sci., Vol.27, (1960), pp.801-814.
- [8] Rimsky-Korsakov, A. V., "Aerodynamic Noise Sources", J. Sound & Vib. Vol. 43, (1975), pp.199-209.

AEROACOUSTIC SIMILARITY PRINCIPLES AND THEIR EXPERIMENTAL INVESTIGATION

Gu Dawei and Zhong Fangyuan

(Shanghai Jiaotong University)

Abstract

The general similarity principles in aeroacoustics are studied so as to provide the theoretical basis for aeroacoustic model experimental investigation of jet engine, fan, compressor, propeller etc. The analysis of the characteristics of fundamental aerodynamic noise sources shows that any aeroacoustic phenomenon is a similitude structure phenomenon. The most important result of the study is the establishment of four similarity criteria of aeroacoustic field which are expressed in a suitable form for flow analysis. For the fundamental aerodynamic noise sources, the similarity criteria are the Mach number of the flow, the Strouhal number of the fluctuating frequency of the aerodynamic noise sources, and the nondimensional source strength ($\hat{q}$ or $\hat{F}$ or $\hat{G}$) relating to the type of the source, respectively.

The main aerodynamic noise sources in turbomachinery are the fluctuating forces of fluid flow acting on the solid surfaces. The analysis of fluctuating force spectra in the unsteady flows both of the model and the prototype indicates that the fluctuating force spectra both of them expressed in Strouhal number are also similar provided their flows are entirely similar. In this case, the overall sound pressure levels and the noise spectra measured at geometrically similar points are completely identical when the noise spectra are represented in Strouhal number. The results of the further research on the effect of Reynolds number show that it is unnecessary to maintain the Reynolds number similarity rule if the Reynolds numbers in full-scale fan and model-scale fan are both greater than 4×10^5 . But in the model test for the purpose of aerodynamic noise research, the strict identity of the blade tip Mach numbers between the model fan and the prototype fan should be ensured even if the flow Mach numbers are very small.

The aeroacoustic similarity principles are demonstrated by the experiments for similarity of noise characteristics between the full-scale and model-scale fans.

AERODYNAMIC DESIGN PROBLEMS OF PROPFAN

Liu Daozhi

(Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics)

Abstract

The development of aerodynamic analytical methods of propfan is reviewed. The aerodynamic design procedures of propfan and the design philosophy of its supercritical airfoil sections are discussed. Some key points for propfan development are indicated.