

盘形锥齿轮的横向振动特性分析

北京航空航天大学 晏砾堂 李其汉

摘 要

本文分析了盘形锥齿轮的横向振动特性,分析指出此种齿轮小端齿槽底横向振动周向拉应力最大,故易在此处首先出现疲劳源。对此种齿轮振动的共振条件提出了新的理论。理论分析和试验实例表明两者结果十分一致。

一、盘形锥齿轮的固有振动

1. 单个齿轮不旋转时的振动 单个盘形锥齿轮与叶轮相似(见图1),具有不旋转盘所有的一切横向振动:节圆振动、节径振动以及具有节圆和节径的复合振动^[1]。此种齿轮最易出现的是节径(扇形)振动。故下面主要分析节径振动。二、三节径扇形振动的节线和最大应力分布曲线如图2(a)、(b)所示。图A和B分别示出振动节线和最大应力线。周边齿槽底振动周向应力最大。

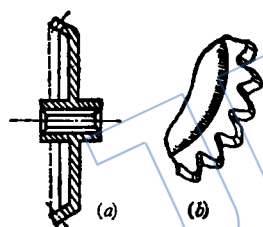


图1 研究的齿轮剖面图和断块形状

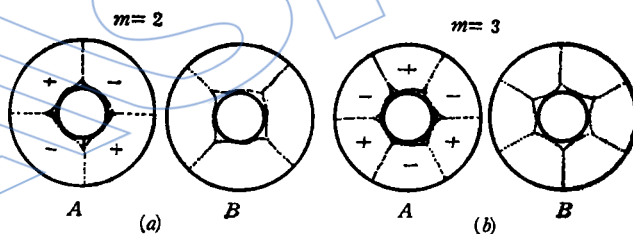


图2 节径型振动节线和最大应力线

齿轮形状不对称于其辐板中央平面,故齿轮两面振动应力大小不同。以二节径振动为例,将齿轮周边展成平面曲线,其中线作余弦或正弦波形的上下振动(图3(a))(周边被拉长,同时 α 和 β 角也作小时大的变化(图3(b))。从而可看出小端齿槽底A的直径要比大端B的直径增长的多,故在小端周边受拉时,周向拉应力要比大端齿槽底的为大。如大小端齿槽底应力集中情况一样的话,显然小端齿槽底易首先出现疲劳裂纹。

齿轮中面振动位移可用下式表示

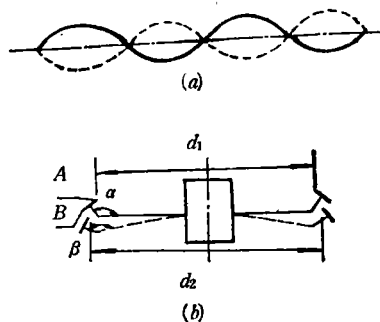


图3 盘形锥齿轮振动时边缘变形示意图

$$x = A(r) \cos m\theta \cos pt \quad (1)$$

式中 $A(r)$ 为振动位移最大的半径处的振幅,它为半径 r 的函数; m 为节径数; θ 为齿轮半径的周向位置角; p 为振动圆频率(弧/秒); t 为时间(秒) $A(r) \cos m\theta$ 为齿轮中面各点的振幅。 $m\theta = (2j+1)\pi/2$ ($j=0,1,2,\dots$) 处, $x=0$, 故 $\theta = (2j+1)\pi/(2m)$ 处为节线位置。 $\theta = j\pi/m$ 处振幅最大。这些位置相对齿轮不变。

2. 旋转齿轮的振动 (1)式得出的是齿轮不转或齿轮旋转但采用与齿轮同速旋转的动坐标上的振动式。此种振动只能是与齿轮同速旋转的激振力才能激起。而现在激起齿轮振动的轮齿啮合力是在固定的地区。为了研究齿轮的共振,需求出旋转齿轮相对固定坐标的固有振动频率和激振频率。当然采用动坐标来分析齿轮固有频率和激振频率也是可以的。

(1)式可分解成下面的形式

$$x = (A(r) \cos m\theta e^{ipt} + A(r) \cos m\theta e^{-ipt})/2 \quad (2a)$$

$$\text{或 } x = (A(r) \cos(m\theta - pt) + A(r) \cos(m\theta + pt))/2 \quad (2b)$$

(2)式代表两个振动大小相等且不随时间变化而相互反向旋转的波。等号右边第一项代表前行波,后一项代表后行波。它们分别相对齿轮向齿轮旋转的前方和后方转动。每一振动含有 m 个波。分别取前、后行波来看,它们的节线位置角为

$$\theta = ((2j+1)\pi/2 \pm pt)/m \quad (j=0,1,2,\dots) \quad (3)$$

可见 θ 与时间 t 有关,节线的旋转角速度为

$$\dot{\theta} = \pm p/m \quad (4)$$

可见是正、反方向旋转的两个波。到此为止它们是相对齿轮旋转的,即是从动坐标上看到的。若齿轮以 ω 角速度旋转,则从固定坐标上看到的两个波的转速分别是

$$\dot{\theta} = \pm p_d/m + \omega \quad (5)$$

式中 p_d 是齿轮旋转时,因离心力作用而稍有变化的相对动坐标的振动固有圆频率。因通常 p_d/m 大于 ω ,为免出现负值,用 $\dot{\theta} = p_d/m \pm \omega$ 代换(5)式。求得相对固定坐标上的旋转齿轮盘的前、后行波振动固有频率分别为

$$f_f = f_d + mN/60, \quad f_b = f_d - mN/60 \quad (6)$$

式中 $f_d = p_d/(2\pi)$ 为齿轮的动频(Hz),是相对动坐标而言的; N 是齿轮的转速(r/min)。

从上面的分析得出,一个节线位置相对齿轮固定的节径型振动,可以分解成两个相对齿轮而言正、反方向旋转的波。从固定坐标上看这两个波的转速是不同的。通常 $mN/60 < f_d$,故前、后行波都是顺齿轮转向旋转的。齿轮盘上的各点则随着波的转过作起伏的振动。齿轮的这种振动叫行波振动。

二、齿轮横向振动的激振力

齿轮正常啮合时,一段时间是一对齿啮合,另一段时间是两对齿啮合,齿上啮合力是非对称循环交变的。啮合力的垂直于齿轮盘面的分力就是齿轮横向振动的激振力。对整齿轮而言这种激振力的位置相对固定坐标而言是固定的,力的变化频率是啮合频率 $f = ZN/60$ (Z 为齿数)。将此啮合力按傅里叶级数展开,得出简谐激振频率为 $f_e = KZN/60$ ($K=1,2,3,\dots$)。正常啮合力根据齿轮传递的功率和转速等计算出来。当齿轮有加工误差、装配不良、轮齿或齿轮支坐变形、传动扭矩脉动等不正常现象时,激振力就复杂得多。其幅值可能增大,变化

频率亦可能不同。不正常啮合情况下的啮合力是难以计算的。附带说明一下,在齿轮作无阻强迫振动时,振动是轮齿的啮合力引起,振动与作用力是同步(频)的,即振动位移的大小和方向与作用力同比例且同方向。正常啮合情况下啮合齿不会对齿轮的振动起干涉作用,所以不能将啮合点作为齿轮振动的约束点看待。有阻时通常不大的阻尼力只起减振作用也不会起约束作用。

三、盘形锥齿轮的共振

通常情况下共振条件是激振力的频率等于振动体的固有频率。对旋转齿轮的节径型振动则还必须指出下列几点:一是固有频率和激振频率应相对于同一坐标系。即同为固定坐标或旋转的动坐标上求得的频率。二是因齿轮的节径型振动是行波,一次振动中有 m 个波,故在 $f_e = mf_n$ (f_n 是固有频率,为 f_b 或 f_f)时激起的振动最大,即为共振。也就是 $f_e = KZN/60 = mf_n$ 为共振条件之一。为方便起见将共振时的频率关系式写成 $KZN/(60m) = f_n$,而将 f_e 写成 $f_e = KZN/(60m)$ 。这样就仍可应用一般振动的共振条件 $f_e = f_n$ 。三是激振力对齿轮的每一次振动应做正功。必须同时满足这三个条件才能发展成为共振。下面来讨论激振力对齿轮振动做的功。

取第 K 次谐波激振力来研究。它对齿轮一次前或后行波振动所做的功为

$$W = \int_0^{\pi} \int_0^T F_k \dot{x} dt d\theta \quad (7)$$

现在采用动坐标系来求功。即看到的齿轮是不旋转的,而激振力沿齿轮反向旋转,但考虑离心力对固有频率的影响,故用动频 p_d 代静频 p 。求得齿轮上各点的振动速度为

$$\dot{x} = -A(r)p_d [\sin(p_d t + m\theta) + \sin(p_d t - m\theta)]/2 \quad (8)$$

有阻尼时,振动落后于激振力一个落后角 Φ ,这里写成激振力超前振动一相位角 Φ 。故在动坐标系中的第 K 次谐波激振力为

$$F_k = F_{k0} \cos(kz\omega t/m + \Phi) e^{-ik\theta} \quad (9)$$

(9)式展开取实部,经变换后得

$$F_k = F_{k0} [\cos(kz\omega t/m + \Phi + k\theta) + \cos(kz\omega t/m + \Phi - k\theta)]/4 \quad (10)$$

共振时, $\Phi = 90^\circ$ 且 $kz\omega/m = p_d$,并用 $-\sin(p_d t \pm k\theta)$ 代 $\cos(p_d t \pm k\theta + \Phi)$ 。将(10)式变换后与(8)式一起代入(7)式得

$$W = \int_0^{2\pi} \int_0^T -\frac{1}{8} A(r)p_d F_{k0} [\sin(p_d t + k\theta) + \sin(p_d t - k\theta)] \times [\sin(p_d t + m\theta) + \sin(p_d t - m\theta)] dt d\theta \quad (11)$$

(11)式两方括号相乘后再展成三角函数之和即可积分。对于 $k \neq m$ 的情况,积分结果 $W = 0$ 。只有 $k = m$ 时,积分结果 $W > 0$ 。故只有 $k = m$ 的谐波激振力才能激起共振。

上面对功的分析是齿轮加工无误差,正常啮合情况下得出的。当轮齿加工或齿轮装配有误差时, $k \neq m$ 的激振谐波也可能激起共振,但通常误差不会很大,因有随机误差 $k \neq m$ 时激起的共振要比 $k = m$ 谐波激起的共振小得多。只是当齿轮基节误差过大,齿轮啮合发生半干涉的情况例外。因此最后得出盘形锥齿轮前、后行波节径型振动共振的条件是

$$ZN/60 = f_d \pm mN/60 \quad (12)$$

(12)式的得出已经取 $k = m$,而不是取 $k = 1$ 。一般振动情况,激振力频率 $f_e = kzN/60$ 而取

$k=1$ 得到的共振时频率关系式虽与(12)式相同,但实质意义是不同的。

后行波转速如等于齿轮转速,则在固定坐标上看到的是不转动的波。行波相对齿轮仍是旋转的,故齿轮仍有振动。这种振动叫驻波振动。发生驻波振动的转速叫驻波临界转速。其值为 $N_s = 60f_d/m$ 。对于齿轮轴位置固定的情况,轮齿啮合力中含有大小一定,位置固定的激振力成份,它可能激起驻波振动。但因通常 N_s 远高于齿轮工作转速,故实际工作中齿轮是不会出现驻波共振现象的。

前行波的转速如与齿轮转速相等,可看到相对齿轮不动的波,叫正协调波。这种情况是齿轮具有节径型振动时的最大振动位移并同时旋转。这种波只有与齿轮同速旋转的,大小不变的轴向力或力的成份才能激起。通常齿轮中不存在这样的作用力,故正协调波是不会发生的。

总的来看,旋转盘形锥齿轮的横向振动形式虽有许多种,但对于齿轮啮合位置相对固定坐标只在一处且位置不变的情况,齿轮啮合力只能激起前、后行波振动。

四、试验结果和结论

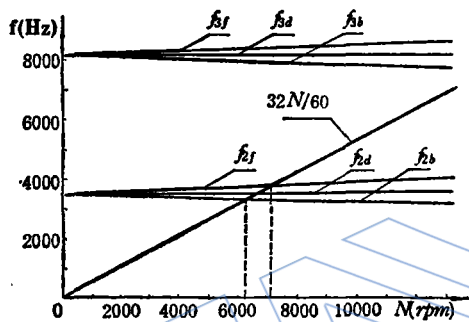


图4 齿轮行波振动共振分析图

在高速齿轮旋转试验器上进行了盘形锥齿轮的啮合试验。测试了一个具有32个齿的盘形锥齿轮的振动响应和行波共振转速。旋转前还作了静频试验。用磁带记录仪录下齿轮旋转时在齿轮辐板上和在齿轮支座测出的振动讯号。用7T17S动态分析仪作功率谱分析,根据响应谱出现峰值和频率成分判断出实测共振转速。得出该齿轮二节径前、后行波共振转速为7,030 (r/min) 和6,250 (r/min)。试验中未测出其他共振。试验转速为0~12,000 (r/min)。另由试验测出的二节径振动动频(动频与静频实测结果差别很小,前者较高,但不超过3%)与三节径静频作出前、后行波振动共振图(图4)。

由激振频率线 $f_e = zN/60$ 与前、后行波固有频率线的交点定出前、后行波共振转速分别为7,080 (r/min) 和6,240 (r/min)、与按实测响应最大定出的共振转速十分接近。按分析 $k=3$ 时激起的三节径共振在试验转速以上,故实测响应时未能测出。显然理论分析与试验结果完全一致。

由此可得以下结论:

1. 固定啮合位置的盘形锥齿轮旋转时只可能出现前、后行波节径共振。驻波振动虽有可能发生,但驻波临界转速很高。
2. 盘形锥齿轮作节径行波共振时,齿槽底周向振动应力最大,直径小端应力尤大。
3. 正常啮合时,只有 $k=m$ 阶次激振谐波频率为 $zN/60$ (Hz)的啮合力才可能引起较大的节径行波共振。齿轮有误差或非正常啮合时才可能激起 $k \neq m$ 阶次谐波共振。一般误差引起的这种振动较小,不危险。

参 考 文 献

- [1] “航空涡轮发动机构造与零件强度计算”下册,北京航空学院发动机构造教研室编,国防工业出版社,1961。

SPECIAL COLUMN***DYNAMIC STRENGTH OF BEVEL GEAR*****BEVEL GEAR RESONANCE FAILURES IN
CENTRAL GEARING SYSTEM OF AN AEROENGINE**

Xu Ejun, Liang Shichang, Chang Chunjiang, Shen Bingyan
(*Shenyang Aeroengine Research Institute*)

Abstract

The resonance failures of the bevel gear in the central gearing system of an specific aeroengine have been investigated experimentally. The features of the resonance failures, the failure modes and structural dynamic characteristics are summarized, and the reasons for resonance are clarified. Some preventive measures against the failures are suggested and criteria for the dynamic strength design of this type of gear are specified.

ANALYSIS OF LATERAL VIBRATION OF A BEVEL GEAR

Yan Litang and Li Qihan
(*Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics*)

Abstract

This paper deals with the lateral vibration characteristics of the diskshaped bevel gear including the lateral vibration modes and stress distribution, vibration exciting force at normal meshing and the conditions under which the lateral resonance occurs. The investigation shows that as vibration modes of this kind of gear are nodal diameters, the tangential tensile stress at the slot bottom of teeth will be maximum, especially at the small end of the bevel gear. Therefore, it is easy to initiate fatigue cracks there. A new theory about the conditions of lateral resonance for the disk-shaped bevel gear is presented and the experimental data are in excellent agreement with the theoretical analysis.