

用模态综合法分析发动机整机振动特性

南华动力机械研究所 欧园霞 李 平

摘 要

本文试图把模态综合法与有限元素法相结合,对发动机转子——支承——机匣系统的整机振动特性进行分析。用状态空间广义模态综合法计算轴对称转子与机匣间的耦合振动,用复模态综合法计算非轴对称转子与机匣间的耦合振动。子结构分析采用有限元素法。转子采用具有粘性阻尼,考虑剪切变形的有限转子元素,用承受非轴对称载荷的截锥壳元素离散机匣。所编制的AROBEC程序可计算发动机整机系统的进动频率、临界转速、稳定性、不平衡响应及瞬态响应。目前该程序已实际应用于三种型号的发动机上,获得了满意效果。

在发动机的转子-支承-机匣振动系统中,由于转子的高速自转,运动方程中出现了反对称陀螺阵,再加上挤压油膜阻尼器的使用,使得问题更加复杂。尤其对于小发动机,由于机匣壁较薄,采用梁元素模拟误差较大,而用壳体理论分析则精确得多。这样,经典的传递矩阵法已不能适用这种转子-支承-机匣系统。有限元素法虽能进行处理,但由于结构复杂,方程规模很大,计算机时和内存是相当惊人的。

运用模态综合法,允许系统方程的阶数大规模降低而又能保持必要的动力学特征,达到既保证精度又能有效地节省机时提高经济效益的目的。

本文采用了Glasgow和Nelson^[1]所提出的固定界面复模态综合法,来分析发动机转子-支承-机匣整机系统。用复模态综合法分析非轴对称系统,系统每个子结构的运动描述为对应于界面坐标的静力约束模态与对应于内部坐标的保留进动模态的迭加,利用左、右特征向量的双重正交性解耦。采用状态空间广义模态综合法分析轴对称系统,利用问题的对称性,把物理坐标下的子结构方程变换为复广义坐标下的运动方程,这样可使问题求解的规模降低一半,然后在复广义坐标下实施实模态综合,仅仅在具有轴承阻尼时需要求解一次低阶复特征值问题,因此综合效率与精度都较理想。

为了实现所述的计算方法,我们采用FORTRAN语言编制了相应的计算机程序-AROBEC程序。该程序有效语句4592条,子程序80个,具有前、后处理等功能,已在M 150计算机上调试完成。应用该程序对三种型号发动机动力特性进行分析,获得了满意效果。

一、计 算 公 式

1. 子结构的有限元分析

(1) 转子-支承子结构 在转子-支承系统中(图1),采用了考虑剪切变形的无阻尼转子元素及具有粘性阻尼的转子元素。对于图1固定坐标系XYZ,有

$$\begin{Bmatrix} V \\ W \end{Bmatrix} = [\bar{\psi}] \{q^e\}, [\bar{\psi}] = \begin{bmatrix} \psi_1 & 0 & 0 & \psi_2 & \psi_3 & 0 & 0 & \psi_4 \\ 0 & \psi_1 & -\psi_2 & 0 & 0 & \psi_3 & -\psi_4 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} B \\ \Gamma \end{Bmatrix} = [\Phi] \{q^e\}, [\Phi] = \begin{bmatrix} 0 & -\phi_1 & \phi_2 & 0 & 0 & -\phi_3 & \phi_4 & 0 \\ \phi_1 & 0 & 0 & \phi_2 & \phi_3 & 0 & 0 & \phi_4 \end{bmatrix} \quad (2)$$

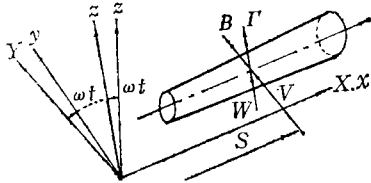


图1 转子-支承子结构示意图

V、W为Y、Z方向的位移，B、Γ为绕Y、Z轴的转角。\$[\bar{\psi}]\$为平动位移形函数矩阵，\$[\Phi]\$为转动位移形函数矩阵。详见文献〔2〕。

计入粘性阻尼后，应力与应变关系为

$$\sigma_x = E \varepsilon_x + \bar{E} \dot{\varepsilon}_x \quad (3)$$

$$\tau = G \gamma + \bar{G} \dot{\gamma} \quad (4)$$

其中 \$\bar{E}\$、\$\bar{G}\$ 为粘性阻尼系数。

写出元素的非惯性力的总虚功以及元素的动能以后，应用广义 Hamilton 原理，可得元素的运动方程：

$$[M^e] \{\ddot{q}^e\} + ([C^e] - \Omega [G^e]) \{\dot{q}^e\} + ([K^e] + \Omega [H^e]) \{q^e\} = \{Q\} \quad (5)$$

$$\text{其中: } [K^e] = \int_0^1 EI (\bar{\psi}_b'')^T (\bar{\psi}_b'') ds + \int_0^1 GA_S (\bar{\psi}_s')^T (\bar{\psi}_s') ds - \int_0^1 H (\bar{\psi}')^T (\bar{\psi}') ds$$

$$[C^e] = \int_0^1 \bar{E} I (\bar{\psi}_b'')^T (\bar{\psi}_b'') ds + \int_0^1 \bar{G} A_S (\bar{\psi}_s')^T (\bar{\psi}_s') ds$$

$$[H^e] = \int_0^1 \bar{E} I (\bar{\psi}_b')^T (\bar{\psi}_b') ds + \int_0^1 \bar{G} A_S (\bar{\psi}_s')^T (\bar{\psi}_s') ds$$

$$[M^e] = \int_0^1 \rho (\bar{\psi})^T (\bar{\psi}) ds + \int_0^1 J_B^e (\Phi)^T (\Phi) ds$$

$$[G^e] = \int_0^1 J_p^e (\Phi_r)^T (\Phi_B) ds - \int_0^1 J_p^e (\Phi_B)^T (\Phi_r) ds$$

$$\{Q\} = \{q^e\} \cos \Omega t + \{q^e\} \sin \Omega t$$

(2) 机匣子结构 机匣采用承受非对称载荷的截锥壳元来离散(图2)。

单元局部坐标为 \$\{\bar{\delta}_i\} = (\bar{u}_i \bar{v}_i \bar{w}_i \beta_i)^T\$，\$\{\bar{\delta}^e\} = (\bar{\delta}_i \bar{\delta}_j)^T\$ 局部坐标 \$\bar{R} \bar{O} \bar{Z}\$ 与总体坐标 \$ROZ\$ 之间通过矩阵 \$[\lambda]\$ 实现变换

$$\{\bar{\delta}^e\} = \begin{Bmatrix} \bar{\delta}_i \\ \bar{\delta}_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \end{Bmatrix} \quad (6)$$

由薄壳理论，内力与应变关系

$$\{\bar{\sigma}\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (7)$$

单元的刚度阵与质量阵为：

$$[K]^e = \sum_{n=0}^m \int_0^1 \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} \lambda^T B^T I_n D B I_n \lambda & \lambda^T B^T I_n D B j_n \lambda \\ \lambda^T B^T I_n D B I_n \lambda & \lambda^T B^T I_n D B j_n \lambda \end{bmatrix} l r d \theta d \xi \quad (8)$$

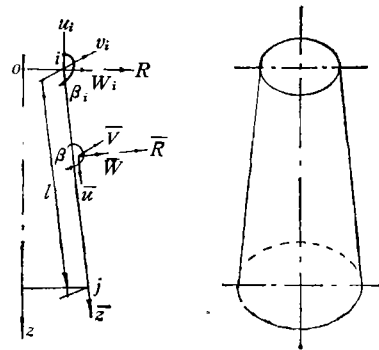


图2 截锥壳元及坐标系

$$\{M\}^e = \sum_{n=0}^m \int_0^1 \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} \lambda^T T_n^T N_i^T N_i T_n \lambda & \lambda^T T_n^T N_i^T N_j T_n \lambda \\ \lambda^T T_n^T N_j^T N_i T_n \lambda & \lambda^T T_n^T N_j^T N_j T_n \lambda \end{bmatrix} \rho l r d\theta d\xi \quad (9)$$

B_{in} 、 B_{jn} 分别为单元节点的应变矩阵, N_i 、 N_j 为节点形函数矩阵。

2. 界面对接条件的引入 当子结构 α 与 β 直接连接时, 界面连接条件为位移相等, 作用力反作用力相等, 即

$$x_\alpha^B = x_\beta^B, f_{\alpha\beta} + f_{\beta\alpha} = 0 \quad (10)$$

当子结构 α 与 β 弹性连接时, 界面弹性耦合条件为: $f_{\alpha\beta} + f_{\beta\alpha} = 0$

弹性力与位移的关系为

$$\begin{Bmatrix} f_{\alpha\beta} \\ f_{\beta\alpha} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} C_H & -C_H \\ -C_H & C_H \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_\alpha^B \\ \dot{x}_\beta^B \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_H & -K_H \\ -K_H & K_H \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_\alpha^B \\ x_\beta^B \end{Bmatrix}$$

其中 C_H 、 K_H 分别为阻尼系数、刚度系数。

3. 系统的模态综合与分析 采用固定界面模态综合法。系统每个子结构的运动描述为对应于内部坐标的保留进动模态与对应于界面坐标的静力约束模态的迭加。对于子结构按内部自由度和界面自由度进行分块, 令界面坐标的状态向量为零, 得到对应于内部坐标的自由振动微分方程, 对此方程进行求解, 利用左、右特征向量的双重正交性进行解耦, 得到子结构的保留进动模态。为了获得静力约束模态, 依次对每个界面自由度施加单位位移, 而此时界面其余的自由度以及子结构所有内部自由度无约束、无外力。将保留进动模态与静力约束模态进行迭加即可得到子结构运动方程, 组合即可求得系统的运动方程。

(1) 非轴对称系统的复模态综合法 典型的非轴对称转子或机匣子结构的运动方程为

$$\{M\}\{\ddot{x}\} + \{G(\Omega)\}\{\dot{x}\} + \{K(\Omega)\}\{x\} = \{f(\Omega, t)\} \quad (11)$$

$$\text{写成分块形式为} \quad \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & -K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} G & K \\ K & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

把子结构按内部和界面自由度分块, 引入状态向量 $\{y\} = \{y^I y^B\}^T = \{x^I x^I \dot{x}^B x^B\}^T$ 得到 $\{A\}\{\dot{y}\} + \{B\}\{y\} = \{F\}$ (13)

$$\text{或:} \quad \begin{bmatrix} A^{II} & A^{IB} \\ A^{BI} & A^{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}^I \\ \dot{y}^B \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B^{II} & B^{IB} \\ B^{BI} & B^{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y^I \\ y^B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_e^I \\ F_e^B \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ F_b \end{Bmatrix} \quad (14)$$

子结构的运动表示为对应于界面坐标的静力约束模态与对应于内部坐标的保留进行模态的迭加, 可以将它们表示成变换

$$\{y\} = \begin{bmatrix} Y_R & \bar{\psi} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_R \\ y^B \end{Bmatrix} = \{\beta_R\}\{p\} \quad (15)$$

广义力应该和 $\{p\}$ 坐标一致, 由下面变换得到

$$\{Q\} = \begin{bmatrix} Z_R & \bar{\psi} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_e^I \\ F_e^B \end{Bmatrix} \quad (16)$$

将(15)及(16)代入到方程(14)中, 得到

$$\{A_m\}\{\dot{p}\} + \{B_m\}\{p\} = \{Q\} + \{Q^b\} \quad (17)$$

对每个子结构进行模态分析, 分别导出各自的运动方程。设第 i 个子结构的状态向量为

$$\{p_i\} = \{q_R^I y_1^B\}^T$$

把所有界面坐标集成为 $\{y_S^B\}$, 再加上每个子结构的保留广义坐标, 得系统状态向量为

$$\{y_S\} = \{q_R^{(1)} \dots q_R^{(N)} y_S^B\}^T \quad (18)$$

将各子结构的运动方程综合在一起, 利用界面的直接连接条件及弹性耦合连接条件得到系统的运动方程为

$$[\bar{A}_S]\{\dot{y}_S\} + [\bar{B}_S]\{y_S\} = \{y\} \quad (19)$$

解方程(21)可得系统的各种动力特性。

(2) 轴对称系统的状态空间广义模态综合法对于轴对称转子(机匣)子结构, 如果不计结构内阻尼, 轴承阻尼, 则子结构在物理坐标下的运动方程为

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & G \\ -G & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} \quad (20)$$

$$[M]\{\ddot{x}_1\} + [G]\{\dot{x}_2\} + [K]\{x_1\} = \{f_1\} \quad (21)$$

$$[M]\{\ddot{x}_2\} - [G]\{\dot{x}_1\} + [K]\{x_2\} = \{f_2\} \quad (22)$$

引入复广义坐标向量 $\{x\} = \{x_1\} + i\{x_2\}$, 将(22)式左乘 i 并与(21)相加得

$$[M]\{\ddot{x}\} - i[G]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (23)$$

其中 $i = \sqrt{-1}$, $\{f\} = \{f_1\} + i\{f_2\}$, 再将该式写成状态向量形式:

$$i \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -i\dot{x} \\ \dot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} G & K \\ K & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -i\dot{x} \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (24)$$

把子结构按内部和界面自由度分块, 引入状态向量 $\{y\} = \{y^I y^B\} = \{-i\dot{x}^I \dot{x}^I - i\dot{x}^B x_B\}^T$, 得到

$$i[A]\{\dot{y}\} + [B]\{y\} = \{F\} \quad (25)$$

将(25)式写成分块形式

$$i \begin{bmatrix} A^{II} & A^{IB} \\ A^{BI} & A^{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}^I \\ \dot{y}^B \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B^{II} & B^{IB} \\ B^{BI} & B^{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y^I \\ y^B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_c^I \\ F_e^B \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ F_b \end{Bmatrix} \quad (26)$$

在复广义坐标下, 用状态向量形式将子结构的运动描述为对应于界面坐标的静力约束模态与对应于内部坐标的保留进动模态的迭加, 将它们表示成变换

$$\{y\} = \begin{bmatrix} Y_R & \bar{\psi} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_R \\ y_B \end{Bmatrix} = [\beta_R]\{p\} \quad (27)$$

将(27)式代入(26)式并左乘 $[\beta_R]^T$, 得

$$i[\bar{A}_m]\{\dot{p}\} + [\bar{B}_m]\{p\} = \{Q\} + \{Q_b\} \quad (28)$$

对每个子结构进行模态分析, 分别导出各自的运动方程。

设第 i 个子结构的状态向量为 $\{p_i\} = \{q_R^{(i)} y_B^i\}^T$

所有界面坐标集成为 $\{y_S^B\}$, 再加上每个子结构的保留广义坐标, 得到系统状态向量

$$\{y_S\} = \{q_R^{(1)} \dots q_R^{(N)} y_S^B\}^T \quad (29)$$

将各子结构的运动方程综合在一起, 利用界面的直接连接条件及弹性耦合条件得系统的运动方程为

$$i[\bar{A}_S]\{\dot{y}_S\} + [\bar{B}_S]\{y_S\} = \{y\} \quad (30)$$

方程(30)比(19)降低一半自由度, 因此可以大规模节省计算机内存和机时, 提高综合效率及计算精度。

二、发动机整机振动分析

为了验证本文所用方法的精度以及基于该方法所编制的程序的可信度, 分别对三种不同型号的发动机进行了动力分析。下面以某发动机转子-机匣系统的整机模态分析为例说明其应用。

1. **结构简介** 该发动机是一种有代表性的高速小型发动机, 工作转速 51800r/min 。采用单元体结构设计, 由五个单元体组成。

转子的前、中支点为刚性铰支, 后支点为弹性支承。机匣支点按台架试车状态确定, 前支点为主安装节, 后支点为辅助安装节。由于机匣壁较薄, 且结构对称, 计算时按轴对称截锥壳元处理。整个结构划分为两个子结构, 即转子-支承系统(子结构一)和机匣系统(子结构二), 两个子结构界面取在自然分界处, 即转子的前、中、后三个轴承处。详见图 3。

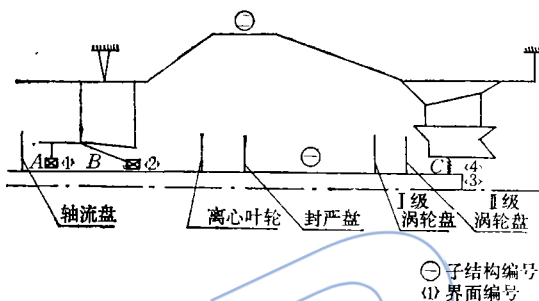


图 3 某发动机转子-机匣系统计算模型

2. **计算结果及分析** 采用状态空间广义模态综合法对该型号转子-机匣整机模态进行分析, 在M150计算机上计算耗时28分钟。

图 4 分别示出了该发动机转子-机匣系统前六阶进动频率及振型。这些振型是当转子自转速度为 51800r/min 时, 系统的进动频率所对应的振型。

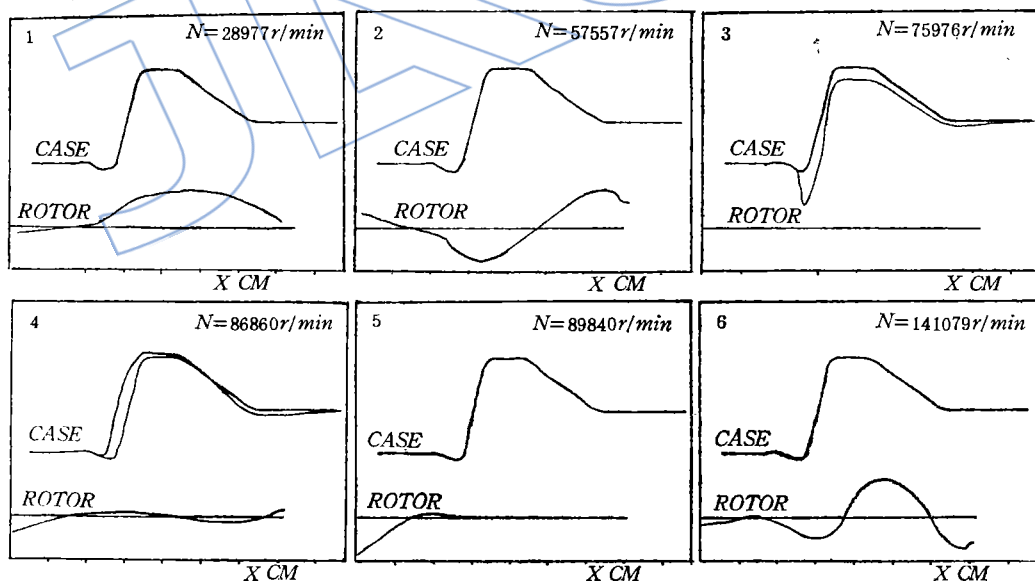


图 4 某发动机整机振动

(1)一阶振型 (2)二阶振型 (3)三阶振型 (3)四阶振型 (5)五阶振型 (5)六阶振型

该发动机燃气发生器主要由转子和机匣组成, 因此该系统的振动取决于这两个子结构的振动。由图 4 可以看出, 对系统的一阶频率来说, 振动的最大部位是转子, 因此整机振动一

阶振型主要由转子-阶弯曲激起。其前六阶的进动频率和振动类型示于表 1

三、结 论

1. 模态综合法对复杂结构进行动力分析, 只需保留少量低阶模态就能较好地模拟出整个系统, 尤其是把模态法与有限元相结合, 既能保障计算精度又能大量节省机时降低成本。应用表明, 它是对复杂航空发动机进行动力分析的较理想的计算方法。

2. 基于模态法的基本原理而编制的动力分析通用程序——AROBEC程序为发动机转子-支承-机匣系统的动力分析提供了较理想的分析手段。

3. 应用表明: 对于轴对称系统, 采用状态空间广义模态综合法比采用复模态综合法能节省机时十一倍以上, 且结构越复杂效益越显著。

表 1 $\times \times$ 发动机整机模态分析

阶 数	频率 (r/min)	振 动 类 型
一 阶	28977	转子的一阶弯曲
二 阶	57557	转子的二阶弯曲
三 阶	75976	机匣的一阶弯曲
四 阶	86860	机匣的二阶弯曲
五 阶	89840	转子左伸出端局部振动
六 阶	141079	转子的三阶弯曲

参 考 文 献

- [1] D.A.Glasgow, H.D.Nelson, "Stability Analysis of Rotor-Bearing Systems Using Component Mode Synthesis," *Journal of Mechanical Design*, Trans of the ASME, Vol.102, April, 1980, pp.352—358.
- [2] 欧园霞、李平, "用有限元素法分析转子-轴承系统动力学", 航空学报, 第5卷, 第4期, 1984.

(责任编辑 李其汉)

STUDY ON ROTOR VIBRATION ABSORBER WITH SQUEEZE FILM DAMPERS

Zhang Shiping, Liu Fanjie, Yan Litan

(Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics)

Abstract

A type of Rotor Vibration Absorber(RVA) used in parallel with Squeeze Film Dampers(SFD) is presented. The RVA is a symmetric ring with an elastic coupling mounted in a certain place of the rotor. One or more RVA may be applied to a rotor. The RVA may be mounted in a suitable place on the rotor to gain desirable vibration control and to attenuate the amplitude of the rotor system far away from the supporting position. The amplitude and transmissibility of the rotor can be greatly reduced in the working speed range. The introduction of the RVA to rotor-SFD system will greatly enhance the ability of the system to subject the impact unbalance loading and increase the stability of the rotor system. Both the steady-state and transient responses of the rotor system with the RVA have been analyzed. The primary experiments of the system have also been performed, which verify the effectiveness of the rotor vibration absorber.

MODE SYNTHESIS ANALYSIS OF VIBRATION CHARACTERISTICS OF ENTIRE ENGINE

Ou Yuanxia and Li Ping

(Nanhua Powerplant Research Institute)

Abstract

The mode synthesis is combined with the finite element method to analyze the vibration characteristics of the rotor-bearing-case system of an engine. The generalized state space mode synthesis method is adopted to calculate the coupling vibration characteristics between the axisymmetrical rotor and the case, and the complex mode synthesis method is applied to calculating those between the non-axisymmetrical rotor and the case. The finite element method is used to analyze the substructures.

A program, named AROBEC, has been written for this purpose. It can calculate the whirl frequency, critical speed, stability, unbalance response and transient response for engine system. The program includes preprocessing and postprocessing functions and provides conical shell finite elements and rotor finite elements with viscous damping which take shear effect into account. The dynamic

characteristics of three types of aeroengine have been analyzed with this program and the results are satisfactory.

A CALCULATION OF A ROTOR INTEGRAL STRENGTH WITH FINITE ELEMENT METHOD FOR FLEXIBILITY

Sheng Huiyu, Sun Botao, Li Fei, Niu Xiuyun
(*Marine Boiler and Turbine Research Institute*)

Abstract

A calculation method is presented to determine the integral strength of a complex rotor with both radial interference and axial pretension. The method is characterized by followings: calculating the flexibilities and free deformations at the connection nodal points of rotor substructures with finite element method at first; determining the inner forces at these points then; obtaining the deformations and stresses of the individual rotor substructures at last. The method is verified by using a conventional finite element method for a modal stage in good agreement. The present method has been applied to the final design of a disk-drum detachable rotor with bidirectional interferences, which consists of profile wheels, annulus spacers and conical shafts. The rotor is designed for a six-stage compressor and is divided into 2504 annular elements of triangular type by 2020 nodal points. The rotor integral strength calculation is performed on a small computer of only 16K memories. The rotor deformation and iso-stress line diagrams are drawn by computer. The mechanical relationship of the rotor with its individual parts is quite clear.

INVESTIGATION ON BLADE FORCE DEFECT IN END WALL BOUNDARY LAYER FOR MULTISTAGE AXIAL COMPRESSOR

Liu Songling
(*Northwestern Polytechnical University*)

Abstract

In order to predict the blade force defect a new model is proposed which is based on the analysis of the deflection of the blade force in boundary layer due to the secondary flows in cascade both with and without tip clearance. It is assumed that the scalar product of blade force defect and mainstream velocity is proportional to the work done by the cascade secondary flow drag and can be expressed as equation(16) in the present paper. This equation approaches to the relation suggested by Mellor et al. as the lift coefficient value of the blade is very low. A method using the values of blade force defect in boundary layer is pre-