

航机舰用燃气轮机 推进系统的模型简化

清华大学 倪维斗 路四清

摘 要

本文结合航机改装的舰用燃气轮机系统,在较详细的高阶非线性模型的基础上进行了系统的模态分析和灵敏度分析,进而探讨了燃气轮机作为控制对象时反馈变量的选择和高阶模型的简化方法。这方法为这类系统的控制器设计时数学模型的处理提供了有价值的参考。

一、数 学 模 型

某航机改装的三轴燃气轮机和减速齿轮及螺旋桨等部件构成舰用燃气轮机推进系统。控制量除燃油量外,还有螺旋桨的可调节距,以适应工况及外载的变化。系统的结构和计算截面如图1所示。根据系统的物理过程,可以导出其动态数学模型,它由八个微分方程和十五个代数方程组成,其状态向量为:

$$\mathbf{X} = [N_H, N_L, N_P, P_3, P_5, T_{w1}, T_{w2}, V_s]^T$$

其中 n_H, n_L, n_P 为高压,低压和动力透平的转速; P_3, P_5 为高压透平前和动力透平前中间容积内的气体压力; T_{w1}, T_{w2} 为高温气道和低温气道壁面的平均温度; V_s 为船速。

控制量为燃油量 G_f 及螺旋桨节距直径比 P_D ,而外界的压力 P_1 和外界温度 T_1 作为扰动量,即:

$$\mathbf{U} = [G_f, P_D]^T, \mathbf{W} = [P_1, T_1]^T$$

对非线性方程线性化,可以得到状态空间表达式为:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{E}\mathbf{W} \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{U} + \mathbf{F}\mathbf{W} \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{Y}$ 为输出向量,包括状态变量和中间变量。系数 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{F}$ 诸矩阵随工况的改变而变化。在工况大幅度变化时,上述系统是一个非线性系统。

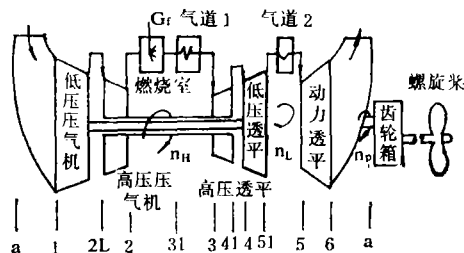


图1 舰用燃气轮机推进系统简图

二、模态分析与灵敏度分析

1. 模态分析 系统的状态变量是相互关联的,消除状态变量之间的相互关联之后得到的相互独立的变量,在某种意义上反映了系统的固有频率特性,被称为模态变量。对上述状态空间表达式,不考虑扰动量 $\mathbf{W}$ 可得:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U}, \quad \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{U} \quad (2)$$

如果通过变换 $\mathbf{Z} = \mathbf{V}\mathbf{X}$, 可得

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{A}\mathbf{Z} + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{U} \quad (3)$$

式中 $\mathbf{Z}$ 为模态向量; $\mathbf{V}^{-1} = \mathbf{P}$ 为模态阵; $\mathbf{A}$ 为对角阵, 即 $\mathbf{A} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_8)$, 而 λ_i 为模态变量 Z_i 对应的特征值, 按实部的绝对值从大到小的次序排列。从物理意义上讲, $|\text{Re}(\lambda_i)|$ 愈大表示其固有响应频率高, 对应的变量响应愈快。

在设计工况下对系统模态分析的结果示于表 1。表 1 的上部是八个模态变量, 左部为状态变量, 每一个状态变量对应的模态变量的相关系数(即对应的 $\mathbf{P}$ 阵的值)列入表格。与 $\{Z_i\}$ 对应的特征根 $\{\lambda_i\}$ 是 $\{-30.296, -14.788, -7.971, -3.580, -2.346, -0.735, -0.264, -0.0673\}$ 。

表 1 模态阵示意图

模态 状态	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8
n_H	-0.074	-0.090	-0.818*	0.031	0.040	-0.073	0.002	0.001
n_L	-0.118	-0.111	0.322	-0.924*	0.168	-0.170	0.044	0.012
n_P	0.037	0.118	0.407	0.647	-1.400*	-0.209	-0.036	-0.327
P_3	0.332	-0.557	-1.624*	-0.917*	0.172	-0.362	0.037	0.010
P_5	-0.936*	-1.432*	-2.318*	-0.862	0.067	-0.316	-0.042	-0.012
T_{w1}	0.003	-0.012	-0.067	-0.089	0.029	-1.027*	-0.028	-0.005
T_{w2}	0.003	-0.001	-0.017	-0.027	0.010	0.061	-1.000*	-0.012
V_s	0.001	-0.001	-0.006	-0.020	0.067	0.035	0.023	-0.985*

注: 表中带“*”号者为主导模态。

对状态变量起主导作用的模态变量称为主导模态(见表 1)。从三个转速的主导模态来看, n_H 响应最快, n_L 居中, n_P 最慢。动力透平前压力 P_5 则比较复杂, 与多个模态变量相关, 因影响 P_5 的因素是气体容积和流量, 气体容积和充排过程较快, 与 Z_1, Z_2 对应, 而流量则与转速等因素有关。固体壁面的温度对应的模态 Z_6, Z_7 对过渡过程有较大影响。而船速 V_s 则是一个很慢的过程。总之, 对推进系统动态性能有较大影响的模态变量应是 Z_7, Z_6, Z_5, Z_4 等, 而根据模态分析各状态变量动态过程变化快慢的次序为 $P_5, P_3, n_H, n_L, n_P, T_w, T_{w2}, V_s$ 。

2. 灵敏度分析 本文中的灵敏度是分析输入向量 $\mathbf{N}$ 有某个小扰动时输出向量 $\mathbf{Y}$ 的相对变化量。对线性系统, 在平衡工况下 $\dot{\mathbf{X}} = 0$, 于是有:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{U} \\ \mathbf{Y} &= (-\mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D})\mathbf{U} \end{aligned} \quad (4)$$

所得结果列入表 2。从表 2 可以看出:

对燃油量的变化, 三个转子中动力透平转速 n_P 最为敏感, 低压轴转速 n_L 次之, 高压轴转速 n_H 相对较不敏感。而压力 P_3 和 P_5 亦较敏感。

表 2 变量对输入的灵敏度

输出 输入	n_H	n_L	n_P	P_3	P_5	V_s
G_r	0.159	0.293	0.473	0.712	0.630	0.492
P_d	0.002	0.029	-0.798	0.025	-0.029	-0.155

节距 P_D 的变化只对动力透平与桨轴轴系有较大影响, 而对燃气发生器部分影响较小。增加 P_D , 螺旋桨负载增加, 动力透平转速下降。其它变量对 P_D 的灵敏度要比 n_P 小得多。

3. 保留变量的选择 选择保留变量的目的在于模型简化, 同时在使用这个数学模型设计控制器时, 将利用这些保留变量作状态反馈。这样, 我们提出选择保留变量的原则是:

- (1) 此变量对应的主导模态在关心的频带内;
- (2) 此变量对输入变量 U 较为敏感;
- (3) 此变量在实际中易于测量。

根据这个原则, 对燃油量 G_F , 三个转子中 n_H 主导模态较大, 灵敏度较低, 不作保留变量影响不大; 其它两转速 n_P 和 n_L 应保留。由于 P_5 灵敏度较大, 且相关模态在所关心的频带内分布较广, 也应予以保留。舰船速度 V_s 的主导模态不在关心的频带内, 不宜保留, 气道壁温 T_{w1} 和 T_{w2} 是假定的平均温度, 不能量测, 尽管其主导模态在所关心的频带内, 且有较大的灵敏度, 也不作为保留变量。对螺旋桨节距 P_D 来说, 只有 n_P 宜作为保留变量, 最多加上 P_5 。

三、数学模型的简化

设原系统(2)通过对角变换后变换成(3)。把原状态方程分块, 令保留变量为 X_1 , 非保留变量为 X_2 , 则有:

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} U$$

$$Y = (C_1 \ C_2) \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + DU$$

同样, 通过 $Z = VX$ 的对角变换后, 对角系统也分块, 有

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix}$$

其中 $P = V^{-1}$, 而且

$$\begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{B}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}$$

这样就有:

$$\begin{pmatrix} \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{B}_2 \end{pmatrix} U$$

如果我们假设在我们感兴趣的频带以外的模态变量组成的向量的微分为零, 即 $\dot{Z}_2 = 0$, 而且设简化后模型的形式为:

$$\dot{X}_s = A_s X_s + B_s U, \quad Y_s = C_s X_s + D_s U \quad (5)$$

可以导出:

$$A_s = A_{11} - A_{12} V_{22}^{-1} V_{21}, \quad B_s = B_1 - A_{12} V_{22}^{-1} A_2^{-1} \tilde{B}_2$$

$$C_s = C_1 - C_2 V_{22}^{-1} V_{21}, \quad D_s = D - C_2 V_{22}^{-1} A_2^{-1} \tilde{B}_2 \quad (6)$$

$$\text{初值} \quad X_s(0) = P_{11} [V_{11} X_1(0) + V_{12} X_2(0)] - P_{12} A_2^{-1} \tilde{B}_2 U(0) \quad (7)$$

可以证明, 当 A_2 中对角元素是 A 中对角元素的前几项时, 简化系统与原系统具有相同的稳态值, 否则稳态值不同。用上述方法进行模型简化时, 状态变量所具有原来的物理意义。

对舰用燃气轮机推进系统, 由模态分析和灵敏度分析的结果知, 低压转子转速 n_L , 动力透平转速 n_P 和动力透平前燃气压力 P_5 宜作为保留变量, 本文保留四阶模型, 还选用了高压转子转速 n_H 。在简化计算时, 模态变量也保留了四个, 对应于 $\lambda = -3.580, -2.346, -0.736$ 和 -0.264 , 而舍去了 $\lambda = -30.296, -14.788, -7.971$ 和很小的 $\lambda = -0.0673$ 。由于舍去了 $\lambda = -0.0673$, 简化模型与原模型将有不同的稳态值; 但由于 $\lambda = -0.0673$ 与其它相差较大, 在感兴趣的时段内, 两者差别不大。图2是简化模型与原模型在燃油量阶跃输入下的响应的比较, 可以看出, 除 n_H 外, 其它变量与高阶模型均有较好的逼近。 n_H 有较大的瞬态误差, 这是因为, 其主导模态 Z_3 (对应于 $\lambda = -7.97$)被舍去, 这样 n_H 作为无限快变量处理。从图2还可以看出, 模态简化方法比直接只考虑四个保留变量的动态环节的简化模型更逼近于原系统。

上述分析表明, 模态分析和灵敏度分析相结合是选择简化模型保留变量的有效途径。进而用模态方法进行模型简化, 既使简化模型具有良好的精度, 又能保持状态变量的物理意义。

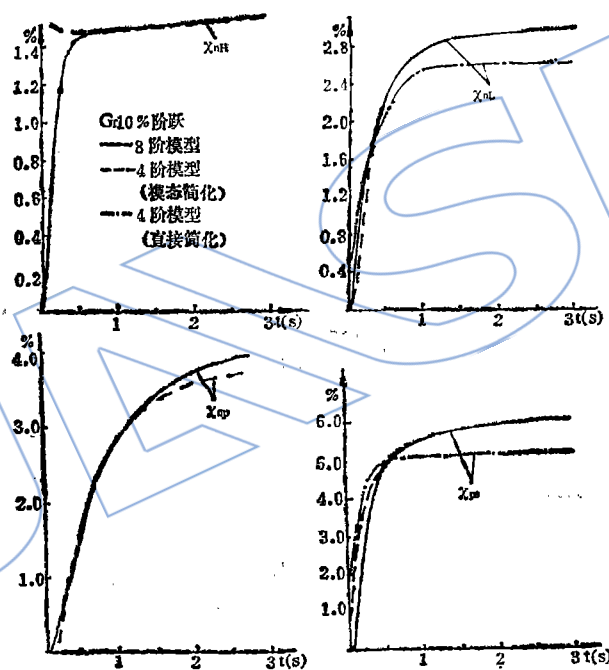


图2 状态变量对 G_f 的阶跃响应

参 考 文 献

- [1] 倪维斗、徐向东, “三轴燃气轮机的数学模型及其动态特性的分析”, 自动化学报, 第11卷, 第4期, 1985。
- [2] Lastman, G. J., “On the Selection of States to be Retained in a Reduced-Order Model”, Control Theory and Applications, Vol.131, No.1, 1984。

(责任编辑 王庆康)

load length, unbalance and centralizing spring stiffness, on nonsynchronous orbits and the relation between nonsynchronous orbits and rotor vibration are studied. It is found that the centralizing spring is a very effective means to suppress the nonsynchronous orbit. The unbalance of the rotor is a main cause for occurrence of the nonsynchronous orbits. $1/2$ subsynchronous orbit can be observed no matter whether the bearing parameter is quite small or very large provided the unbalance of the rotor is large enough. In some cases, the subsynchronous orbits with many inter loops can be obtained. Analytical and experimental results are found in good agreement.

EXPERIMENTAL ANALYSIS AND MODIFICATION OF A WINDMILL FAN FOR PREVENTING FLUTTER

Song Zhaohong, Kong Ruilian, Wei Xinglu, Wang Yuwei

(Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics)

Abstract

A Violent vibration emerged in the fan of a 50W wind-driven generator and caused many cracks at its surface as the velocity of wind reached about 8-10m/s. Some of the fans even broke down near the root (about $1/3$ length to root). Theoretical and experimental analyses of the faults show that the violent vibration is caused essentially by flutter due to flow-induced vibration. Therefore, the fan was modified into two new types (FD-1 and FD-2) to prevent the forced vibration and flutter. According to the flutter theory, the attack angle of the original fan was changed and its weight center was moved ahead so that the modified fans possessed enhanced natural frequency and decreased reduced velocity.

The modified fan FD-1 was investigated by testing on the running car. The windmill generator with this fan started smoothly and ran very well. When the velocity of wind was about 8m/s, its maximum power was about 74W, nearly 1.5 time of the original. No flutter phenomenon occurred.

MODEL SIMPLIFICATION FOR A MARINE GAS TURBINE PROPULSION SYSTEM

Ni Weidou and Lu Siqing

(Tsinghua University)

Abstract

Simplification of the mathematical model for a marine gas turbine propulsion system is studied by modal analysis, and selection of remained state variables in the order-reduced model is considered. The dynamical characteristics of the system are evaluated according to the relationship between the state and the modal variables. The ratio of the output variation to input variation is obtained from the sensitivity analysis, and then the state variables to be remained are determined. The modal variables are adopted to simplify the model, finally they are reduced to remained state variables. Numerical evaluation show that this order-reduced model is much better than the simplified model obtained directly from the state equations.