

转动圆盘上可压缩流动换热的计算研究

西北工业大学 吴丁毅 刘松龄

摘 要

本文将边界层方程无因次化,用“BOX”算法求解。研究计算了转动圆盘上层流区、过渡区和紊流区的扭矩系数和局部换热系数以及变物性的影响,并研究了适合计算转盘问题的双层紊流模型。

一、引 言

转动圆盘是转动机械中很典型的一种情况,其表面上的换热分析,如涡轮盘的温度场计算和热应力分析,是不可缺少的工作。

虽然早在1921年Von Karman等人就已开始研究转盘上的流动换热,但大都只研究了层流常物性问题。而航空发动机涡轮转速很高,其表面上主要是紊流换热。本文采用将边界层方程无因次化的方法,用“BOX”算法求解。研究计算了等温转动圆盘上从层流段经过渡区发展到紊流段的全部区域的扭矩系数和局部换热系数。计算中考虑了空气物性随温度变化以及粘性耗散,引入过渡区间歇因子,采用了考虑转动影响的双层紊流模型,研究了适合计算转盘问题的模型参数。计算结果与实验数据吻合良好。

二、控制方程及无因次变换

因为航空发动机的涡轮盘不受燃气直接冲击,故将其简化成在静止气体中转动的圆盘。采用圆柱坐标方程描述,如图1所示。因流动是轴对称的,忽略因温差引起的质量力作用,则相应的边界层连续方程、动量方程和总焓方程为:

$$\frac{\partial}{\partial r}(\rho r u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho r v) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \rho \frac{v^2}{r} \quad (1.2)$$

$$\rho \left[u \frac{\partial}{\partial r}(r v_\theta) + v \frac{\partial}{\partial y}(r v_\theta) \right] = r \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial v_\theta}{\partial y} \right] \quad (1.3)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial H}{\partial r} + v \frac{\partial H}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(1 - \frac{1}{Pr} \right) \left(u \frac{\partial u}{\partial y} + v_\theta \frac{\partial v_\theta}{\partial y} \right) + \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial H}{\partial y} \right] \quad (1.4)$$

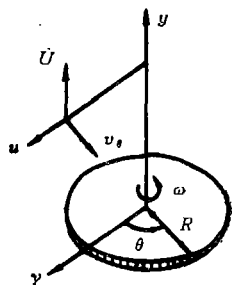


图1 圆盘模型及坐标

其中 H 为总焓, μ_t 为紊流粘性, Pr_t 为紊流普朗特数。对应的边界条件为:

$$\begin{aligned} y=0: & u=v=0, V_\theta=r\omega, H=H_w \\ y\rightarrow\infty: & u=v_\theta=0, H=H_e \end{aligned} \quad (2)$$

下标 w 和 e 分别表示壁面值和势流值。引入新坐标为:

$$\begin{aligned} \xi &= \int_0^r \rho_e \mu_t r \omega \left(\frac{r}{R} \right)^2 dr \\ \eta &= \int_0^y \frac{\rho r \omega}{\sqrt{2\xi}} \frac{r}{R} dy \end{aligned} \quad (3)$$

(3)式表示的边界层变换与Smith, Cebeci[1]的变换有所不同,在静止介质中势流速度为零,故选取壁面周向速度 $r\omega$ 为特征速度。定义流函数为:

$$\Psi(r, y) = f(\xi, \eta) R \sqrt{2\xi} \quad (4)$$

其中 $f(\xi, \eta)$ 为无因次流函数。令 $\Psi(r, y)$ 满足(1.1)

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = \rho r u, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = -\rho r v \quad (5)$$

由此可得无因次径向速度 $f'('表示对 η 求导)$

$$f' = \frac{u}{r\omega} \quad (6.1)$$

相应地将无因次周向速度 q 和无因次总焓 g 表示为:

$$q = \frac{v_\theta}{r\omega}, \quad g = \frac{H}{H_e} \quad (6.2)$$

利用(3)~(6)式将方程(1.2)~(1.4)化成无因次形式:

$$(bf'')' + ff'' + \frac{1}{2}(q^2 - f'^2) = 2\xi \left(f' \frac{\partial f'}{\partial \xi} - f'' \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) \quad (7.1)$$

$$(bq')' + fq' - f'q = 2\xi \left(f' \frac{\partial q}{\partial \xi} - q' \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) \quad (7.2)$$

$$(a_1 g' + a_2 (f' f'' + q q'))' + f g' = 2\xi \left(f' \frac{\partial g}{\partial \xi} - g' \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) \quad (7.3)$$

方程中的系数分别为

$$b = N(1 + \mu_t^+), \quad N = \frac{\rho \mu}{\rho_e \mu_e}, \quad \mu_t^+ = \frac{\mu_t}{\mu} \quad (8)$$

$$a_1 = N \left(\frac{1}{Pr} + \frac{\mu_t^+}{Pr_t} \right), \quad a_2 = N \left(1 - \frac{1}{Pr} \right) \frac{(r\omega)^2}{H_e}$$

同样边界条件也化成无因次形式:

$$\begin{aligned} \eta=0: & f=f'=0, q=1, g=g_w \\ \eta\rightarrow\infty: & f'=q=0, g=1 \end{aligned} \quad (9)$$

本文采用Sutherland公式计算空气的粘性 μ 和导热系数 k ,用状态方程计算密度变化。

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + T_\mu}{T + T_\mu}, \quad \frac{k}{k_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + T_k}{T + T_k},$$

$$\rho = \rho_e \frac{T_e}{T} \quad (10)$$

其中 $T_0 = 273.16\text{K}$, $\mu_0 = 1.716 \times 10^{-5} \text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$, $T_\mu = 124\text{K}$, $T_k = 194\text{K}$, $k_0 = 0.02415 \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 。

三、数值计算方法

本文采用 Keller, Cebeci^[2] 提出的“BOX”解法, 其差分网格如图 2 所示。步长 k_n 和 h_j 均可任意改变。

$$\begin{aligned} \xi_0 &= 0, \quad \xi_n = \xi_{n-1} + k_n, \quad n = 1, 2, \dots, N \\ \eta_0 &= 0, \quad \eta_j = \eta_{j-1} + h_j, \quad j = 1, 2, \dots, J \end{aligned} \quad (11)$$

$$\eta_j = h_1 \frac{K^{j-1}}{K-1}, \quad K = \frac{h_j}{h_{j-1}}, \quad 1 \leq K < 2 \quad (12)$$

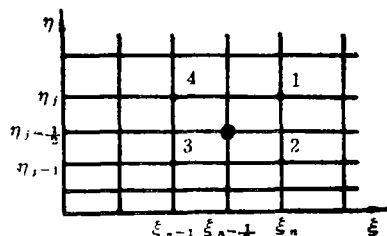


图 2 差分网格

本文在 η 方向采用定步长比, h_1 是初始步长, K 是步长比。这种 η 方向步长由小增大的网格尤其适合计算边界层问题。

“BOX”方法原是求解二维问题的, 本文将其扩展为可以解回转体的旋转问题。有关原始方法及其扩展的详细讨论见文献^[2, 3]。

四、计算结果及讨论

1. **变物性与常物性计算比较** 为了使问题简单, 用层流流动来研究变物性计算的影响, 以避免紊流参数作用的干扰。取势流温度 T_e 时的物性为定常值, 并以此计算的努谢尔特数、扭矩系数为参考值, 记为 Nu_e 、 C_{Mc} 。 Nu/Nu_e 和 C_M/C_{Mc} 随温度比 T_w/T_e 变化的情况见图 3。可以看出物性变化对于换热计算和热壁上的流动计算影响较大。本文根据计算结果得出了近似修正计算式。

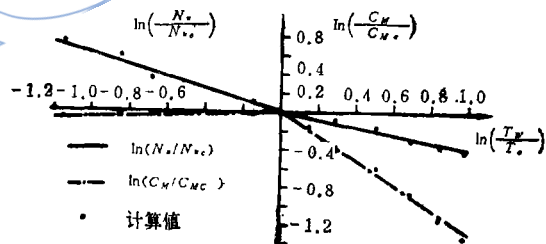


图 3 Nu/Nu_e 和 C_M/C_{Mc} 随 T_w/T_e 的变化

$$\frac{Nu}{Nu_e} = \left(\frac{T_w}{T_e} \right)^n \quad n = -0.06 \quad T_w/T_e < 1, \quad n = -0.04 \quad T_w/T_e > 1$$

(13)

$$\frac{C_M}{C_{Mc}} = \left(\frac{T_w}{T_e} \right)^{-0.13} \quad T_w/T_e > 1$$

2. **紊流模型** 本文采用靠近壁面(内层)和远高壁面(外层)分别以不同公式计算紊流粘性的双层紊流模型。内层以 Van Driest^[4] 的公式为基本形式。外层以 Clauser^[5] 的公式为基础, 并引入 Klebanoff^[6] 提出的外层紊流间歇因子 γ_0 。为了使这些根据二维流动提出的模型适合于转盘上的流动, 本文对其做了一些改进。首先在公式中考虑了周向速度的影响,

具体形式为:

$$\text{内层} \quad \mu_{ti} = \rho \kappa^2 y^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{Y^+}{A^+}\right) \right]^2 \left[\left(-\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial y}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (14.1)$$

$$\text{外层} \quad \mu_{to} = \rho \alpha(r\omega) \gamma_0 \int_0^1 \left\{ 1 - \left[\left(\frac{u}{r\omega}\right)^2 + \left(1 - \frac{v_\theta}{r\omega}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} dy \quad (14.2)$$

$$\gamma_0 = \left[1 + 5.5 \left(\frac{y}{\delta_{0.995}} \right)^6 \right]^{-1} \quad (14.3)$$

其中 Y^+ 是无因次高度, $\delta_{0.995}$ 是速度比达到0.995时的边界层厚度。计算时以内层开始, 先用 μ_{ti} 算紊流粘性, 当 μ_{ti} 大于 μ_{to} 后, 即认为进入外层改用 μ_{to} 算紊流粘性。另外本文研究了(14)式中的常数 κ 、 A^+ 和 α 以及 Pr_t 在计算转盘上流动换热时的适用范围。通过大量计算、分析并与实验结果进行比较、研究, 本文认为在雷诺数为 $2 \times 10^5 \sim 10^6$, 温差小于100K 的范围里, 选择 $\kappa = 0.4$, $A^+ = 38$, $\alpha = 0.0175$, $Pr_t = 0.82$ 计算转盘上的流动换热比较合适。详细讨论见文献[3]。

3. 过渡区间歇因子 在计算转盘上过渡区的流动换热时, 根据Chen等[7]的建议引入过渡区间歇因子 γ_{tr} 。

$$\gamma_{tr} = 1 - \exp[-G(r - r_{tr})^2] \quad (15)$$

$$G = 0.835 \times 10^{-3} \left(\frac{Re}{r} \right)^2 Re_{tr}^{-1.34}$$

其中 r_{tr} 是转变点半径, Re_{tr} 是转变点雷诺数。在计算中 Re_{tr} 是根据实验人为给定的。

关于 γ_{tr} 的计算研究参见图4、图5。由图看出计算无换热问题的过渡区时, 加间歇因子的结果良好, 否则造成的偏差较大。无换热流动时应取 $Re_{tr} = 2.4 \times 10^5$ 。但是(15)式不适合计算有换热的过渡区。因为(15)式没有考虑热壁对于促进转变和加速紊流发展的作用, 所以实际紊流的发展比公式描述的快得多。在有换热时应取 $Re_{tr} = 1.95 \times 10^5$ 。

4. 实际算例 根据紊流模型和过渡区间歇因子研究选择的参数, 本文计算了几种条件下转动圆盘上的流动换热情况, 计算中考虑了空气物性随温度的变化。

图4是在文献[8]实验条件下计算的扭矩系数, 图5是在文献[9]实验条件下计算的局部努谢尔特数, 图6、图7计算的是文献[10]实验条件下的径向和周向速度分布。

从这些计算结果看出, 在层流段、过渡区和紊流段, 都与实验结果吻合良好。 Nu 在 $Re < 2 \times 10^4$ 范围里比实验值偏低是由于忽略自然对流换热造成的。

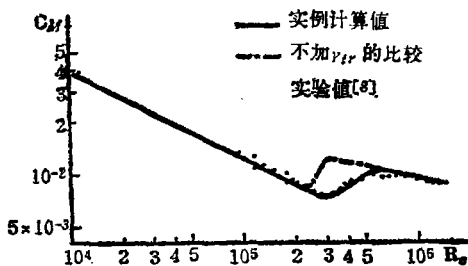


图4 扭矩系数随雷诺数的变化

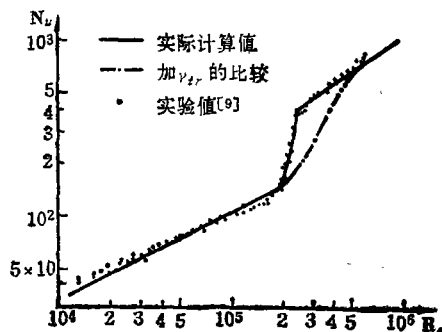


图5 努赛尔数随雷诺数的变化

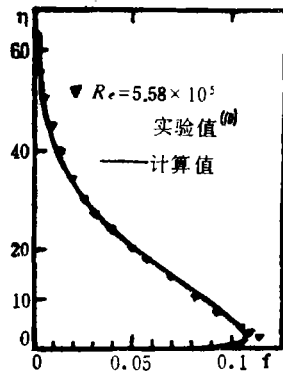


图 6 径向速度分布

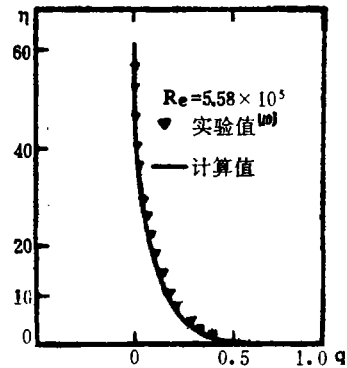


图 7 周向速度分布

五、结 论

1. “BOX”解法可以扩展到计算回转体的旋转可压缩流动换热问题。
2. 计算中应考虑空气物性随温度变化的影响。
3. 考虑周向速度影响的双层紊流模型, 采用本文给出的参数, 可以较好地计算转盘上的紊流流动换热。
4. 过渡区间歇因子可以改善转盘无换热时的过渡区计算, 但对有换热的情况不理想。

参 考 文 献

- [1] Smith, A. M. O., Cebeci, T., Proc. of 1968 Heat Trans. and Fluid Mech. Ins. pp.174, 1968.
- [2] Keller, H. B., Cebeci, T., AIAA J. vol. 10, pp.1193, 1972.
- [3] 吴丁毅, 西北工业大学硕士论文, 1985.
- [4] Van Driest, E. R., J. Aero. Sci. vol. 23, pp.1007, 1956.
- [5] Clauser, F. H., J. Aero. Sci. vol. 21, pp.91, 1954.
- [6] Klebanoff, P. S., NACA TN 3178, 1954.
- [7] Chen, K. K., Thyson, N. A., AIAA J. vol. 9, pp.821, 1971.
- [8] Theodorsen, T., Regier, A., NACA Rep. 793, 1944.
- [9] Poniel, Cz. O., Boguslawsk, L., Int. J. Heat and Mass Trans. vol. 18, pp.167, 1975.
- [10] Erian, F. F., Tong, Y. H., Physics of Fluids vol. 14, pp.2588, 1971.

(责任编辑 杨帆)

A STUDY ON EVAPORATION AND COMBUSTION OF OIL/WATER EMULSIFIED FUEL

Zhang Qingfan and Su Ke

(Nanjing Aeronautical Institute)

Abstract

The evaporation and combustion processes of RP-2 aviation kerosene/water and No2 diesel oil/water emulsified fuel are studied experimentally and analytically. The micro-explosion processes of suspended droplets are demonstrated by high-speed photography and also testified by abrupt temperature variation measured with the suspended thermo-couple. A steady state frozen model for an oil/water droplet is adopted to calculate droplet evaporation and combustion. The micro-explosion is assumed to occur as the droplet temperature reaches so called "superheat temperature", which is from 550K to 580K. The calculated results are in good agreement with experimental data. The micro-explosion makes life-time of droplet cut down significantly, and formation of NO_x and soot suppressed by water emulsification. Finally, influences of some parameters, such as ambient pressure and temperature, water content, initial temperature of fuel, and relative velocity of droplet to gas on micro-explosion are investigated.

CALCULATION OF COMPRESSIBLE FLOW AND HEAT TRANSFER ON A ROTATING DISK

Wu Dingyi and Liu Songling

(Northwestern Polytechnical University)

Abstract

In this paper, "BOX" method is extended to swirling compressible flow on a body of revolution, after the boundary layer equation is non-dimensionalized. The torque coefficients and local heat transfer coefficients in the laminar, turbulent and transitional flow regions on the rotating disk are calculated. The variable air properties are taken into account in the calculation. The investigation shows that the modified two-layer turbulence model is suitable to the calculation of the flow on the rotating disk. An appropriate analytical formulation of the turbulence model and relevant constants are also given.