

轴流透平级几何参数与叶片扭曲规律联合优化设计计算方法

中国科学院工程热物理所 邹滋祥 袁 丁 李晓玲

摘 要

本文提供了轴流透平级几何参数与叶片扭曲规律联合优化的一种设计计算方法。首先对几何参数与叶片扭曲规律提出优化设计的数学模型及其解法,然后把它们有机地结合,编成统一程序,并提供出算例。文中对损失模型及损失参加迭代的方法也进行了详细讨论。

一、引 言

透平级的优化设计是当前透平级设计改革的方向,但由于涉及问题的复杂性和数学上的高难度,到目前为止,国内外仍处于理论研究和局部性应用阶段,如几何参数的优化方法^[1,2]、叶片扭曲^[3,4]、叶栅^[5,6,7,8]以及透平级的整体^[9]等。本文的目的是要把轴流透平级的几何参数与叶片扭曲规律的优化结合成一个整体,并用计算机统一求解,为进一步实现轴流透平级最优化的计算机辅助设计创造条件。

二、几何参数最优化的数学模型与解法

在工程设计中,一个最优化问题的提出包括目标函数、设计变量和约束条件等三个方面的正确选定。对轴流透平级,得优目标函数是级效率(静效率 η_t 或滞止效率 η_t^*),可写为:

$$\eta_t(\eta_t^*) = f(\bar{H}_t, \bar{C}_{2a}, \rho_{k0}, \varphi, \Psi, \bar{C}_{1a}/\bar{C}_{2a}, \bar{r}_2) \quad (1)$$

其中 $\bar{H}_t = Lu/u_1^2$ 为负荷系数, $\bar{C}_{2a} = C_{2a}/u_1$ 为流量系数, $\rho_{k0} = (c_{1u} - c_{2u})/2u_1$ 为运动反动度, $\bar{r}_2 = r_2/r_1$ 。

分析结果^[2]表明,方程(1)中独立自变量只有 $\bar{H}_t$ 、 $\bar{C}_{2a}$ 、 ρ_{k0} 三个,它们的取值域为:

$$1 \leq \bar{H}_t \leq 3; 0.3 \leq \rho_{k0} \leq 0.5; 0.5 \leq \bar{C}_{2a} \leq 0.8 \quad (2)$$

按照分析和工程实际的要求^[2],约束条件包括:通道形式、叶片许用应力、通道扩张角、径高比 D 中/ L_2 、出口气流角 α_2 等。

上述三方面确定之后,最优化的数学模型可归纳为:

$$\left. \begin{array}{l} \text{目标函数} \quad \bar{X} = (\bar{H}_t, \bar{C}_{2a}, \rho_{k0})^T \\ \text{极小化} \quad \min_{\bar{X}} [1 - \eta_t(\bar{X})] \quad \bar{X} \in DCR^n \\ \text{等式约束条件} \quad h_i(\bar{X}) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m, \\ \text{不等式约束条件} \quad g_i(\bar{X}) < 0 \quad i = m+1, m+2, \dots, P \end{array} \right\} \quad (3)$$

其中 $n=3$ 即三个独立变量, $\bar{X}$ 是三个自变量的向量,自变量的取值域 D 由(2)确定,但

* 本文于1987年2月收到。

加上约束条件后的取值域 $D_1(<D)$ 就难以表达成显式,只能在求解过程中逐步确定。

几何参数最优化问题的数学规划(5)是一个非线性条件极值问题,可用SUMT^[10]外点法求解,但根据目前的情况,即约束条件不能表示成独立自变量显式函数时采用数值迭代法更为方便。本文采用了这种方法使用的损失模型为:

$$\xi_{\text{型面}} = \frac{0.003}{\left[0.09 \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2 \sin(B_1+B_2)} + 0.46\right] (\sin \beta_1 - \sin \beta_2) + 0.085} + 0.017 \quad (4)$$

$$\xi_{\text{二次流}} = \frac{0.047 \sin \beta_2}{\sin \beta_1} \left(\frac{\text{ctg} \beta_1 + \text{ctg} \beta_2}{\frac{h}{b}} \right) + 0.118 \quad (5)$$

三、叶片扭曲规律的计算方法

本文在 S_2 流面的计算中采用了通常的流线曲率法,在轴向间隙中作完全径向平衡计算:

连续方程: $G = \int_{r_{\text{根}}}^{r_{\text{顶}}} 2\pi r \rho C_m \cos \varphi dr \quad (6)$

径向平衡方程: $\frac{\partial C_m}{\partial r} = \frac{\frac{\partial H}{\partial r} - T \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{C_u}{r} \frac{\partial C_{ur}}{\partial r}}{C_m} - \left(\frac{\cos \varphi}{r_m} - \frac{\sin \varphi}{C_m} \frac{\partial C_m}{\partial m} \right) C_m \quad (7)$

其中: $\frac{-\sin \varphi}{C_m} \frac{\partial C_m}{\partial m} = \frac{\sin \varphi}{1 - M_m^2} \left[(1 + M_u^2) \frac{\sin \varphi}{r} + \frac{\text{tg} \varphi}{r_m} + \frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right]$

解量方程: $D[H - \omega(C_{ur})]/Dt = 0 \quad (8)$

状态方程: $P = \rho RT \quad (9)$

损失模型: 对应公式同(4), (5)

四、联合优化方法及其步骤

最佳几何参数选择是用数学模型(3),并采用迭代求解。三个独立变量作为循环参数,按(2)以一定步长取值,求解目标函数 $\eta_t(\eta_t^*)$ 的值,(1)中的非独立变量则用迭代法求解。因为事先不能确定约束条件对自变量取值约束后的“可行域” D_1 ,所以只能和热力计算联合进行,随时和约束条件进行比较,如果不满足约束条件,可以通过 α_1 和 β_2 分别对导叶和动叶调节,直到满足所有约束条件为止。对那些调节无效的自变量方案自动去掉,因此,凡能算出结果的方案均能满足约束条件,通过所有能满足约束条件的计算结果比较,可以找到相对透平级效率最高的那组几何参数和平均截面上的气动热力学参数,并以此作为叶片最佳扭曲规律数学模型中的约束条件。

在叶片最佳扭曲规律选择的数学模型中,以上述一元优化所得结果作为约束条件,透平级效率仍作为目标函数, c_{ur} 或气流角 α_1 、 β_2 沿叶高的分布作为自变量,这个自变量的取值范围可以通过各种变化规律,如指数规律、抛物线规律、等密流规律等系统地变化来获得。在上述满足约束条件的一系列计算结果中,通过比较得到对应最高级效率的叶片扭曲规律。

1. 一元几何参数选择的效率计算公式^[2]为:

$$\eta_t = \frac{2\bar{H}_t}{(A+B+C)} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } A &= \bar{C}_{2a}^{-2} \left[\frac{1}{\psi^2} + \left(\frac{C_{1a}}{C_{2a}} \right)^2 \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right) \right] + \frac{\bar{H}_t^2}{4} \left(\frac{1}{\psi^2} + \frac{1}{\psi^2} - 1 \right) \\ B &= \bar{H}_t \left[\bar{r}_2 \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right) - \left(1 - P_{Ro} \right) \frac{1}{\psi^2} + \left(1 - P_{Ro} \right) \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right) + 2 \right] \\ C &= \left\{ \left[\bar{r}_2^2 - 2(1 - \rho_{Ro}) \bar{r}_2 \right] \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right) + \left(1 - \rho_{Ro} \right)^2 \left(\frac{1}{\psi^2} + \frac{1}{\psi^2} - 1 \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\eta_T^x = \frac{2\bar{H}_t}{D+E+F} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } D &= \bar{C}_{2a}^{-2} \left[\left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right) + \left(\frac{C_{1a}}{C_{2a}} \right)^2 \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right) \right] + \frac{\bar{H}_t^2}{4} \left(\frac{1}{\psi^2} + \frac{1}{\psi^2} - 2 \right) \\ E &= \bar{H}_t \left\{ (1 - \rho_{Ro}) \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right) + \left[\bar{r}_2 - (1 - \rho_{Ro}) \right] \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right) + 2 \right\} \\ F &= \left\{ \left[\bar{r}_2^2 - (1 - \rho_{Ro}) \right]^2 \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right) + (1 - \rho_{Ro})^2 \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right) \right\} \end{aligned}$$

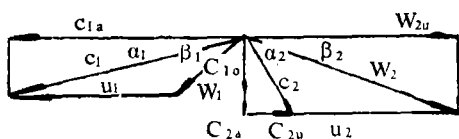
2. S_2 流面计算时损失的计算方法: 常见的有两种处理方法: (1) 损失沿叶高的分布取自试验或经验数据; (2) 损失参加迭代计算, 叶型损失和二次流损失分开计算, 叶型损失按沿叶高对应截面上的速度三角形和气流参数分别计算, 二次流按中截面上的速度三角形和气流参数计算, 然后平均分配到各计算截面上去。这两种方法均不合理, 前者的试验数据取自他人的设计方案和试验条件, 后者平均分配到沿叶高各截面上的损失与当地速度三角形和气流参数也是不一致的。

本文提出两种新的处理方法: (3) 损失参加迭代, 叶型损失计算同方法(2), 二次流损失仍按中截面速度三角形和气流参数计算, 但并不平均沿叶高分配, 而是以某一规律分配到各截面上去, 透平级效率由沿叶高按流量积分得到; (4) 相对于方法(3)改进了二次流的计算和分配方法, 顶部和根部二次流按相应截面的速度三角形和气流参数计算, 然后分别按 $(\Delta r/r)^7$ 规律由顶部和根部向中部分配, 这样分配的二次流损失与当地的型面损失迭加, 然后参加迭代计算, 这种方法将与实际情况更为接近。本文按方法(3)、(4)均做了计算, 并进行相应的比较。

五、算例与计算结果分析

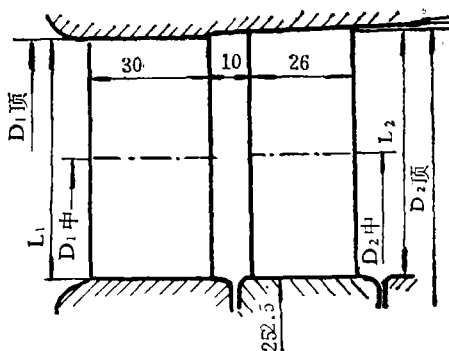
本文选用CZ355涡轮增压器透平的设计参数作为算例: $G = 4.893 \text{ kg/s}$, $P_0^* = 2.26 \text{ bar}$, $T_0^* = 781.3^\circ \text{K}$, $n = 20400 \text{ rpm}$, $R = 287.04 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, $k = 1.35$, $P_z^* = 1.04 \text{ bar}$ 。约束条件: 离心拉应力为 $\sigma_{\max} \leq 20 \text{ kg/mm}^2$, 子午面扩张角为 $3^\circ \leq \gamma \leq 15^\circ$, 相对叶高为 $4.5 \leq D_{\text{中}}/L \leq 6$, 要求等中径为 $D_{\text{根}} = \text{Const}$, α_2 的限制为 $75^\circ \leq \alpha_2 \leq 90^\circ$ 。

1. 几何参数最优化计算结果: 计算时分别用 η_t 和 η_T^* 作目标函数求优, 因增压器透平要求有很大的变工况范围, 不希望根部出现负反动度, 所以选择了中部反动度较高的对应 $(\eta_T^*)_{\max}$ 的优化通道作为实际设计通道。但为了研究比较, 还是对两个通道均作计算。以



$$C_1 = 409.4, C_2 = 151.2, W_1 = 130.7, W_2 = 388.7, \\ U_1 = 327.9, U_2 = 328.9, \alpha_1 = 16.05^\circ, \alpha_2 = 77.47^\circ, \\ \beta_1 = 59.9^\circ, \beta_2 = 22.307^\circ$$

图 1 B通道中截面速度三角形



$$D_{1\text{顶}} = 372.5, L_1 = 60, D_{1\text{中}} = 312.5, \\ D_{2\text{中}} = 313.5, L_2 = 61, D_{2\text{顶}} = 374.5$$

图 2 B通道几何图形

下称对应 $(\eta_t)_{\max}$ 的通道为A, 对应 $(\eta_t^*)_{\max}$ 的通道为B。图 1, 图 2 分别为B通道内中截面速度三角形和通道几何图形。

2. 在几何参数优选的基础上分三种情况进行 S_2 流面的优选计算。

(1) Cur沿叶高按指数规律变化算反问题:

$$\text{Cur} = (\text{Cur}^n)_{\text{中}} / r^{n-1}$$

n 为指数, 取 $n = 0.8$ 到 1.04 , 步长 0.03 , 计算结果见图 3, 图 4。图 4 中的虚线是用第(3)种损失方法在A通道内的结果, 其最高效率点 $n = 1.01$; 相当于自由涡规律, 对应的效率为 $(\eta_t)_{\max} = 0.8707$, $(\eta_t^*)_{\max} = 0.9304$, 和一元优选计算的最高效率 $\eta_t = 0.8707$, $\eta_t^* = 0.9303$ 相一致, 这就进一步证明了, 对于自由涡来说, 一元平均截面上的结果基本代表了沿叶高按流量平均量的论点。图 4 中的实线是按损失方法 4 计算的, 最高效率点是 $n = 0.89$, $(\eta_t)_{\max} = 0.863$ 和 $n = 0.83$, $(\eta_t^*)_{\max} = 0.92218$, 这也进一步证明了控制涡规律沿叶高平均量不能用一元平均截面结果代表。图 5 表示了不同损失方法效率沿叶高分布情况。从图 6 看到, 通道 A 对应的最佳扭曲规律的根部反动度接近于零, 而 B 通道对应最佳扭曲规律的根部反动度为 0.2 , 这就是我们在设计增压器透平时要选择 B 的进一步依据。

(2) 在B通道里Cur用抛物线规律优化:

$$(\text{Cur})_1 = (\text{Cur})_{1\text{中}} - K(r_1 - r_{1\text{中}})^2$$

$$(\text{Cur})_2 = (\text{Cur})_{2\text{中}} + K(r_2 - r_{2\text{中}})^2$$

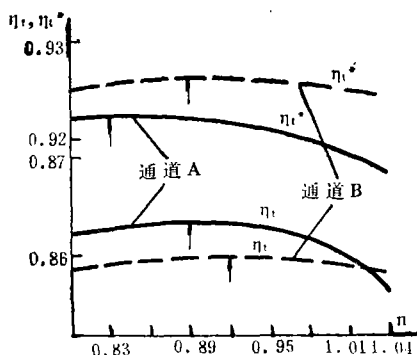


图 3 不同几何通道 (A和B) 对效率的影响 (都用损失方法 4)

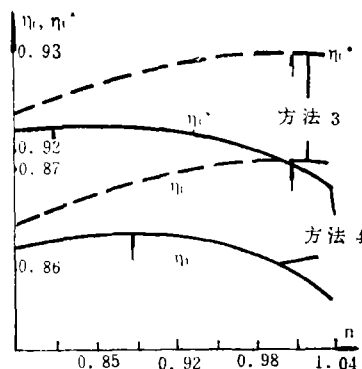


图 4 不同损失方法对效率的影响

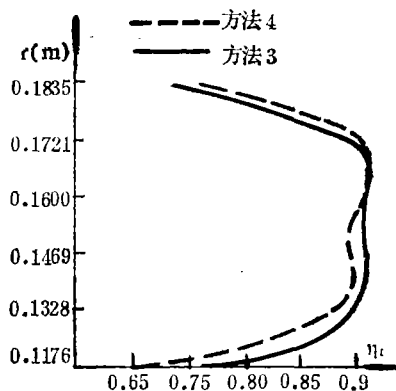


图 5 不同损失处理(损失方法3和4)下效率沿叶高的变化

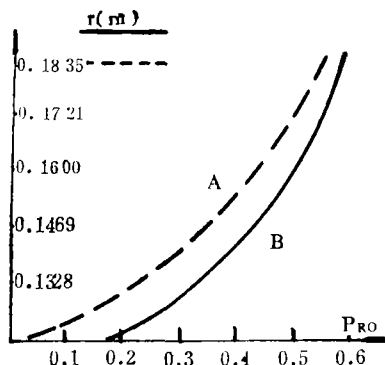


图 6 不同几何通道下反动度的变化

$K = 0.001$ 到 0.012 , 步长 0.001 。图7是优化结果, 和图3指数规律结果比较, 抛物线规律的最高效率略优, 它们在自由涡 $n = 0$ 和 $K = 0$ 时, 效率均偏低, 所以在透平设计中应采用优化的控制涡规律, 而不应默守自由涡的阵规。图8是指数和抛物线型对应于 $(\eta_t^*)_{\max}$ 的Cur分布, 前者的功沿叶高分布是根部小顶部大, 后者则是两端小中部大, 这是较合理的分布。因为两

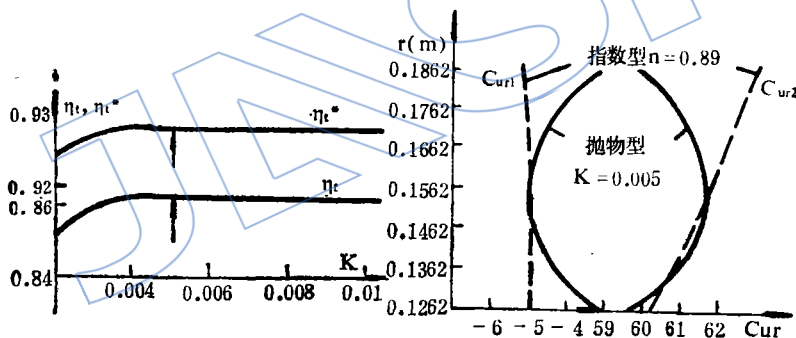


图 7 B 通道内Cur抛物线规律计算结果

图 8 Cur指数和抛物线型对应最佳效率时的分布

端损失较大, 抛物线型功分布使损失大的两端分担较小的负荷, 而损失较小的中部分担较大的负荷, 这种分布同时还可使级后压力分布更均匀, 这对多级透平的设计显得更为有益。

本文除在上述优化通道内对 S_2 进行优化计算外, 还在不合理的通道内对 S_2 进行优化。该通道取值为 $\overline{H}_t = 1.3$, $\overline{C}_{2a} = 0.6$, $\rho_{k0} = 0.36$, 计算所得几何量为 $D_{1\text{中}} = 0.3125\text{m}$, $D_{2\text{中}} = 0.3144\text{m}$, $L_1 = 45.6\text{mm}$, $L_2 = 47.6\text{mm}$, $D_{\text{中}}/L_1 = 6.842$, $\eta_t = 0.822$, $\eta_t^* = 0.9276$ 。显然 $D_{\text{中}}/L_1$ 太大, 叶片太短, 效率低。 η_t 下降 4.7% , η_t^* 下降 0.8% 。在此通道内采用抛物线型对 S_2 优化, 见图9。结果表明, 在不合理的几何通道里, 无论怎样进行 S_2 的优化设计也很难得到好的级效率 η_t 下降 4.7% , η_t^* 下降 0.8% , 因此, 对透平叶片扭曲规律的最优化研究, 一定要和几何参数的最优化研究结合起来统一考虑, 才能得到透平级优化设计所预期的结果。

(3) α_1 和 β_2 也按抛物线型算正问题:

$$\alpha_1 = \alpha_{1\text{中}} + (r_1 - r_{1\text{中}})^2 / K_a$$

$$\beta_2 = \beta_{2\text{中}} - (r_2 - r_{2\text{中}})^2 / K_\beta$$

K_α , K_β 为抛物线系数, 采用双重循环计算: α_1 是外循环, β_2 是内循环, 即每一个 α_1 的变化规律都对应有一系列 β_2 变化规律, 在 $K_\alpha = 0.0001$ 到 0.0004 , $K_\beta = 0.0001$ 到 0.00075 范围内求得的最大效率对应 $K_\alpha = 0.0003$, $K_\beta = 0.00065$ 。结果表明, α_1, β_2 都按抛物线规律变化很难得到好的扭曲规律。

通过各种方案计算比较之后, 最终应采用Cur按抛物线规律变化对应的最佳效率的那组扭曲结果。

六、结语

1. 本文提供了一个带有多种约束条件的轴流透平几何参数最佳选择的数学模型及与 S_2 流面联合优化的计算方法, 并给出了新的损失处理方法, 使得优化设计更合理。

2. 几何参数及与级负荷系数 $\bar{H}$ 匹配合理与否, 对级效率起着决定性作用, 故在研究 S_2 流面优化扭曲规律的同时对几何参数选择必须引以足够重视。

3. 输出功沿叶高按抛物线规律分布较为合理; α_1 和 β_2 按抛物线规律分布难以得到好的结果。

本文是首先提出几何参数与 S_2 流面联合优化设计并提供具体方法的文章, 它不仅有理论价值也有实用价值, 它可节省大量时间并且为下一步透平级优化计算机辅助设计提供基础。

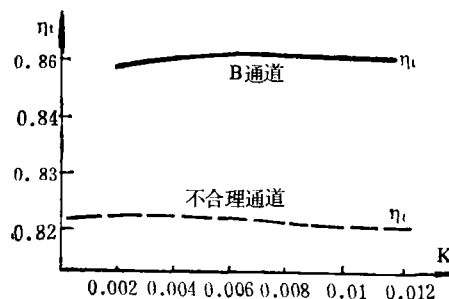


图9 通道对效率的影响

参 考 文 献

- [1] 强国芳, “关于涡轮级一元流动的最佳设计问题”, 舰船透平锅炉, 1976.No1。
- [2] 邹滋祥, “轴流透平几何参数的最佳选择”, 机械工程学报, 1985.No3。
- [3] 邹滋祥, “轴流透平叶片控制环量设计与扭曲规律优化的研究”, 工程热物理学报, 1982.No2。
- [4] 谷传纲, “轴流式压气机最优流型的理论研究”, 上海机械学院学报, 1982。
- [5] 刘高联, “平面叶栅气动设计的最优化理论(一)、(二)”, 力学学报, 1980.No4。
- [6] Citavy, J., “2-D Compressor Cascades with Optimum Velocity Distribution over the Blade”, ASME paper 74-GT-71.1974
- [7] 邹滋祥, “任意回转面上可压缩流动透平叶栅壁面最佳流速分布的计算方法”, 工程热物理学报, 1980.No4。
- [8] Huo, S., “Blade Optimization Based on boundary layer concept for compressible flow”, AGARD ograph No164(1972)。
- [9] 邹滋祥, “轴流透平优化设计方法的理论研究”, 机械工程学报, 1984.No1。
- [10] 程极泰, “最优设计的数学方法”, 国防工业出版社, 1984。

(责任编辑 冯毓诚)

A UNITED OPTIMUM METHOD FOR AN AXIAL TURBINE STAGE

Zou Zixiang, Yuan Ding, Li Xiaoling

(Institute of Engineering Thermophysics)

Abstract

A united optimum method for designing an axial turbine stage is provided which combines the blade geometry optimization with the optimization of meridian passage according to the blade twist. The physical models, mathematical expressions and procedures for optimum selection of the blade geometry, meridian passage and its twist are described respectively, and then a united procedure is proposed. A numerical example has been calculated with this procedure. In the result, this method is proven of both theoretical and practical values and may furnish the basis for CAD of a turbine stage.

EFFECT OF BIMODAL AP PARTICLE SIZE DISTRIBUTION ON ALUMINUM COMBUSTION IN PROPELLANTS

Li Shufen

(University of Science and Technology of China)

Jin Leji

(Red Star Chemical Plant)

Abstract

A Series of researches on degree of aluminum agglomeration and combustion in propellants have been completed experimentally. The results show that AP particle size distribution is an important factor effective on aluminum combustion in propellants. It is found that the smaller AP particles are, the less the possibility of aluminum agglomeration is. This conclusion supports the "Pocket Model", submitted by N. S. Cohen and is consistent with the results calculated with empirical formulas. The effect of bimodal AP particle size distribution is elaborated in this paper. It is suggested that the most suitable content of fine AP particle in the composition of propellants be about 40%. The result is helpful to the composition design of new propellants.

TECHNICAL NOTES

PREDICTION OF THE FLAME FRONT IN AN AUGMENTOR WITH SWIRLING FLOW

Tan Haoyuan and Guo Ningqun

(Nanjing Aeronautical Institute)

Abstract

A computing program has been worked out for prediction of the flame front in a swirl augmentor. The positions of flame front and the coefficients of pressure loss have been calculated for a variety of swirl angles. The results of the analysis indicate that the ratio of