

盘形锥齿轮截面形状的优化设计

东北工学院 郭星辉 韩二中 颜世英

摘 要

本文对盘状齿轮进行了优化设计。首先求得固有频率对设计变量的灵敏度系数矩阵,然后用优化的摄动迭代法求出满足频率限制的几种截面形状。从中选取增重最小的为最终结果,并分析了加工精度对齿轮固有频率的影响。齿轮按文中确定的截面形状制造后,实测结果表明优化是成功的。

一、前 言

地面和航空燃气轮机中有许多盘状锥齿轮。由于长时间工作在高速下,齿轮失效故障时有发生。文^[1~3]中对锥齿轮进行了试验和理论方面的分析,得出共同的结论:齿轮的断裂故障主要是齿轮在工作中产生横向弯曲振动,造成行波共振应力过大所致。实际情况中,齿轮的工作转速范围是确定的,所以盘状齿轮产生的行波共振与其自身的固有频率有关。为此,避免锥齿轮产生行波共振成为齿轮设计工作者的重要课题。

鉴于盘状锥齿轮产生故障的情况,本文中对某型发动机传动盘状锥齿轮的初始设计进行了研究。该齿轮设计的齿数、结构参数与文献^[1]中的B形齿轮相似,但其传递的扭矩大1.5倍。最初的有限元分析表明,其固有频率未达到设计的指标。所以在齿轮尚未生产前对其进行优化设计。首先以文献^[2]中经验验证的力学模型为基础,进行灵敏度分析,然后用优化的摄动迭代法求出了几种满足二、三节径频率限制的锥齿轮截面形状,以其中增重最小的为最优结果。并用文献^[2、3]中的方法对齿轮的离心应力、行波共振应力进行了计算,结果符合设计要求。最后分析了加工公差对齿轮固有频率的影响。

二、锥齿轮设计变量的灵敏度分析

由于设计的锥齿轮有频率限制,所以要修改设计使之满足限制要求时,必须知道锥齿轮固有频率对所修改的设计变量的敏感程度。初始设计的锥齿轮的质量矩阵、刚度矩阵用 $[M]_0$ 、 $[K]_0$ 表示,对第 i 阶特征值 λ_i^0 、特征矢量 $\{\varphi\}_i$ 满足下面关系:

$$[K]_0\{\varphi\}_i = \lambda_i^0[M]_0\{\varphi\}_i \quad (1)$$

在对质量正交的情况下,可写成:

$$\{\varphi\}_i^T[K]_0\{\varphi\}_i = \lambda_i^0, \{\varphi\}_i^T[M]_0\{\varphi\}_i = 1 \quad (2)$$

$[M]_0$ 、 $[K]_0$ 可看成设计变量 $(P_1, P_2, \dots, P_n)$ 的函数,此时(1)式可写成:

$$[K(P_1, P_2, \dots, P_n)]_0\{\varphi\}_i = \lambda_i^0[M(P_1, P_2, \dots, P_n)]_0\{\varphi\}_i \quad (3)$$

固有频率对设计变量的灵敏度记为^[4,5]:

$$S_k = \partial f_i / \partial P_k = \lim_{\Delta P_k \rightarrow 0} \Delta f_i / \Delta P_k \quad (4)$$

当设计变量 P_i 有微小增量 $P = P_i^0 + \Delta P_i$ 时, 质量、刚度矩阵和特征值、特征矢量也产生增量:

$$\begin{cases} [K] = [K]_0 + [\Delta K]; & [M] = [M]_0 + [\Delta M] \\ \{\varphi\}_i = \{\varphi\}_i^0 + \varepsilon \{\Delta \varphi\}_i; & \lambda = \lambda_0 + \varepsilon \lambda_1 \end{cases} \quad (5)$$

将 (5) 式代入 (1), 按摄动理论展成级数^[4], 忽略二阶微量:

$$\lambda_1 = -\lambda_0^2 (\{\varphi\}_i^0)^T [\Delta M] \{\varphi\}_i^0 + (\{\varphi\}_i^0)^T [\Delta K] \{\varphi\}_i^0 \quad (6)$$

$$\Delta f_i = [(\lambda_0 + \lambda_1)^{\frac{1}{2}} - (\lambda_0)^{\frac{1}{2}}] / 2\pi \quad (7)$$

其中

$$\begin{cases} [\Delta K] = [K(P_1, P_2 \dots P_i^0 + \Delta P_i \dots P_n)] - [K]_0 \\ [\Delta M] = [M(P_1, P_2 \dots P_i^0 + \Delta P_i \dots P_n)] - [M]_0 \end{cases} \quad (8)$$

将 Δf_i 代入 (4), 分别对 i, k 循环, 可得到固有频率对设计变量的灵敏度系数矩阵。它表明当设计变量有微小变动时, 固有频率的敏感程度。

计算的力学模型采用文献 [2] 中经验证的有限元模型。将锥齿轮分为十二个扇面, 共 1692 个自由度, 如图 1 所示。

图 2 是齿轮初始设计的截面形状。因轴套上装有向心推力轴承, 所以轴套两端 E、F 面简化成固定边界。我们以原设计的

A、B、C、D 四面增加 (或减少) 的厚度为设计变量 $P_1 \sim P_4$ 。以 B 面与铅垂线夹角 α 为 P_5 。

用前面 (4)、(6)、(7)、(8) 式可求得锥齿轮固有频率对设计变量的灵敏度系数矩阵, 数值如表 1。从表 1 中可见: P_1 增加, 各节径固有频率下降; $P_2 \sim P_5$ 增加, 则各节径型固有频率上升。并且以 P_2 、 P_4 灵敏度系数最大, 节径型固有频率之间的频率差加大。

表 1 灵敏度系数矩阵

频率 变量 Hz	一节径	扭 转	伞 型	二节径	三节径	四节径
$\partial f_i / \partial P_1$	-76.58	-83.28	-127.3	-43.3	-40.64	-32.74
$\partial f_i / \partial P_2$	158.0	-14.0	214.0	240.0	450.0	580.0
$\partial f_i / \partial P_3$	96.0	12.0	64.0	84.0	80.0	60.0
$\partial f_i / \partial P_4$	22.0	-26.0	108.0	204.0	524.0	900
$\partial f_i / \partial P_5$	2.0	-3.0	9.0	25.0	47.0	40.0
备注	$P_1 \sim P_4$ 的单位为毫米, P_5 单位为度。					

三、齿轮的截面形状优化过程

结构优化的方法很多, 如多变量法、摄动求逆法等。但都无法直接得到要修改的设计变量增量。为此, 我们提出一种优化的摄动迭代过程, 以初始设计的结构形状为基础, 先求出

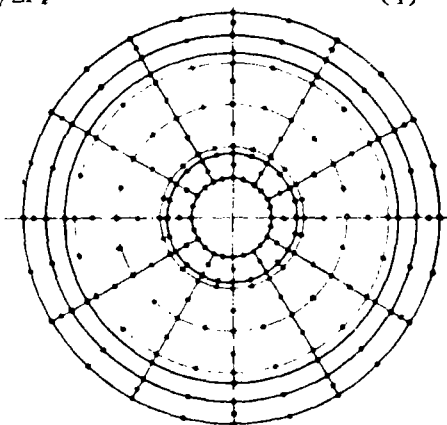


图1 有限元模型

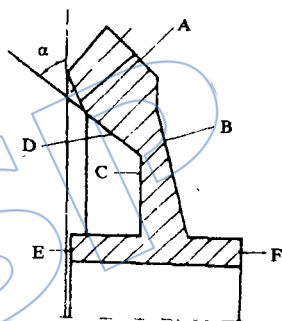


图2 齿轮截面形状

初始设计结构的固有频率 $\{f\}_0$ 和振型 $\{\varphi\}_0$ ，再从前节的灵敏分析中确定待修改的变量，当一个或几个设计变量变化时，由公式 (8) 可得到 $[M][K]$ 的增量，由公式 (6) (7) 求得此种情况下的频率值 $\{f\}$ ，与给定的频率限制 $\{f\}^*$ 相比较，得到频差 $\{\Delta f\}$ 。若 $\{\Delta f\}$ 小于给定误差则优化结束。若 $\{\Delta f\}$ 大于给定误差，则减小修改设计变量的步长，若 $\{f\}$ 值比原设计频率 $\{f\}_0$ 离限制频率 $\{f\}^*$ 更远，则由灵敏度分析重新确定修改的设计变量。

从齿轮灵敏度系数矩阵中可知， P_2 和 P_4 两个设计变量的灵敏度系数最大，修改它们能使齿轮增加重量最小，故此我们研究了 P_2 、 P_4 分别变化和同时变化的三种优化结果。表 2 是优化解、有限元解与齿轮截面按 $\Delta P_4 = 0.265\text{mm}$ 修型制造后静频、动频的测试结果。

表 2 优化解、有限元解、实测结果

频 率 Hz		一 节 径	扭 转	伞 型	二 节 径	三 节 径	四 节 径	增 重
原设计结果		1977.90	2247.00	3289.00	3506.20	8203.10	13806.4	
频率限制		小于 2200	无	无	3560.00	大于 8300	无	
优化解	$\Delta P_2=0.225$	2013.45	2243.85	3337.85	3560.00	8304.35	13936.5	10.5 克
	$\Delta P_4=0.265$	1983.73	2240.11	3318.32	3560.00	8341.96	14044.8	6.6 克
	$\Delta P_2=0.100$	1996.90	2241.70	3335.97	3560.00	8325.13	13996.6	8.2 克
	$\Delta P_4=0.147$							
有限元解		$\Delta P_4=0.265$	2012.70	2271.00	3341.00	3557.30	8317.00	13921.0
测量结果	静频				3491.00	8338.00	14285.0	
	动频				3550.00	8375.00	14310.0	
备注		实测结果中静频由清华提供，动频由北航 405 提供。						

从表 2 中可见，优化解与有限元解相当，与静频、动频测试结果相差均在 2% 以内，与文献 [1~3] 中其它型锥齿轮计算误差相同，说明优化是成功的。

优化后齿轮的二节径频率虽然离开高转速区，但在低转速区仍有行波共振产生。故这里应用文献 [2、3] 的方法检验了齿轮槽底的离心应力、行波共振应力。表 3 列出了与文献 [1] 中 B 齿轮的比较。可见虽然本文设计的齿轮承受扭矩为 B 型齿轮的 1.5 倍，但锥齿轮槽底的最大应力值接近，其静、动强度是有保证的。

表 3 齿轮的离心和共振应力

	离心应力	行波共振应力	叠 加
文献 [1] 中 B 齿轮	102.3 MPa	67.4 MPa	169.7 MPa
本文设计的齿轮	80.7 MPa	92.1 MPa	172.8 MPa

四、齿轮加工精度对固有频率的影响

从表 2 可见优化解、有限元解均与实测有误差。这主要是优化解、有限元解都按无公差的面形状设计计算。实际制造中，加工的截面形状与设计的截面形状有公差。为了研究加工公差对固有频率的影响，我们回到公式 (4)，由灵敏度定义：

$$S_{\Delta} = \lim_{\Delta P_i \rightarrow 0} \Delta f_i / \Delta P_i$$

令加工公差为 $\Delta X_i = \Delta P_i$ ，则受 $\{\Delta X\}$ 的影响固有频率变化可近似表示成 (4)'：

$$\{\Delta f\} = [S_a]\{\Delta X\}$$

由于在前文中 $[S_a]$ 已知, 把各设计变量的加工公差带入公式 (4)', 即可得到加工公差对固有频率的影响。表4列出了各种情况。

表4 加工公差对固有频率的影响

设计变量	加工公差带	固有频率的增量 (Hz)					
		四节径	一节径	扭 转	伞 型	二节径	三节径
P_1	-0.1838	14.07	15.30	23.40	7.89	7.60	6.01
P_2	+0.1	15.80	-1.40	21.40	24.00	45.00	58.00
P_2	-0.1	-15.80	1.40	-21.40	-24.00	-45.00	-58.00
P_3	-0.11	-10.5	-1.30	-7.0	-9.20	-8.80	-6.6
P_4	+0.3535	7.8	-9.20	38.20	72.0	185.0	318.5
P_4	-0.3535	-7.8	+9.20	-38.20	-72.10	-185.20	-318.15
P_5	+0.1°	0.2	-0.3	0.90	2.5	4.70	4.00
P_5	-0.1°	-0.2	0.3	-0.90	-2.5	-4.70	-4.00
最大上限差		37.8	28.9	83.9	106.5	242.5	386.15
最大下限差		-34.3	-12.2	-67.5	-107.8	-243.7	386.7

从表4中可见二、三、四节径的固有频率受加工公差的影响都很大, 约在 $\pm 3\%$ 左右。尤以 P_2 、 P_4 两个参数的公差对固有频率的影响最为显著。在设计、加工中提高这两个尺寸的公差精度, 可减少齿轮的固有频率分散度。并能缩小锥齿轮行波共振响应的范围, 有利于限制行波共振的产生。

地面和航空燃气机工作环境复杂, 其零部件的重量、固有频率受到严格的限制。为此, 在设计阶段就应加以考虑, 以免产生零部件损坏事故。本文提出了一个优化的摄动迭代过程, 对国产某型发动机的中央传动锥齿轮进行了优化设计。齿轮制造后的测试数据表明优化是成功的。同时本文提供的方法也适用其它盘类零部件的优化。

参 考 文 献

- [1] 李其汉、晏砺堂、赵福安, “盘型锥齿轮振动特性的故障分析”《航空学报》87. 10。
- [2] 郭星辉、颜世英、韩二中、张日辉, “圆锥齿轮静鄂和振型的有限元分析”, 第四届发动机结构强度会议, 1987。
- [3] 韩二中、郭星辉、颜世英、张日辉, “圆锥齿轮行波共振应力响应仿真计算”《航空动力学报》第3卷, 第3期 1988。
- [4] Chen, J. C. and Wada, B. K., “Matrix Perturbation for Structural Dynamic Analysis”, AIAA Journal v15, 1977, pp1059-1100。
- [5] 林家浩 “结构动力优化中的灵敏度分析”, 振动与冲击, 1985. 1. pp1-6。
- [6] Jonathan Turner, M., “Design of Minimum Mass Structures with Specified Natural Frequencies” AIAAJournal, vol. 5, 1967。

(责任编辑: 李其汉)

AN OPTIMUM DESIGN OF CROSS-SECTIONAL SHAPE OF BEVEL GEAR

Guo Xinghui, Han Erzhong, Yan Shiyang
(Northeastern University of Technology)

ABSTRACT The optimum design of a high speed bevel gear has been accomplished. At first, the sensitivity matrix of natural frequencies of the bevel gear is obtained in relation to design variables. And then the optimum perturbation iteration procedure is applied to the dynamic optimum design of a high speed bevel gear. Some results satisfying frequencies constraints are obtained. The result with smallest weight is selected. And the effect of process accuracy on natural frequencies of the bevel gear are discussed. The results of the experiments on the bevel gear manufactured show that the optimum design is a success.

FRETTING FATIGUE

Stress distribution and prediction of crack location in dovetail joints

He Mingjian (Nanjing Aeronautical Institute)

ABSTRACT In reference to the research results of Oxford University in U. K., author designed a more simple dovetail joints specimen to model a blade to disc joint in a typical gas turbine and improved the analysis method. The specimen has been analysed and tested. The results are better than the previous ones of Oxford University.

Correctness and effectualness of the analysis method are verified by tests. The method enables to determine the stress and temperature fields in the contact surface and the nearby area, to estimate the state in interface (stick, slip, or separation), and to know how much energy consumed for friction in the contact surface. Therefore, it is possible to predict distribution of fretting damage along the interface and the location of crack which will spread.

RELIABILITY TESTING TECHNIQUE OF BLADING FATIGUE WITH CONFIDENCE LEVEL

Zhuang Zhongliang, Gao Deping, Lu Qixin
(Nanjing Aeronautical Institute)

ABSTRACT During reliability testing of blading fatigue, it is necessary to consider not only its reliability, but also its confidence, characteristics of specimens, simulation technique and so on simultaneously. In this view, a reliability testing technique with confidence level is presented which can estimate blading fatigue life more reasonably. This technique also can be applied to predicting fatigue life of other mechanical parts.