

叶轮机械全三维气动杂交问题的数值求解方法^{*}

中国科学院工程热物理研究所 陈乃兴 董明 张家林

摘要】 本文介绍了一种求解叶轮机械全三维气动杂交问题新的数值方法。本方法使用了非正交曲线坐标系和非正交速度分量的势函数方程,并构造了守恒形式的近似分解因式格式,通过不断修正叶片通道宽度,使叶面上速度达到预先要求的速度分布。根据本方法使用 FORTRAN 编写了计算程序,并对单转子压气机叶片进行了修正计算,其结果十分令人满意。

一、前 言

设计高性能、高效率的动力装置和发动机已成为工程师面临的重要任务之一,而其最重要的步骤是设计高效率的发动机叶片。到目前为止,通常的叶片设计方法是根据经验和绘图,或者把成型的叶片进行修正,然后再对叶片进行实验校核,如不符合气动要求,必须再次修正叶片,如此反复,直到达到要求为止。很明显这种方法不仅费时麻烦、耗资大,而且往往得不到较高的精度。

随着高速大容量电子计算机的发展,使之使用计算机设计高效率叶片成为现实,各种各样的计算方法应运而生。叶片的计算机设计通常有几个步骤来完成,它们包括:正问题计算、反问题或杂交问题的计算,这种设计方法越来越被设计师们认为是得到具有优良气动性能叶片形状的有用工具,因而愈来愈多的科学家和工程师重视反问题和杂交问题计算。近年来,一些这方面的研究已在国内外发表^[1~10]。到目前为止,在这方面发表的大部分文章都集中于二维流动^[1~7,10],最近已有部分文章^[8,9]开始三维计算。

基于数值求解三维势函数方程、通过修正部分叶片通道宽度以满足要求的叶面速度分布,本文给出了一种新的求解杂交问题的方法。文中使用了全隐近似因式分解(AF)方法求解非正交曲线坐标下的椭圆-双曲型三维势函数方程。该方法首先在文献[11]中提出并被用于计算机翼及压气机叶型的二维和三维流动^[12~13],所有的结果都表明近似因式分解方法是提高跨音无旋流动计算收敛速度的一种可靠有效的工具。

如果所有网格点的子午座标(z, r)在迭代修正过程中不变,那么周向角距离变成了主要控制变量并且大多数度量张量是它的函数,根据速度与度量张量的关系,可以推出速度与周向角距离的关系式,这样可以通过满足预先要求的叶面速度分布得到周向角距离的数值。本文编写的计算杂交问题程序用来修正单转子压气机叶片,该叶片在中国科学院工程热物理研究所已经进行了实验和计算。

二、数学模型的控制方程

本文假设叶栅通道中流动为理想的等熵无旋流动, 其各控制方程如下:

$$\text{连续方程} \quad \nabla \cdot (\rho \vec{W}) = 0 \quad (1)$$

$$\text{运动方程} \quad \nabla \times \vec{V} = 0 \quad (2)$$

式中 $\vec{W}$ 和 $\vec{V}$ 分别为相对和绝对速度矢量, 它们之间关系为:

$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{\Omega} \times \vec{r} \quad (3)$$

根据等熵条件有:

$$dI/dt = 0 \quad \text{和} \quad dS/dt = 0 \quad (4)$$

式中 I 为转焓, S 表示熵, Ω 表示旋转角速度。

对于理想气体等熵运动有:

$$\rho = \{1 - [(\vec{W})^2 - \Omega^2 r^2 / 2I]\}^{1/(k-1)} \quad (5)$$

根据无旋条件有:

$$\vec{V} = \nabla \Phi = g^{il} (\partial \Phi / \partial x^l) \vec{e}_i \quad (6)$$

由上式可以得到绝对速度矢量的逆变分量

$$v^l = g^{li} \partial \Phi / \partial x^i \quad (l = 1, 2, 3) \quad (7)$$

连续方程 (1) 可改写为:

$$\partial (\overline{g} \rho w^i) / \partial x^i = 0 \quad (8)$$

方程 (7) 代入 (8) 式, 可得势函数方程:

$$\partial \partial x^l (\rho \overline{g} g^{li} \partial \Phi / \partial x^i) - \partial (\overline{g} \rho \Omega r / \overline{g}^{22}) / \partial x^2 = 0 \quad (9)$$

方程 (6~9) 根据爱因斯坦求和原则计算。

三、势函数方程的离散化

根据文献 [13], 下面逐步给出差分方程, 首先引入人工密度 ρ :

$$\rho = \rho - \mu (|\vec{W}| / \overline{W} \partial \rho / \partial x^i \Delta x^i) \quad (10)$$

式中 $\partial \rho / \partial x^i$ 代表根据下列准则得出的导数: 当 $W^i > 0$, 使用逆风差分, 即 $\partial \rho / \partial x^i$; 当 $W^i < 0$ 时,

使用向前差分, 即 $\partial \rho / \partial x^i$ 。人工密度系数 μ 为:

$$\mu = \min \{ \max [Ma^2 - 1) D, 0], 1 \} \quad (11)$$

式中 D 为常数, 规定 0.3。

将式 (10)、(11) 代入式 (9), 可得到 (9) 的差分方程:

$$\begin{aligned} L \Phi_{\alpha, \beta, \gamma} = & \delta_x^{-1} \left(\overline{g} \rho \sum_{i=1}^3 g^{li} \delta_x^i \Phi \right)_{\alpha + \frac{1}{2}, \beta, \gamma} + \delta_x^{-2} \left(\overline{g} \rho \left(\sum_{i=1}^3 g^{2i} \delta_x^i \Phi - \Omega r / \overline{g}^{22} \right) \right)_{\alpha, \beta + \frac{1}{2}, \gamma} \\ & + \delta_x^{-3} \left(\overline{g} \rho \sum_{i=1}^3 g^{3i} \delta_x^i \Phi \right)_{\alpha, \beta, \gamma + \frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (12)$$

式中 α, β, γ 分别为 x^1, x^2, x^3 座标值。 δ_x^i 为逆风差分算子, δ_x^i 为中心差分算子。

本文使用了 AF2 隐式格式 (由 Holst 提出并在文献 [13] 经修正) 和多重网格技术计算叶栅机械中的跨音速流动, 结果证明具有较好的稳定性和较高的收敛速度, 对于边界条件规

定可参阅文献 [13]。

四、杂交问题的公式

本文使用了特殊的非正交曲线坐标系 (贴体坐标系)。通过使以下公式成立建立准流线方向坐标线 (x^1):

$$(\varphi - \varphi_0) / \delta\varphi = \text{const} \quad (13)$$

式中 φ 为吸力面的角坐标, $\delta\varphi$ 是压力面和吸力面之间的角距离。

根据方程 (13), 文中规定:

$$(x^2 - x_s^2) / \Delta x^2 = (\varphi - \varphi_0) / \delta\varphi$$

式中 x_s^2 为吸力面 x^2 坐标值 (通常为零), Δx^2 为压力面和吸力面之间 x^2 差值 (为常数), 由此, 得到:

$$\partial / \partial x^2 = 0, \quad \partial \varphi / \partial x^2 = \delta\varphi / \Delta x, \quad \partial / \partial x^3 = 0 \quad (14)$$

根据定义, 可以得到下列度量张量:

$$\left. \begin{aligned} g_{ij} &= A_{ij} (r \delta\varphi \Delta x^2)^n \\ g &= \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{vmatrix} = C \cdot (r \delta\varphi \Delta x^2)^2 \\ g^{ij} &= A^{ij} (r \delta\varphi \Delta x^2)^m / g \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

其中 n, m 为 0, 1, 或 2。各式中的系数 $A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{22}, A_{23}, A_{33}, A^{11}, A^{22}, A^{33}, A^{12}, A^{13}, A^{23}$ 和 C 都是 (r, φ, z) 以及它们对 x^i ($i=1, 2, 3$) 的偏导数的函数。如果叶片形状已知, 可求出各度量张量。由于 x^1 坐标线取为准流线方向, 该方向的逆变速度物理分量 W^1 基本上等于总速度 W , 因而为方便起见, 本文规定了叶面上要求达到的速度为 W^1 以代替规定的总速度 W 。

从式 (7) 有:

$$(W^1)_i = [g_{11}(g^{11} \partial \varphi / \partial x^1 + g^{12} \partial \varphi / \partial x^2 + g^{13} \partial \varphi / \partial x^3)] \quad (17)$$

式中下标 i 代表吸力面或压力面, 即 $i=s$ 或 $i=p$ 。

将式 (15~16) 代入 (17), 可得周向角距离如下:

$$\delta\varphi^1 = \{ (A_{11} \cdot \Delta x^2 / C \cdot r) A^{11} (\partial \varphi / \partial x^1) r \cdot \delta\varphi \Delta x^2 + A^{12} (\partial \varphi / \partial x^2) + A^{13} (\partial \varphi / \partial x^3) r \cdot \delta\varphi \Delta x^2 \}^v / W_c^1 \quad (18)$$

式中上标 v 代表第 v 次迭代, W_c^1 代表要求达到 (目标) 的叶面速度的 x^1 方向逆变物理分量。如果 W_c^1 给定并且方括号中各值在迭代中得到, 那么就可以求出 $\delta\varphi$ 。本文就是根据此方法, 通过不断修正周向角距离 $\delta\varphi$ 来得到符合要求的叶片。

五、算 例

基于以上原理编写的计算程序已应用于修正压气机叶片, 该叶片在中国科学院工程热物理所压气机试验台中经过实验测定, 叶片数为 26, 总流量 40.48 kg/s, 转速 6699 rpm, 计算是在装有加速板的 IBM-PC 计算机上进行, 时间 2 小时 16 分, 网格数为 $50 \times 11 \times 11$ 。

叶片通道及网格系统显示在图 1 中。图 2 显示了经过 71 次修正 $\delta\varphi$ 后的收敛情况, 可以看到计算的 W^1 与要求速度 W_c^1 的最大差值已由 10 m/s 左右降到 0.8 m/s。图 3 修正前后的叶片

形状。

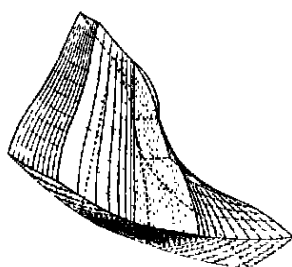


图1 叶片通道及网格系统

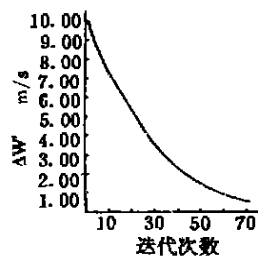


图2 收敛曲线

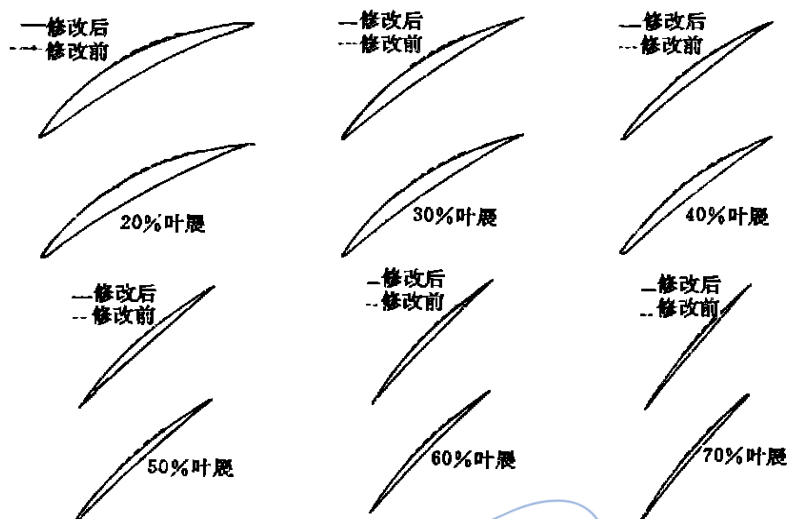


图3 修改前后的叶片形状

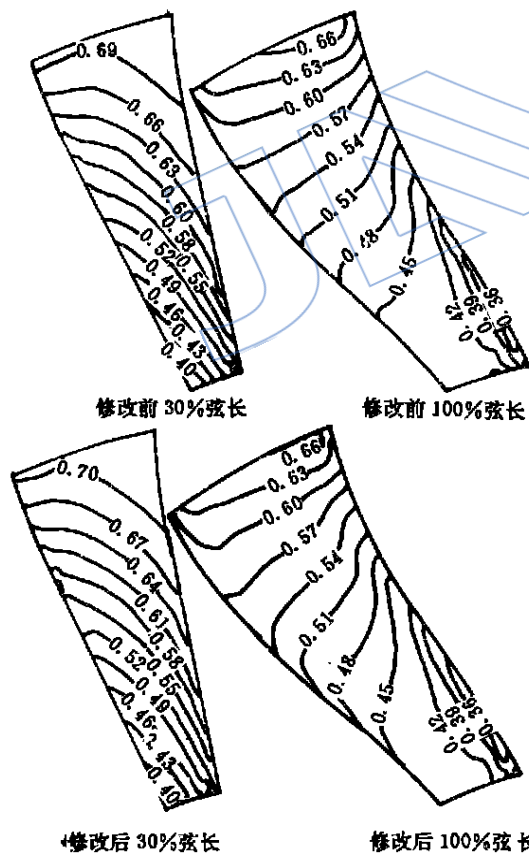


图4 x^2-x^3 座标面上的马赫数等值图

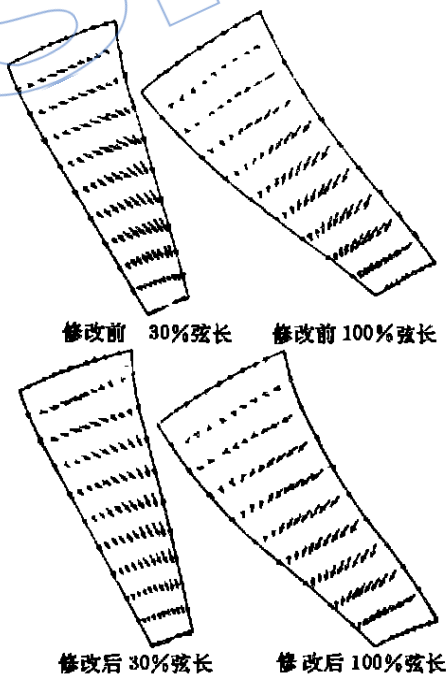


图5 x^2-x^3 座标面上的速度矢量图

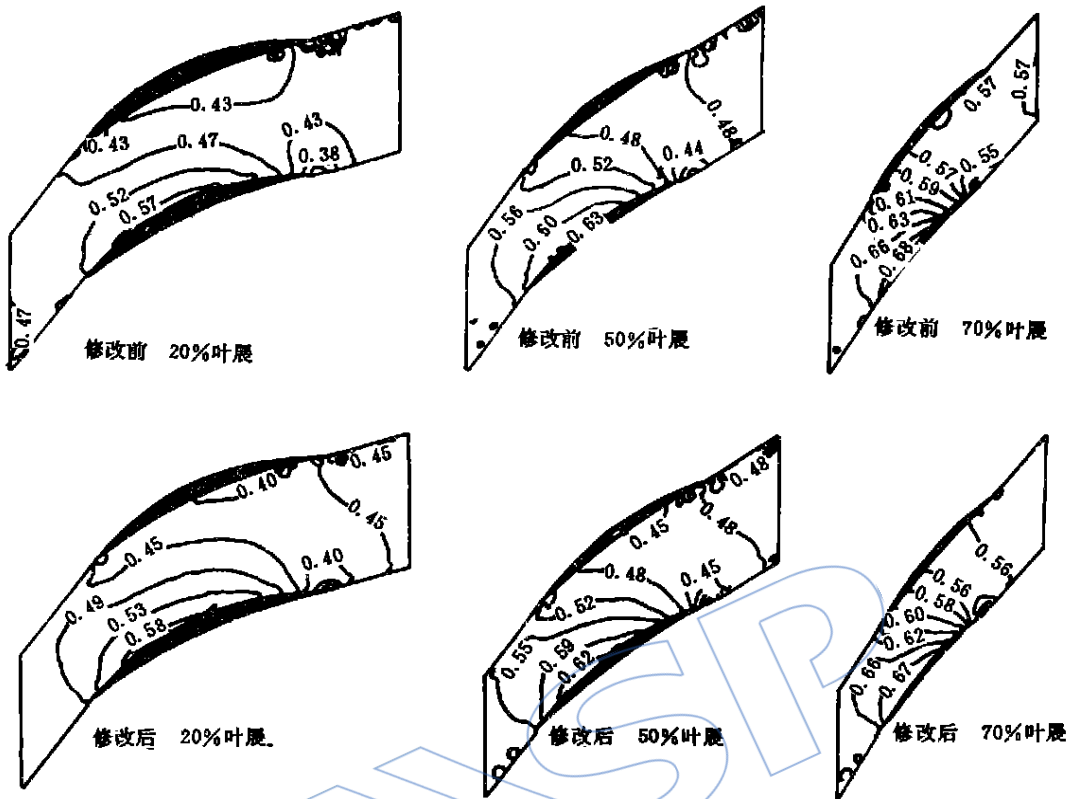


图 6 x_1-x_2 座标面上的 Ma 等值图

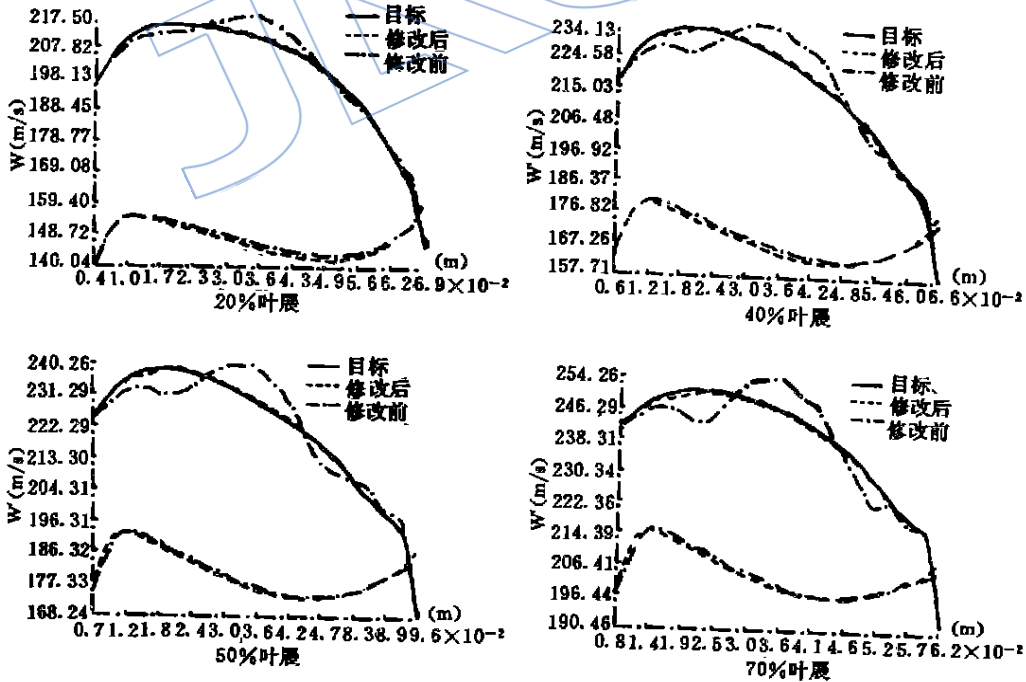


图 7 速度矢量图

在本程序中,整个数值计算由两套迭代环组成:五次正问题计算修正一次 δQ 。图 4 为 x^2-x^3 座标曲面的等值图,图 5 显示了修正前后在 x^2-x^3 座标曲面上的速度矢量图。图 6 给出了修正前后不同的 x^1-x^2 座标曲面上的马赫等值图,图 7 给出了四个截面 (x^1-x^2) 座标曲面上压力面和吸力面上的 x^1 方向物理逆变速度分量的分布,图中实线为要求达到的 W^1 速度分布,点划线和虚线分别为修正前后的 W^1 速度分布。由图中可以看到,经修正后的叶片吸力面上的速度分布更加光滑并且十分接近要求的速度分布。

六、结 论

气动设计方法包括反问题和杂交问题将会得到越来越广泛的重视和发展,这使我们更加坚信高效率的叶轮机械叶片必然不断地能够设计出来。

本文提出的杂交问题求解方法通过对于单转子压气机叶片的数值修正计算,其结果十分令人满意,这表明本方法及其计算程序不仅简单可靠,而且精度高,它将是叶片设计的一种行之有效的工具。

参 考 文 献

- [1] 刘高联、陶城,“任意旋成面叶栅气动反命题及杂交命题的通用解法”,动力工程,2,(1981)。
- [2] 邹滋祥、龚增锦,“超临界叶栅的反问题算法以及在任意回转面上的推广”,中国工程热物理学会第四届年会宣读论文,1983年10月。
- [3] 周新海、朱方元、张瑾,“求解叶栅跨声速流动反问题的有限体积方法”,中国工程热物理学会第五届年会宣读论文,1984年。
- [4] 刘高联,“旋成面叶栅一些杂交气动命题的新解法”,中国工程热物理学报,第5卷,第1期,1984年。
- [5] Wang Zheng-ming, “Solution of Transonic S₁ Surface Flow by Successively Reversing the Direction of Integration of the Stream Function Equation”, ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, April 1985.
- [6] Chen Naixing and Li Weihong, “A New Method for Solving Aerodynamic Hybrid Problem of Profile Cascade on S₁ Stream Surface of Revolution by Employing Stream-Function Equation Expressed with Non-orthogonal Coordinate System”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 22, 1986.
- [7] Chen Nai-xing, Zheng Feng-xian and Li Wei-hong, “An Inverse (Design) Problem Solution Method for the Blade Cascade Flow on Stream surface of Revolution”, Journal of Turbomachinery, Transaction of ASME, Oct. 1986.
- [8] Bamdo, K., Miyake, Y. and Kurlkawa, M., “A Three-Dimensional Inverse Calculation of an Axial-Flow Rotor by Finite-Difference Actuator Duct Method”, 87-TOKYO-IGTC-36.
- [9] Mauro Varetto, “Application of a 3D Inviscid Rotational Design Procedure for Turbomachinery Bladings”, ISABE 87-7022.
- [10] E. Schmidt and D. Berger, “Inverse Design of Supercritical Nozzles and Cascades”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 22, 1986.
- [11] Ballaus, W. F., Jameson, A. and Albert, J., “Implicit Approximate Factorization Schemes for the Efficient Solution of Steady Transonic Flow Problems”, AIAA Journal, Vol. 18, No. 6, 1978.
- [12] Baker, T. J. and Forgey, C. R., “A Fast Algorithm for the Calculation of Transonic Flow Over Wing/Body Combinations”, AIAA Paper No. 81-1015, 1981.
- [13] 张家麟,“使用非正交曲线坐标与非正交速度分量轴流式压气机转子二元跨声速流场势函数方程人工可压缩性-近似分解因式解”,中国工程热物理学报,第7卷,第1期,1986年。

NUMERICAL SOLUTION OF 3-D HYBRID PROBLEM IN TURBOMACHINERY

Chen Naixing, Dong Ming, Zhang Jialin

(*Institute of Engineering Thermophysics, Chinese Academy of Sciences*)

ABSTRACT

A new numerical method for solving aerodynamic hybrid problem of fully three-dimensional (3-D) flow in turbomachinery is presented. This method is based on non-orthogonal coordinate system and contravariant velocity components and employs the approximate factorization-multigrid scheme in conservative form. It has been proved that this scheme improves the numerical computation convergence speed and the computational precision.

In the present hybrid solution method, the meridional positions (z, r) at all grid points are kept unchanged in the process of iterations, but angular channel width $\delta\mathcal{P}$ varies. Since all the metric tensors are the function of $\delta\mathcal{P}$, according to the relationship of the physical relative velocity component W' with the metric tensors and the derivatives of potential function, the relationship of the angular channel width $\delta\mathcal{P}$ with W' is derived on the suction surface of the blade, i. e. the angular channel width is the function of physical relative velocity component W' . Then the circumferential angular width could be obtained from the given target stream-like velocity component distribution through the successive iterative correction. The computer program written by this method for numerical solution of the 3-D hybrid problem has been applied to modify a single rotor compressor with satisfactory results.

EXPERIMENTAL INVESTIGATION ON VORTICAL TYPE FLOW IN COMPRESSOR CASCADES

Tang Yanping, Chen Fang, Chen Maozhang

(*Beijing University of Aeronautics and Astronautics*)

ABSTRACT

A series of experiments to investigate the vortical flow in compressor cascades have been completed with a measuring and visualizing system. The phenomena observed include the generation of corner vortices and the interaction between corner vortices and boundary layers on the blade suction surface in the compressor cascades. Based on these experimental results, the flow topology and vortex structure related to the flow pattern have been deduced at moderate incidences. However, at high incidences some important changes for the flow pattern appear and vortex breakdown and reversed flow represent the main characteristics of the vortical flow. Furthermore, the dynamic effects in the compressor cascade, such as the effects of the vortical flow on loading and losses, have been investigated. The results obtained are as follows:

(1) At moderate incidences, a high loss region in the corner appears along with the formation of the corner vortex system. The principal loss mechanism comprises: (a) the three-dimensional separation of the corner vortex and secondary vortices; (b) mixing of fluids with