

# 考虑冷气掺混的涡轮气动设计计算方法

南华动力机械研究所 石靖 李君山 中国科学院计算中心 王平治 金石

**【摘要】** 为进行冷却涡轮气动设计计算在旋转坐标系中推导了满足质量、动量和能量方程的冷气与主流掺混的关系式。据此编制了计算机程序。计算结果表明：对于较大的冷气流，气流参数有显著的变化，精细考虑冷气影响是必要的。

## 一、基本假设与基本工作过程

关于冷气与主流的掺混，一元流动有 Shapiro 模型<sup>[1]</sup>。对于涡轮轴向间隙内一元轴对称绝对气流参数的变化，Anderson<sup>[2]</sup>建立了微分关系式。对于冷却涡轮子午面间隙站气动设计过去仅考虑主流流量有一个总的增加，燃气温度有一个总的降低，对一个级引进“有效温度”“有效流量”的概念。另外一些设计计算方法也仅计及了质量、能量变化，未计及动量的变化<sup>[3]</sup>。对每个小流管在以等角速度旋转的相对坐标系中，建立满足质量、能量和动量方程的关系式。

所采用的基本假设是：1. 主燃气与冷气掺混后在间隙内为轴对称流。2. 对于静子叶片绝对气流稳定，对转子叶片相对气流稳定。3. 在间隙站掺混后的气流满足径向平衡方程。4. 在每个小流管内冷气与主流的掺混满足质量和能量守恒方程，但忽略由气流掺混所引起的流线位置的变化。在动量方程中忽略流体内部及控制面流管管壁的摩擦力。5. 经过叶片排的粘性影响以及冷气与主流掺混的粘性损失由经验系数（叶栅效率）历史地加以考虑。6. 不考虑冷却气流与主流能量交换的细微过程，仅考虑其满足方程总的效果。

考虑冷气与主流的掺混，对于每个小流管气流的膨胀掺混工作过程可近似地描述如下：（以带\* 的量表示掺混前的量，带下标c 的量表示冷气参量，不带标志的量表示掺混后的量）。

1. 如图1所示，气流从导叶及动叶的进口状态进行膨胀粘性损失在这段过程中予以考虑。导叶从状态a 膨胀到b'，其理想状态为M，动叶从状态b 膨胀到e'，其理想状态为R。其叶栅效率分别为： $\eta_{\text{导}} = (T_o^* - T_1) / (T_o^* - T_M)$ 、 $\eta_{\text{动}} = (T_{w2} - T_2) / (T_{w2}^* - T_R)$  其中  $T_w^* = T + w^2 / (2c_p)$  =  $(I + \omega^2 r^2 / 2) / c_p$ ，(w 为相对流速) 因此计算站j 的  $P_j^* = P_{j-1} \cdot [(T_j + T_{w,j}^* + (\eta_j - 1) / T_{j-1} \eta_j]^{k/(k-1)}$

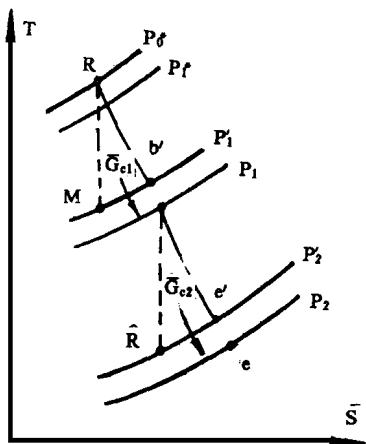


图1 有冷气掺混的涡轮工作过程

2. 冷气与主流掺混后，导叶气流状态从b'变为b，动叶从状态e'变为e。

3. 关于有冷气掺混的涡轮级效率尚没有公认统一的定义。一种定义认为导叶的冷气流进

入动叶参加做功, 而动叶的冷气不参与做功, 其滞止效率的定义为:  $\eta_1 = k_B / (k_B - 1) \cdot R_B (T_1^* - T_2^*) / \{k_D / (k_D - 1) \cdot R_D T_1^* [1 - (P_2^* / P_D^*)^{(k_D - 1)/k_D}]\}$  其中:  $K_B = (k_1 + k_2) / 2$ ,  $R_B = (R_1 + R_2) / 2$ ,  $k_D = (k_0 + k_2) / 2$ ,  $R_D = (R_0 + R_2) / 2$ , 式中参数下标 1 为导叶出口, 2 为动叶出口。

另一种定义假设导叶和动叶的冷气均参与做功。动叶是旋转件, 动叶冷气要考虑其所消耗的泵功。采用角动量定律来考虑涡轮轮缘功  $L_u$ 。

$$L_u = C_{10u1} G_1 - C_{20u2} G_2 + (C_{\mu u \mu} - u^2) G_{c2} / G_2$$

$$L_{ui} = \left\{ G_o \left[ K_D / (K_D - 1) \right] R_D T_o^* \left[ 1 - (P_2^* / P_o^*)^{(K_D - 1)/K_D} \right] + K_c / (K_c - 1) \right\} R_c (G_{c1} T_{c1}^* + G_{c2} T_{c2}^*) \left[ 1 - (P_2^* / P_o^*)^{(K_c - 1)/K_c} \right] / G_2$$

$$\eta_B^* = L_u / L_{ui}$$

式中  $u$  为切线速度,  $c$  为气流绝对速度, 下标  $\theta$  为周向,  $\mu$  为动叶冷气预旋喷嘴,  $c$  为冷气,  $i$  为理想值。

## 二、冷气与主流的掺混

为了计算转子叶片的冷气掺混, 在以等角速度  $\omega$  旋转的坐标系上, 对每个小流管的开口体系建立主流与冷气掺混应满足的质量、能量和动量关系式, 并得出气流参数掺混前后的微分关系式:

$$dT^{**} / T^{**} = G_c (C_{pc} T_c^{**} - C_p T^{**}) / G_{cp} T^{**} \quad (1)$$

$$dT' / T' = - (k - 1) Ma^2 dW' / W' + (1 + (k - 1) / 2 Ma^{*2})$$

$$dT^{**} / T^{**} + (k - 1) Ma^2 dr' / r' \quad (2)$$

其中

$$Ma^{*2} = (W^2 - \omega^2 r^2) / (r R' T')$$

$$dP' / P' = - k Ma^2 \left\{ dW' / W' + [\cos^2 \beta' (1 - W_{\theta c} / W_{\theta}) + \sin^2 \beta' (1 - W_{mc} / W_m)] G_c / G \right\} + k Ma^2 dr' / r' \quad (3)$$

$$dP^* / P^* = dP' / P' + k / 2 \cdot Ma^2 / (1 + (k - 1) / 2 Ma^2) dMa^2 / Ma^2 \quad (4)$$

$$dW' / W' = \sin^2 \beta' / (1 - Ma^2 \sin^2 \beta') \left\{ (1 + (K - 1) / 2 \cdot Ma^{*2} / r) \cdot dT^{**} / T^{**} - dA / A - 1 / \tan^2 \beta' dr' / r' - (M^2 a_u + 1) / \tan^2 \beta' \cdot 2 Ma_u' / Ma_{\theta}' dr' / r' + [1 + k Ma^2 \cos^2 \beta' - (1 / \tan^2 \beta') (1 - W_{\theta c} / W_{\theta}) + k Ma^2 \sin^2 \beta' (1 - W_{mc} / W_m)] G_c / G \right\} \quad (5)$$

$$dW_m' / W_m' = 1 / \sin^2 \beta' dW' / W' + (1 - W_{\theta c} / W_{\theta}) / \tan^2 \beta' \cdot G_c / G + 1 / \tan^2 \beta' (1 + 2 Ma_u^2 / Ma_{\theta}') dr' / r' \quad (6)$$

式中:  $A$  为流管面积,  $r$  为半径,  $\alpha$  为绝对气流角,  $\beta$  为相对气流角, 下标为  $m$  为子午向。

从上式可见掺混不仅引起流量、总温的变化, 还将引起静压、总压、速度等所有气流参数的变化。一般说来, 掺混并不在等压下进行, 仅在冷气量较小时才可近似认为是等压掺混。由 (4) 式可见其总压损失是马赫数的强函数, 马赫数越高掺混引起的总压损失越大。

为了能计算较大冷气量的掺混, 避免因忽略二阶小量所带来的较大误差计算不采用微分关系式而直接导出变化量关系式。此外冷气掺混引起的比热比、气体常数的变化对计算精度也有一定的影响, 对此也作了考虑。忽略掺混前后流线位置的变化可得出如下关系式:

$$T^{**} = (G_{cp}' T^{**} + G_c C_{pc} T_c^{**}) / (G C_p) \quad (7)$$

$$\Delta T^{* \prime} = T^{* \prime} - T^{* \prime} \tag{8}$$

其中  $T^{* \prime}$  的定义式为  $T^{* \prime} = (C_p T + W^2/2 - \omega^2 r^2/2) / C_p$

$$\Delta T' = 1/C_p \cdot (-T' \Delta C_p' + C_p \Delta T^{* \prime} + T^{* \prime} \Delta C_p' - \Delta W_{\theta}^2/2) - W_m/C_p \Delta W_m' + 1/(2C_p) \cdot (\Delta W_m')^2 \tag{9}$$
$$\Delta P' = -\rho' W_m' [G_m' + G_c/G \cdot (W_m - W_{mc})] \tag{10}$$

$$\Delta W_m' (-W_m^2 G'/G + G_c/G (W_m - W_{mc}) + W_m^2 R/C_p + RT' + RX_B) = -R' T' G'/G W_m + W_m^2 G_c/G (w_m - w_{mc}) + W_m (RT' + RX_B) + R/(2C_p) w_m + (R/C_p \cdot W_m - G'/G \cdot W_m) (W_m - W_m')^2 - R/(2C_p) \cdot (w_m - W_m)^3 \tag{11}$$

其中  $X_B = 1/C_p \cdot (-T' \Delta C_p' + C_p \Delta T^{* \prime} + T^{* \prime} \Delta C_p' + 1/2 \cdot \Delta W_{\theta}^2)$  (12)

掺混后的气流应满足径向平衡方程及流量方程。

### 三、设计计算步骤

设计计算基本上沿袭过去常规的气动设计步骤及方法。掺混后的气流满足径向平衡及流量连续方程，采用流线曲率法进行流量及流线两重循环迭代。然而在迭代计算中，有冷气的每排叶片计算站，每条流线上的需根据方程 (7) 到 (12) 考虑冷气掺混所引起的气流参数的变化。对于设计问题给定每站的环量  $CuR$  及冷气的有关参数及分布，求解的具体步骤如下：

1. 由给定的  $CuR$  据周向动量方程求出掺混前的周向分速  $W_{\theta}$
2. 由  $W_m$  据方程 (11) 求出  $W_m'$ 。求解时式 (11) 右端的  $W_m'$  用前一次的值。
3. 由  $P_j = P_{j-1} \{ (T_j' + T W' (\eta_j - 1)) / T_{j-1} \eta_j \}^{(K-1)}$ ,  $T_j = T_j^{* \prime} + (\omega^2 r^2 - W^2) / (2C_p)$  分别求出  $T$  和  $P'$
4. 由 (9) 和 (10) 求出  $T'$ 、 $P$  和  $\rho$ 。

其后进行满足径向平衡方程及流量方程的迭代计算并进行流线迭代，与无冷气时同。

通常冷气的吹风比为 0.5 左右，气膜孔喷射方向也偏离流线方向不大，尾缘冷气喷射角与主气流角度相近。因此冷气的速度与方向可根据具体情况选定冷气与主流的速度比，由第一次认为冷气速度为 0 时的计算结果确定。

### 四、计算结果分析

用该方法计算了几个涡轮。斯贝高压一级冷却涡轮导叶前缘为冲击气膜冷却尾缘从叶盆面排气，冷气量为高压压气机出口流量的 2.3%，当量吹风比为 0.5。动叶为异形孔对流冷却从叶尖排气，冷气量为 1.99%。假设冷气量从叶根为 0 到叶尖为最大的线性分布当量吹风比为 0。某高负荷冷却涡轮导叶前缘为冲击气膜冷却，尾缘排气当量吹风比为 0.5，冷气量为 5%；动叶冷却方式与导叶类似当量吹风比为 0.5，冷气量为 3.5%。对两种涡轮分别作了三种对比计算：1. 考虑冷气影响；2. 考虑冷气影响但不计冷气动量；3. 认为有冷气时导叶出口流量及总温为涡轮级的有效温度及有效流量，作无冷气计算，简称当量计算。计算结果见表 1、2。

表 1 斯贝高压第一级涡轮气动计算中径参数表

| 参 数   |      | 导 叶     |         |         | 动 叶     |        |        |
|-------|------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|
|       |      | 1       | 2       | 3       | 1       | 2      | 3      |
| 静 压   | $P$  | 12.5706 | 12.3948 | 12.672  | 9.1313  | 8.9989 | 9.2875 |
| 掺混前静压 | $P'$ | 12.6507 | 12.5175 |         | 9.2187  | 9.0879 |        |
| 静 温   | $T$  | 1292.01 | 1291.19 | 1295.75 | 1201.51 | 1200.6 | 1197   |

| 参 数        |          | 导 叶     |         |         | 动 叶     |         |         |
|------------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
|            |          | 1       | 2       | 3       | 1       | 2       | 3       |
| 掺混前静温      | $T'$     | 1304.22 | 1301.17 |         | 1209.78 | 1208.99 |         |
| 总 温        | $T^*$    | 1427.48 | 1427.47 | 1427.48 | 1237.43 | 1237.35 | 1238    |
| 相 对 总 温    | $T_W^*$  | 1331.11 | 1331.1  | 1333.6  | 1321.14 | 1321.06 | 1323    |
| 总 压        | $P^*$    | 19.3086 | 19.0905 | 19.4376 | 10.3628 | 10.2425 | 10.4891 |
| 掺混前总压      | $P^*$    | 19.2887 | 19.1311 |         | 10.4019 | 10.2824 |         |
| 绝对气流速度     | $C$      | 578.58  | 580.32  | 578.07  | 297.53  | 300.96  | 293.36  |
| 掺混前绝对气流速度  | $C'$     | 581.42  | 587.89  |         |         |         |         |
| 相对气流速度     | $W$      | 310.82  | 314.05  | 309.87  | 543.0   | 544.89  | 548.6   |
| 掺混前相对气流速度  | $W'$     |         |         |         | 548.11  | 549.89  |         |
| 绝对气流角      | $\alpha$ | 61.315  | 28.41   | 27.98   | 69.23   | 69.48   | 66.48   |
| 相对气流角      | $\beta$  | 61.315  | 61.668  | 61.284  | 30.88   | 31.21   | 29.29   |
| 绝对气流马赫数    | $M_C$    | .8324   | .8352   | .8337   | .4437   | .449    | 4369    |
| 相对气流马赫数    | $M_W$    | .4472   | .452    | .4471   | 0.8098  | .8129   | .817    |
| 按第一种效率定义的功 | $L_A$    |         |         |         | 23060   | 23057   | 23044   |
| 按第二种效率定义的功 | $L_B$    |         |         |         | 23096   | 23200   |         |
| 第一种效率定义    | $\eta_1$ |         |         |         | 0.923   | 0.908   | 0.932   |
| 第二种效率定义    | $\eta_2$ |         |         |         | 0.9056  | 0.8906  | 0.9329  |
| 反力度        | $\rho$   |         |         |         | 0.3878  | 0.3808  | 0.3877  |

表 2 某冷却涡轮气动计算中径参数表

| 参 数     |          | 导 叶     |        |        | 动 叶    |        |        |
|---------|----------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|
|         |          | 1       | 2      | 3      | 1      | 2      | 3      |
| 静 压     | $P$      | 11.404  | 10.72  | 11.626 | 5.079  | 4.621  | 5.09   |
| 掺混前静压   | $P'$     | 11.494  | 10.882 |        | 5.184  | 4.848  |        |
| 静 温     | $T$      | 1363.13 | 1360.9 | 1363.7 | 1158.7 | 1148.2 | 1151.1 |
| 掺混前静温   | $T'$     | 1363.13 | 1373.4 |        | 1163.3 | 1160.2 |        |
| 总 温     | $T^*$    | 1611.1  | 1611.3 | 1611.  | 1228   | 1228   | 1228.8 |
| 相 对 总 温 | $T_W^*$  | 1413.2  | 1413.4 | 1413.1 | 1395.1 | 1395.1 | 1410.7 |
| 总 压     | $P^*$    | 23.87   | 22.61  | 24.28  | 6.56   | 6.21   | 6.69   |
| 掺混前总压   | $P^*$    | 23.56   | 22.66  |        | 6.566  | 6.302  |        |
| 气流绝对速度  | $C$      | 794.4   | 798.2  | 793.4  | 419.1  | 449.6  | 432.9  |
| 掺混前绝对速度 | $C'$     | 807.2   | 832.6  |        |        |        |        |
| 相对气流速度  | $W$      | 357     | 365.4  | 354.6  | 774    | 791    | 806.5  |
| 掺混前相对速度 | $W'$     |         |        |        | 793.4  | 798.3  |        |
| 绝对气流角   | $\alpha$ | 16.66   | 17.5   | 16.35  | 61     | 63.1   | 55.81  |
| 相对气流角   | $\beta$  | 39.4    | 41.4   | 39.1   | 28.3   | 30.48  | 26.25  |

| 参 数       |          | 导 叶     |         |         | 动 叶    |        |        |
|-----------|----------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|
|           |          | 1       | 2       | 3       | 1      | 2      | 3      |
| 气流绝对马赫数   | $M_C$    | 1. 115  | 1. 1215 | 1. 1136 | . 6379 | . 6874 | . 6603 |
| 气流相对马赫数   | $M_W$    | 0. 5012 | 0. 5134 | 0. 498  | 1. 178 | 1. 211 | 1. 23  |
| 按第一种效率定义功 | $L_A$    |         |         |         | 48095  | 47651  | 48104  |
| 按第二种效率定义功 | $L_B$    |         |         |         | 44156  | 44133  |        |
| 第一种效率定义   | $\eta_1$ |         |         |         | 8744   | . 843  | . 881  |
| 第二种效率定义   | $\eta_2$ |         |         |         | . 864  | . 816  | . 884  |
| 反力度       | $\rho$   |         |         |         | . 4601 | . 4503 | . 472  |

从计算结果可以看出:

1. 有冷气掺混时所有气流参数均发生变化。一般掺混在非等压下进行。对于 8. 5% 级冷气量的涡轮级与当量计算相比, 如两者作功量相同, 则中径上导叶出气角大 0. 3°; 动叶相对出气角大 2°; 绝对气流角大 5°; 相对气流速度下降 30m/ s, 总压有所降低, 级效率按第一种定义低 1%, 按第二种定义低 2. 3%。沿叶高各点参数变化基本如此。因此过细地考虑冷气影响是必要的, 这有助于准确地确定各排叶片喉部通道, 这对于跨音涡轮是特别重要的。

2. 冷气在高马赫数下与主流掺混造成较大的总压损失, 在计算效率时不可忽略冷气动量对效率的影响。例如 8. 5% 级冷气量的涡轮级效率相差 4. 8%。尽管考虑冷气动量给设计计算方法及求解带来较大的工作量, 但在大冷气量时是不能不考虑的。

3. 计算实践表明, 在较大冷气量的情况下, 采用忽略二阶小量的微分关系式, 将对温度计算带来较大误差, 应直接采用守恒变化量关系式。

此项工作是在燃气涡轮研究所大力支持下由中国科学院计算中心与南华动力机械研究所密切合作完成的。按新的公式系统编制了计算机程序并进行了大量调整。计算结果是合理的, 该程序既可以计算有冷气的情况也可计算无冷气的情况。

参 考 文 献

[ 1 ] Shapiro, A. H, "The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow ", Vol. 1, 1953.  
[ 2 ] Anderson L. R., "Axisymmetric One-dimensional Compressible Flow Theory and Applications ", ASME 70-GT-82.  
[ 3 ] Carter, A. F., "Analysis of Geometry and Design Point Performance of Axial Flow Turbine ", NASA CR 1181.

# A METHOD FOR AERODYNAMIC DESIGN CALCULATION OF AXIAL GAS TURBINE STAGES WITH COOLING AIR MIXING

Huang Zhonghu, Wang Yueqi (*Shenyang Aeroengine Research Institute*)

Yang Jinfu (*Gas Turbine Establishment*)

## ABSTRACT

This paper presents a method for aerodynamic design calculation of axial gas turbine stage with the mixing of cooling air. The mass flow mixing and the energy mixing of the cooling air with the main gas flow are considered directly in the continuity and the energy equations, while the momentum loss resulting from the mixing is considered indirectly. The losses of blade rows and their distributions in the radial direction are determined by means of the loss models provided in the paper. The influences of different cooling types of blades and the non-uniformity of the inlet total temperature and total pressure in the radial direction have been considered in the calculation program. The method could be applied to multi-stage air-cooled gas turbine. The basic calculation method adopted is the streamline curvature method. As an example, a design calculation of an axial turbine stage are presented. The calculation results show that the effect of the cooling air mixing on the turbine efficiency is significant.

# AN AERODYNAMICAL DESIGN AND CALCULATION METHOD FOR GAS TURBINE WITH COOLING AIR MIXING

Shi Jing, Li Junshan (*Nanhua Powerplant Research Institute*)

Wang Piyqia, Jin Shi (*Computing Center, Academia sinica*)

## ABSTRACT

In order to conduct aerodynamical design and calculation for a air-cooled turbine, the coolant and gas flow mixing correlations, which satisfied the mass, momentum and energy equations, are derived in rotational coordinates. The computer program has been developed. Calculational results indicate that gas flow parameters change considerably in the case of great coolant mass flow ratio. It is necessary to consider the influence of coolant flow in detail.

# AN APPROACH FOR CALCULATING STEADY SUBSONIC AND TRANSONIC BLADE TO BLADE FLOWS

Wang Pingqia (*Computing Center, Academia Sinica*)

## ABSTRACT

A software is designed to calculate steady subsonic and transonic blade flows. It can analyse the features of the flow field according to the boundary conditions and automatically choose the numerical method which is suitable to obtain the accurate results and save calculation time. When the coordinates on blade surface at inlet and outlet are given, user can determine Mach number or pressure distribution on blade surface, Mach number or pressure contours in all of the flow field. Two kinds of the numerical methods are programmed in this software: Streamline curvature method and Time-matching method. The former directly starts from steady Euler equations, since the multi-value problem in transonic flows was solved by the author, the streamline curvature has been successfully used to compute transonic flow, especially it gets rapid convergence when the flow is subsonic at outlet. The later method starts from unsteady Euler equations but with constant total enthalpy. The steady flow is calculated as the asymptotic limit after a sufficient long time of solution of the unsteady equations. This method with appropriate scheme and shock capturing technique is accurate to compute transonic flow with shock, but in the case of subsonic at outlet, the streamline curvature method can reduce the calculation time approximately 60%. Three numerical examples are given in this paper. Both the calculation methods give comparable results and the results agree well with the measurements.