

一维非定常有加质两相跨音流场 隐格式方法

北京航空航天大学 裴 鸣 张中钦 张振鹏

【摘要】 本文成功地用隐格式求解无喷管发动机一维非定常有加质两相跨音流场, 为无喷管发动机内弹道的工程计算提供了一个通用的方法。而且, 这一成果为整个固体火箭发动机领域流场的一体化计算打下了基础。文中给出了两个算例, 给出了计算与实验结果对比的情况。

隐格式解法的优点是时间步长可以取得比较大, 而不会影响计算的稳定性及收敛性。这一点对于工作时间比较长而参数变化比较缓慢的非定常过程尤为重要。隐格式解法的缺点是计算机程序比显格式复杂。

本文讨论的隐格式解法, 也可用于有喷管发动机点火启动过程及一体化计算, 从而使火箭发动机一维非定常两相流内弹道计算有了统一的方法。

一、推进剂点燃过程

点火药点着后, 产生的高温燃气对推进剂燃面加热。当推进剂被加热到着火温度时, 则当地的推进剂被点燃。上游推进剂被点着以后, 其燃烧生成的燃气及点火药燃气一起对下游推进剂加热, 从而促成下游推进剂被点燃。依照参考文献 [1], 推进剂燃面温度 T_{ps} 用下式表述:

$$\frac{dT_{ps}}{dt} = \frac{4\alpha_p h_c^2 (T - T_{ps})^3}{3k_p^2 (T_{ps} - T_{pi})(2T - T_{ps} - T_{pi})} \quad (1)$$

h_c 为燃气对推进剂燃面的对流传热系数

$$h_c = Ck_g \left(\frac{x}{d_b} \right)^{-0.1} R_{ed}^{0.8} P_r^{0.4} \frac{(A/A_b)^{0.4}}{d_b} \quad (2)$$

α_p 和 k_p 分别为推进剂导温系数和导热系数, k_g 是燃气的导热系数, T_{pi} 是推进剂初温, d_b 、 A 和 A_t 分别为通道水力直径、横截面积和喉部面积, R_{ed} 是以 d_b 为特征尺寸雷诺数。

我们认为式 (1) 中的 T 不应是中心燃气流当地的静温, 而应比静温高比总温低。因为在横向气流作用下, 上游火焰弯折靠近下游推进剂燃面; 又因为靠近推进剂燃面处燃气流速较低, 静温高于通道中心气流的静温。故认为 T 取为当地恢复温度为宜^[2]

$$T = T_\infty \left[1 + \frac{P_r(\gamma - 1) Ma^2}{2} \right] \quad (3)$$

T_∞ 为当地静温, P_r 为普朗特数, γ 为燃气比热比, Ma 为燃气马赫数。

为便于处理上游边界条件, 将形状复杂的点火空腔等效成与装药通道横截面形状一致的

通道, 其长度由原空腔的自由容积决定, 壁面的等效燃速由点火药在各瞬时产生的燃气流率决定。即等效通道长度为:

$$L = VOL/A_o \quad (4)$$

VOL 为点火空腔自由容积, A_o 为装药通道头部的横截面积。等效燃速为:

$$r_{eq} = \dot{m}/(L \rho_s \pi) \quad (5)$$

ρ_s 为推进剂密度, π 为燃面横截面周长。

这样, 就能用与装药通道中同样的方程来描述点火空腔的流动及对装药通道的影响。

根据未装推进剂的发动机点火药点燃实验结果, 设点火药流量与时间的关系为抛物线。若假设 $t=0$ 时点火药颗粒已全面点燃 (见图 1), 得到单位时间内点火药燃气生成量为:

$$\dot{m} = \frac{3m_T}{2t_o} \left[1 - \frac{t^2}{t_o^2} \right] \quad (6)$$

m_T 为点火药质量, t_o 为点火药工作时间。

如果假设单位时间内, 点火药燃气流量与时间的关系如图 2 的抛物线所示, 则得

$$\dot{m} = \frac{3}{4} \frac{m_T}{(t_o/2)^3} \left[\left(\frac{t_o}{2} \right)^2 - \left(t - \frac{t_o}{2} \right)^2 \right] \quad (7)$$

单位时间内点火药燃气生成量 $\dot{m}$ 与时间的关系, 也可用其它公式或离散输入查表插值的方式给出, 本文的程序中提供了这种选择。

对头部没有点火空腔, 点火药装在装药通道内。但这时等效点火空腔与一部分装药通道重合, 其长度 L 不宜取得太大, 包括 3~5 个节点就足够。

二、基本方程

1. 基本假设 (1) 燃气流动是一维两相流动; (2) 凝相微粒呈球形, 尺寸均匀; (3) 忽略燃气对燃烧室壁及装药表面的摩擦和传热; (4) 不考虑化学反应; (5) 气相为完全气体; (6) 气相和凝相的比热均为常数。

2. 基本方程 对一维非定常变截面有加质两相跨音流动, 基本方程如下 (为便于用隐格式求解, 将方程写成输运型)

气相质量方程

$$A \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial A}{\partial t} + uA \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho A \frac{\partial u}{\partial x} + \rho u \frac{\partial A}{\partial x} - \omega A = 0 \quad (8)$$

气相动量方程

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + RT \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho R \frac{\partial T}{\partial x} + u\omega - A_p \rho_p (u_p - u) = 0 \quad (9)$$

气相能量方程

$$c_v \rho \frac{\partial T}{\partial t} + c_v \rho u \frac{\partial T}{\partial x} - RT \frac{\partial \rho}{\partial t} - RT u \frac{\partial \rho}{\partial x} - \rho RT \frac{\partial A}{\partial t} / A - \omega \left(c_p (T_f - T) + \frac{u^2}{2} \right) - A_p \rho_p (u_p - u)^2 - B_p \rho_p (T_p - T) = 0 \quad (10)$$

颗粒质量方程

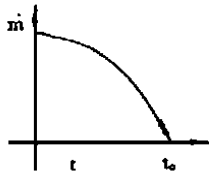


图 1 点火药燃气流率与时间的关系

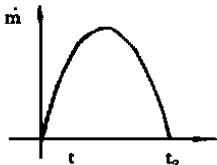


图 2 点火药燃气流率与时间的关系

$$A \frac{\partial \rho_p}{\partial x} + \rho_p \frac{\partial A}{\partial x} + u_p A \frac{\partial \rho_p}{\partial x} + \rho_p A \frac{\partial u_p}{\partial x} + \rho_p u_p \frac{\partial A}{\partial x} - \omega_p A = 0 \quad (11)$$

颗粒动量方程

$$\rho_p \frac{\partial u_p}{\partial t} + \rho_p u_p \frac{\partial u_p}{\partial x} + u_p \omega + A_p \rho_p (u_p - u) = 0 \quad (12)$$

颗粒能量方程

$$\rho_p c_{pp} \frac{\partial T_p}{\partial t} + \rho_p u_p c_{pp} \frac{\partial T_p}{\partial x} - \omega \left[c_{pp} (T_f - T_p) + \frac{u_p^2}{2} \right] + B_p \rho_p (T_p - T) = 0 \quad (13)$$

气体状态方程

$$p = \rho R T \quad (14)$$

$$\omega = \epsilon \bar{\omega}, \quad \omega_p = (1 - \epsilon) \bar{\omega}, \quad \bar{\omega} = \rho_r \pi (A \cos \theta)$$

$$A_p = 4.5 \mu \bar{C}_D / (\rho_m r_p^2), \quad B_p = 3 \mu \bar{N}_u c_{pp} / (\rho_m r_p^2 P_r)$$

$$\bar{C}_D = 1 + Re^{2/3} / 6, \quad \bar{N}_u = 1 + 0.2295 Re^{0.55} Pr^{0.33}, \quad Re = z \rho_p (u - u_p) r_p / \mu$$

式中下标 p 表示颗粒, r 是装药的线性燃速, r_p 及 ρ_m 分别为燃气中颗粒的半径及物质密度, μ 为燃气与颗粒间的粘度, ϵ 为燃气中气相重量含量, T_f 为燃气总温, θ 为通道扩张半角。

三、初始条件及边界条件

1. 初始条件 $t = 0$ 时, 点火药突然点燃, 而这时整个通道中气体及颗粒的流速都为 0, 压强与外界大气压强一致, 温度为推进剂初温 T_i , 气相密度用式 (14) 求出, 颗粒流密度为气相密度的 $(1 - \epsilon) / \epsilon$ 倍。

2. 边界条件

(1) 上游边界条件 由于引入了等效点火通道的概念, 上游边界条件为:

$$u^1 = u_p^1 = 0 \quad (15)$$

$$T^1 = T_p^1 = T_f \quad (16)$$

p^1 由式 (14) 求出, 其它参数 ρ^1 、 ρ_p^1 (用 ψ 表示) 由外推确定, 即

$$\psi^1 = I_e \psi^2 - (I_e - 1) \psi^3 \quad (17)$$

当用两个点外推时, $I_e = 2$; 用一个点外推时, $I_e = 1$ 。下同。

(2) 下游边界条件 当出口为亚音速时

$$\rho_n = p_{am} / (R T_n) \quad (18)$$

当出口为超音速时

$$\rho_n = I_e \rho_{n-1} - (I_e - 1) \rho_{n-2} \quad (19)$$

不管出口是亚音还是超音, 其它参数 (统一用 ψ 代表) 都用以下的形式外推给出

$$\psi_n = I_e \psi_{n-1} - (I_e - 1) \psi_{n-2} \quad (20)$$

四、计 算 方 法

为了消去点火启动过程中激波导致的数值突跃和跳动, 在基本方程中加入人工粘项, 即在方程 (9) 左边加一项 $-\rho (b \Delta x)^2 |u_x| u_{xx}$, 在方程 (10) 左边加入一项 $\rho (b \Delta x)^2 u |u_x| u_{xx}$ 。其中 $b = 1 \sim 2$ 。

采用一个通用的隐式中心差分格式, 这一格式包含了 Crank-Nicolson 格式和欧拉后差格

式。对任意变量 y ，有

$$y|_i^n = (1 - \Phi)y_i^n + \Phi y_i^{n+1} \tag{21}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_i^n = (1 - \Phi) \frac{y_{i+1}^n - y_{i-1}^n}{z \Delta x} + \Phi \frac{y_{i+1}^{n+1} - y_{i-1}^{n+1}}{z \Delta x} \tag{22}$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} \Big|_i^n = \frac{y_{i+1}^{n+1} - y_i^n}{\Delta t} \tag{23}$$

对 $\Phi = 0.5$ ，我们得到 Crank-Nicolson 格式；对 $\Phi = 1$ ，得到欧拉后差格式。令 $F(\bar{X}) = 0$ 代表对基本方程差分以后得到的所有代数方程。对每个时刻，用牛顿方法解出该时刻全场参数的值

$$\frac{\partial F}{\partial \bar{X}} \Big|_{\bar{X} = \bar{X}_o} (\bar{X} - \bar{X}_o) = - F(\bar{X}_o) \tag{24}$$

$\bar{X}_o$ 是上一次迭代得到的结果。如果两次迭代 $\bar{X}$ 与 $\bar{X}_o$ 全场平均相对误差小于 10^{-5} ，则收敛，再前进一个时间步。 $(\partial F / \partial \bar{X})_{\bar{X} = \bar{X}_o}$ 是块三角矩阵，用块消去法求解，求解速度很快。为节省篇幅，解法及系数矩阵元素的求法在此就不列出。

五、计算结果及讨论

中止燃烧结合燃速辨识得到的某推进剂的燃速公式为：

$$r = 6.275 \times 10^{-4} p^{0.2} [1 + 1.542 \times 10^{-7} p^{0.218} (\rho u)^{0.762}] \tag{25}$$

该推进剂密度为 1823 kg/m^3 ，比热比为 1.217，燃气分子量为 28.38，理想燃气总温为 3363K。根据我们对无喷管发动机中推进剂燃烧效率的分析，取燃烧效率为 0.92。推进剂初温为 300K。根据对复合推进剂点火经验数据的分析，其燃面着火温度取为 700K。颗粒与燃气之间的粘性系数 $\mu = 7.7868 \times 10^{-6}$ ，颗粒比热为 1643.08，颗粒直径取为 $3 \times 10^{-5} \text{ m}$ ，颗粒物质密度取为 2250 kg/m^3 ，推进剂比热为 1674.72，其导热系数为 0.4187，燃气导热系数为 0.1279。

该推进剂中铝粉含量 β_{Al} 为 17%。根据发动机中铝粉燃烧情况的分析，取铝粉燃烧效率 η_{Al} 为 0.85。假设铝粉燃烧产物全部为 Al_2O_3 ，得到燃烧产物中颗粒的含量为 $(1 + 0.889\eta_{\text{Al}}) \beta_{\text{Al}}$ 。

装药通道总长为 0.515m，直通道长 0.475m，扩张角为 15.8° ；点火空腔自由容积为 9.5×10^{-6} ， $\text{Pr} = 0.7$ ，点火药量为 3.5×10^{-3} ，点火药工作时间为 0.02 (s)。单位时间点火药燃气流量用式(6) 计算。计算时，CFL 数开始时取为 0.85，然后，每推进一个时间步乘以一个因子 1.15，最大 CFL 数限为 800。

以下讨论两个算例。算例 1 是两片装药矩形通道的情况。初始通道宽度为 $6.52 \times 10^{-3} \text{ m}$ ，通道高度为 $9 \times 10^{-3} \text{ m}$ 。算例 2 是圆柱内孔装药的情况，初始通道直径为 $9.16 \times 10^{-3} \text{ m}$ 。

由于我们的片形装药中止燃烧实验只工作 0.21 (s) 就中止，所以我们的计算也只进行到 0.21 (s)。算例 2 是圆柱内孔装药，没作对比实验。

图 3 是真空推力随时间变化的情况。从图中可以看出，对我们所讨论的推进剂，片型装药发动机真空推力随时间是下降的，而圆柱内孔装药发动机真空推力随时间是上升的。

图 4 是燃烧室头部压强随时间变化的情况。从图中可看出，无论对片型装药还是对圆柱内孔装药，燃烧室头部压强随时间下降。

图 5 为算例 1 计算和实验结果对比的情况，可以看出，除了点火压强峰以外，大部分地方符合较好。计算的点火压强峰值比实验值高出许多，主要是因为计算中假设单位重量的点火药

能量与单位重量的推进剂能量一样造成的。实际上, 点火药的能量比推进剂的能量要低。

图 6 是算例 1 燃烧中止时计算通道面积与实验值对比的情况。可以看出, 在直通道段, 实验得出的通道面积比计算值高一些。就是说, 计算的燃速比实际情况要低一些。这主要是由于我们所用的燃速公式 (25) 与实际有点出入造成的。

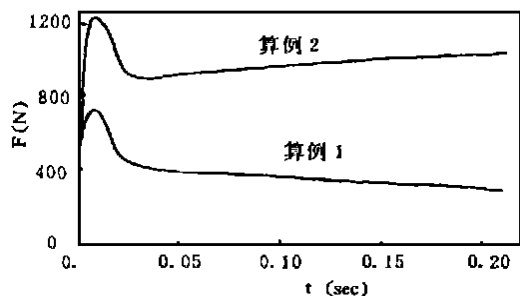


图 3 真空推力随时间变化

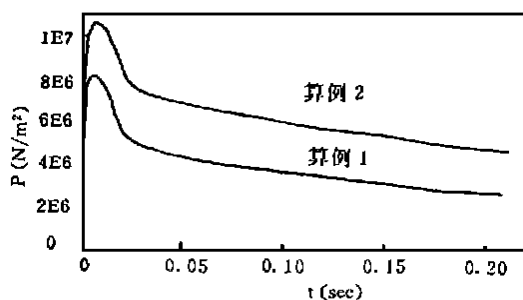


图 4 头部压强随时间变化

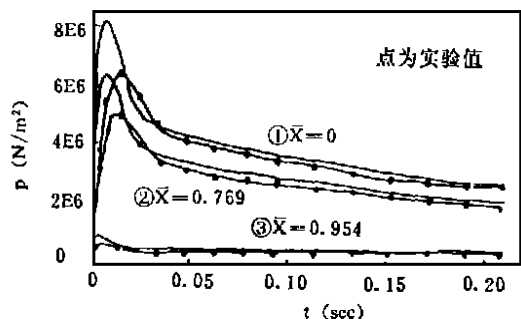


图 5 算例 1 计算压强与实验对比情况

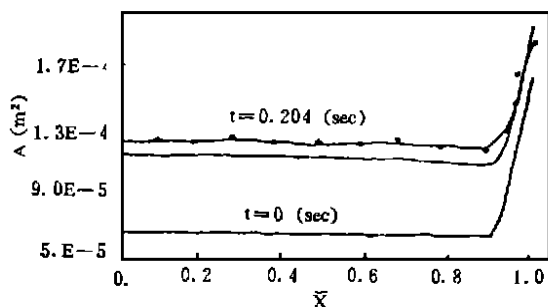


图 6 算例 1 计算通道面积与实验对比情况

结论: 本文用隐格式方法计算了无喷管发动机一维非定常有加质两相跨音流场, 计算结果与实验对比总的说来符合较好。计算表明, 当隐格式 CFL 数取为 800 时, 计算纯气相时, 隐格式比显格式快 80~100 倍, 计算两相流时快 50~60 倍。对 CFL 数较小的点火启动过程, 隐格式与显格式速度相当。

参 考 文 献

- [1] Coats, D. E., et al, "Interior Ballistics Calculations for Nozzleless Solid Propellant Rocket Motors", AIAA 82-1199.
- [2] 王丰等, "对流换热理论", 北京航空学院出版社, 1983 年 12 月。
- [3] 何洪庆、张振鹏, "固体火箭发动机气体动力学", 西北工业大学出版社, 1988 年 5 月。

RESEARCH ON IGNITION CHARACTERISTICS OF HIGH-ENERGY IGNITERS

Li Lu (*Beijing University of Aeronautics and Astronautics*)

ABSTRACT

The experimental research on the ignition characteristics of aluminum-potassium perchlorate ignition charge were carried out with CO₂ laser as heat source. The effects of the weight percentage of aluminum in the ignition charge, the radiation intensity, the additive of sulphur powder and the initial temperature of the test sample on ignition delay were investigated experimentally. The experimental results show that under the conditions of a fixed radiant heat flux, the ignition delay is the shortest, as the weight ratio of aluminum to potassium perchlorate approaches 50%. The ignition delay decreases sharply by adding 2% (weight) of sulphur into the ignition charge. The ignition delay decreases as the radiant heat flux and the initial temperature increase. There seems to exist a minimum of the radiant heat flux in the case of a fixed weight percentage of aluminum and a given initial temperature. It is impossible to ignite the sample successfully if the heat flux is inferior the minimum. The external energy for ignition is the smallest at the optimal heat flux. An ignition model for aluminum-potassium perchlorate ignition charge is established on the basis of experimental observations and theoretical analyses. The heterogeneous reaction is regarded as the most important process in the model. The governing equations of the model can be solved numerically. The analytical results correspond to the experimental data satisfactorily.

IMPLICIT SCHEME IN ONE-DIMENSIONAL TIME-DEPENDENT TWO-PHASE TRANSONIC FLOW FIELD COMPUTATION

Pei Ming, Zhang Zhongqin, Zhang Zhenpeng

(*Beijing University of Aeronautics and Astronautics*)

ABSTRACT

A computational model with an implicit numerical integration scheme is successfully applied to computation of the one-dimensional time-dependent two-phase transonic flow field in nozzleless solid propellant rocket motors. In addition, this achievement provides the basis of integrative performance calculation for all kinds of solid rocket motors. We introduce a concept of equivalent ignition channel, which simplified the treatment of headstream boundary conditions. When deducing the expressions of the elements in the coefficient matrix, we get derivatives before we replace the differential with finite difference. This approach not only makes the expressions succinct, but also saves the time of computation. In the inverse operation of the matrix in two-phase flow computation, the characteristics of the matrix are taken into account, and therefore the computation time is further shortened. Two numerical examples are given. Comparison of the calculations with the motor tests shows a good agreement between the calculated and the measured values.