

考虑动叶出口最佳流型的 径一轴流式涡轮多目标优化法

海军工程学院 陈林根

摘 要

本文以平均截面处参数 α_1 、 β_2 、 μ 、 $\bar{u}_1$ 和 $m = u_2/w_2 \cos \beta_2$ 及动叶出口处扭曲规律为变量, 以设计工况内效率和总重量为目标, 提出了一个带有多种约束条件的径一轴流式涡轮参数多目标优化方法。所求问题为两目标有约束(二十九个)多变量(六个)非线性规划问题。介绍了用于最优设计的数学模型, 给出了各种流型下径一轴流涡轮的单目标和多目标优化分析的一些结果。计算表明, 所提出的方法是有效且实用的。

一、引 言

为了获得涡轮机械的最优设计结果, 必须借助于最优化技术。有不少文献讨论了轴流涡轮的数值优化^[1]和向心涡轮参数的解析最优方法^[2,7]及数值优化方法^[8,9]。在文献[2~7]中, 以反动度 ρ 、速比 $\bar{u}_1$ 和 $m = u_2/w_2 \cos \beta_2$ 为变量, 速度系数 φ 、 ψ 为常数, 在计入喷嘴和动叶间气流方程(喷嘴、动叶焓降平衡)约束条件下, 借助于拉格朗日常数法, 求出对应于最大轮周效率的最佳参数解析式。文献[8, 9]基于数值优化方法, 考虑了多种约束条件, 求解对应于最大内效率目标的平均截面最优参数。本文则在文献[9]的基础上, 将最佳扭曲规律研究^[10~14]和参数多目标优化研究^[13~15], 引入径一轴流式涡轮参数优化选择中。与分别研究通流部分平均截面参数及扭曲规律^[10]不同, 将平均截面参数和动叶出口流型优化计算同时进行, 协调平均截面参数和扭曲规律, 提出了优化径一轴流涡轮参数的新方法。

二、优化变量、目标函数及约束条件的选取

任何一个优化问题均用设计变量、目标函数和约束条件来表征, 可根据具体研究对象的物理型来选取。

1. 优化变量的选取 基于一元流动理论的径一轴流式涡轮机内效率为

$$\begin{aligned} \eta_i &= \eta_a - \xi_c - \xi_{af} \\ &= 2\bar{u}_1 (\varphi \cos \alpha_1 \sqrt{1-\rho} + \psi \cos \beta_2 \sqrt{\rho + (1-\rho)\varphi^2} - 2\bar{u}_1 \varphi \cos \alpha_1 \sqrt{1-\rho} + \mu \bar{u}_1^2 - \mu^2 \bar{u}_1) - \xi_c - \xi_{af} \\ &= 1 - (1-\rho)(1-\varphi^2) - \mu^2 \bar{u}_1^2 [\cos^2 \beta_2 (1-2m\psi^2) / (m^2 \psi^2) + 1] - \xi_c - \xi_{af} \quad (1) \end{aligned}$$

式中, ξ_c 、 ξ_{af} 分别为动叶顶隙漏气和轮盘摩擦损失系数, 与具体结构尺寸有关。速度系数 φ 、 ψ 也和具体尺寸有关。 α_1 、 β_2 、 μ 、 $\bar{u}_1$ 、 ρ 、 m 中由于级速度三角形的关联, 只有五个参数为

独立变量, 决定了涡轮尺寸, 进而决定 ξ_c 、 ξ_{d1} 、 φ 、 ψ 。本文采用的独立变量为:

$$\eta_i = f(\alpha_1, \beta_2, \mu, \bar{u}_1, m). \quad (2)$$

当叶片径高比小于一定值时, 应采用扭曲叶片。常用的扭曲规律, 如等环量型、等出气角型、刚体涡流型、可控涡型等, 均可用速度环量 $C_\theta r$ 沿叶高的变化规律来表征。如环量沿叶高按指数规律变化可表示为: $C_\theta r = C_{\theta\phi} r_\phi^k / r^{k-1}$ 。当 $k=1$ 时, 为等环量型; 当 $k=-1$ 时, 为刚体涡流型。又如等环量与等周向速度组合流型可用环量沿叶高线性变化规律来表示:

$$C_\theta r = C_{\theta\phi} r_\phi \pm k(r - r_\phi) \quad (3)$$

而可控涡流型可表示为环量沿叶高抛物线变化规律:

$$C_\theta r = C_{\theta\phi} r_\phi \pm k(r - r_\phi)^2 \quad (4)$$

上两式中正负号分别适用于动叶出口和喷嘴出口截面。由上可知, 各种扭曲叶片规律系数 k 也是一个独立变量。

根据独立、封闭、精减的原则, 在分析平均截面和叶片扭曲规律独立变量的基础上, 本文选取平均截面上五个独立变量及环量沿叶高变化规律系数 k 共六个参数为优化变量, 即

$$\vec{X} = [\alpha_1, \beta_2, \mu, \bar{u}_1, m, k]^T$$

2. 目标函数的选取 无论是作为制冷的低温膨胀机, 还是作为航空主动力装置或内燃机增压涡轮, 均要求径-轴流式涡轮效率高, 体积重量小, 故选目标函数为:

- (1) 级的设计工况内效率 η_{it} 最大;
- (2) 包括喷嘴、动叶和叶轮在内的涡轮总重量 W_T 最小。

3. 约束条件的选取 根据向心涡轮的设计要求及气动和结构强度限制, 本文选取以下十八项共二十九个约束条件 (26个不等式和3个等式约束数): (1) 喷嘴出气角 α_1 在一定范围内; (2) 动叶出口相对气流角 β_2 在一定范围内; (3) 轮径比 μ 在一定范围内; (4) 动叶出口轮径比 $\mu_{root} = d_{2root}/d_1$ 在一定范围内; (5) 速比 u 在一定范围内; (6) 平均直径处反动度 ρ 在一定范围内; (7) 根部反动度 ρ_{root} 大于一定值; (8) 轮毂比 d_{2root}/d_{2w} 在一定范围内; (9) 喷嘴相对长度 l_1/d_1 在一定范围内; (10) 喷嘴数目 z_N 在一定范围内; (11) 动叶数目 z_k 在一定范围内; (12) 动叶子午面扩张角 δ 小于一定值; (13) 动叶进口相对马赫数 M_{u1} 小于一定值; (14) 环量沿叶高变化规律系数 k 在一定范围内; (15) 轮盘破坏转速的安全系数 k_b 大于一定值;

根据特殊要求, 如按直径系列化设计, 出气角的特别限制及扭叶片流型的特别限制有: (16) 动叶进口直径为定值; (17) 气体从动叶轴向排出; (18) 环量沿叶高变化规律符合给定流型。

三、目标函数和约束条件的求值

目标函数及约束条件求值中主要的是热力性能及结构尺寸计算, 而涡轮性能计算的准确与否关键在于损失模型的选取。

1. 损失模型 热力计算中计入喷嘴和动叶的损失 (含粘性损失和冲角损失), 出口余速动能损失, 叶轮摩擦损失和动叶顶隙损失。

喷嘴和动叶的三维粘性损失根据文献 [16, 17] 的讨论由下式计算:

$$\zeta_{3D} = \frac{E\eta \left(\frac{\theta_{\text{out}}}{h Re^{-0.2}} \right)_{\text{ref}} Re^{-0.2} \left(\frac{h}{s} \right) \left(\frac{A_{3D}}{A_{2D}} \right)}{\cos \Phi - H\eta \left(\frac{\theta_{\text{out}}}{h Re^{-0.2}} \right)_{\text{ref}} Re^{-0.2} \left(\frac{h}{s} \right)}$$

式中, η 为损失修正因子; Φ 为出气角; E, H 为能量及形状因子, 和物性及出口流速与临界速度之比有关; θ_{out} 为动量厚度; h 为叶片表面长度; Re 为雷诺数; $(\theta_{\text{out}}/h Re^{-0.2})_{\text{ref}}$ 为计入摩擦损失外的端部二次流动损失、尾迹损失、冲击损失、冲波损失等项的参考损失系数^[17]; h/s 为表面长度与出口节距之比, 可表示为叶片弯曲角和稠度 c/s 的函数; t/s 为尾缘厚度与节距之比, 可表示为稠度 c/s 和展弦比 h/c 的函数; A_{3D}/A_{2D} 为三维表面积与二维表面积之比, 和叶片几何模型参数有关。上述各量的具体计算公式参见文献 [16, 17]。

2. 涡轮参数计算 本文参考文献 [16] 的方法进行热力和结构尺寸参数计算。将涡轮级分成四个截面计算, 即喷嘴进、出口截面和动叶进、出口截面。在前三个截面上用一元流动分析, 即每一计算站位于其一不变的半径上, 而在动叶出口, 将其截面分为若干个等厚度的环形区域, 作轴对称二元流动分析。根据选定的环量沿叶高变化规律, 从给出平均段切向速度 $C_{2\phi}$ 开始, 经内部循环迭代, 通过改变轴向分速进行调整, 满足流量之后, 再检查比功, 如需要调整则改变 $C_{2\phi}$, 直至同时满足平均比功和流量连续, 然后由平均段向轮毂和顶部分别逐段外推计算, 得各段的内功和内效率及级的总内效率。在各截面的计算中, 损失参加迭代计算。本算法的特点是流型计算与平均截面处计算同时进行, 进而可在优化计算中保证两者协调。

涡轮中喷嘴、动叶及叶轮的尺寸重量估算参考文献 [5, 16-18] 的方法进行。动叶型面子午周边各尺寸的比例关系如图1所示。

3. 约束条件的求值 所有约束值的计算均与设计工况效率一并完成。轮盘强度的安全系数由下式求出^[5]:

$$k_B = \sqrt{\int_a^b \sigma_B h dr / \rho (1 + f_1/f_2) \omega^2 J}, \quad J = \int_a^b r^2 h dr$$

式中, σ_B 为已知材料允许应力; ρ 为材料密度; f_1 为在给定半径内叶片所占面积; f_2 为同一半径轮盘的面积; ω 为角速度; J 为惯性矩。

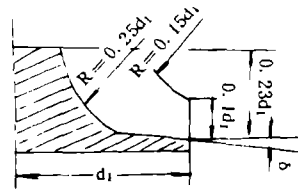


图1 型面子午周边各尺寸关系

绝大多数约束条件的上、下界限值根据文献 [5, 18] 的推荐值选取。由气体在动叶中加速且不出现扩散流动的要求, 可得轮径比和根部反动度的最小界限值及速比的最大界限值^[19]:

$$\mu_{\min} = \sqrt{2(1 - \cos \alpha_1)}; \quad \rho_{\text{root min}} = \bar{u}_1^2 (1 - \mu_{\text{root}}^2); \quad \bar{u}_{1 \max} = \sqrt{\rho / (1 - \rho)(1 - \mu^2) / \varphi}$$

四、问题的数学表述及求解方法

所述问题为一个多目标变量有约束非线性规划问题。其标准形式为:

$$\begin{aligned} \min_{\vec{X} \in R} \quad & \vec{F}(\vec{X}) \quad R = \{ \vec{X} | G(\vec{X}) \geq 0, \vec{H}(\vec{X}) = 0 \} \end{aligned}$$

其中, $\vec{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$; $\vec{F}(\vec{X}) = [f_1(\vec{X}), f_2(\vec{X}), \dots, f_m(\vec{X})]^T$;
 $\vec{G}(\vec{X}) = [g_1(\vec{X}), g_2(\vec{X}), \dots, g_p(\vec{X})]^T$; $\vec{H}(\vec{X}) = [h_1(\vec{X}), h_2(\vec{X}), \dots, h_l(\vec{X})]^T$

求解多目标问题的方法有很多^[20]。采用多目标分析法, 能够比单目标更全面地反映设计、

使用和管理人员的要求,可从许多不同的往往互相矛盾的目标要求中求解出综合性能好的最优解。本文采用按照二项系数取加权系数^[21]的理想点法^[22]和线性加权和法将多目标化为单目标,然后用 *SUMT* 外点法处理为无约束问题,再用 *Sargent* 改进的 *Powell* 方法借助于抛物线拟合一维搜索得最优解。加权系数也可由机外输入,故本法也可同样用于各单目标优化计算。

五、计算实例及分析

本文以文献[5]附录一的向心涡轮为例进行计算。原始数据为: $N=3.0 \times 10^4 W$, $T_0=350K$, $P_0=0.18 \times 10^6 Pa$, $P_2=0.1 \times 10^6 Pa$, $n=23500 rpm$ 。计算中的约束界限值见附录一。不同动叶出口流型的径一轴流涡轮在各目标要求下的优化计算主要结果见表1。

表1 径-轴流涡轮级多目标优化主要结果

方 案 参 数	原始方案 (计算始点)	$f_1=1-\eta_b$			$f_2=1-W_T$			$f=\sum w_j f_j$		
		一元流	指数流型	抛物线型	一元流	指数流型	抛物线型	一元流	指数流型	抛物线型
$\alpha_1 (^{\circ})$	20.00	18.46	17.23	17.88	18.93	18.55	17.96	17.94	17.89	17.92
$\beta_2 (^{\circ})$	25.00	19.27	20.42	19.83	19.02	19.13	18.78	19.35	19.78	19.30
μ	0.50	0.40	0.39	0.38	0.30	0.31	0.32	0.34	0.34	0.34
$\bar{u}$	0.684	0.650	0.654	0.651	0.535	0.533	0.534	0.611	0.613	0.614
m	1.228	1.223	1.225	1.224	1.210	1.211	1.212	1.215	1.217	1.216
k 指数、抛物线	—	—	0.9525	0.0065	—	0.8940	0.0072	—	0.9332	0.0069
η (%)	78.75	79.67	79.78	79.85	76.19	76.25	76.31	79.11	79.22	79.29
W_T (%)	100.0	92.4	93.3	92.7	63.7	62.4	63.5	75.7	75.6	75.8

表中原方案一栏,是按对应于最大轮周效率的 $\bar{u}_1$ 、 ρ 和 m 的最佳解析式求得的,因而其本身就有最佳的性质,只是约束条件放松而已。本文同时给出了各目标下按一元流动计算的最佳值,以便与原始方案及不同动叶出口流型下的最佳方案进行比较。经过不同初始值的计算表明,本文所得为整体最优解。计算还表明:

1. 以 $f_1=1-\eta_b$ 为目标求优时,由于原始方案本身即有“最佳”的性质,因而数值优化后一元流动计算方案主要得益于 α_1 、 β_2 、 μ 的调整诸约束使 $\bar{u}_1$ 、 m 的微调与内效率目标与轮周效率目标的区别。各种流型的效率相差无几,但环量抛物线变化流型属最佳。采用最佳流型后效率高于一元流计算值,主要得益于通流部分平均截面参数与流型的协调。由于 $\bar{u}_1$ 、 μ 的减小,使得重量也有不同程度减轻。

2. 以 $f_2=W_T$ 为目标求优时,由于 $\bar{u}_1$ 、 μ 剧烈减小,缩小动叶进出口截面直径,使重量大幅度减轻。 μ 减小使效率稍有得益,但 $\bar{u}_1$ 下降太多,总的影响使效率下降幅度较大。

3. 以 $f=\sum w_j f_j$ 为目标求优时,得到了兼顾效率和重量指标的综合最优解^[19]。

4. 在各目标求优中,主要的影响因素是平均截面处参数。灵敏度分析表明,对效率影响最显著的参数是 m 和 $\bar{u}_1$, 对重量影响最显著的参数是 $\bar{u}_1$ 和 μ 。无约束优化或仅考虑设计变量界限值约束的优化所得结果并不是可行方案。计算中若干气动和结构约束成为有效约束。

5. 由于平均截面参数和流型规律同时寻优,因而其相互间的协调效果优于基于一定的平均截面参数(即便是一元流动最佳方案)进行的流型规律优选结果。

六、结 束 语

1. 计算表明,本文提出的数学模型对各种动叶出口流型的径一轴流式涡轮以不同的单目

标和多目标求优都是有效的, 优化效果是显著的。

2. 本文提出的算法可通过控制变量实现各单目标和多目标优化计算, 且可实现各种出口流型及其它特殊要求(系列化设计, 轴向排气等), 从而有很大的通用性。

3. 本文有关平均截面处参数和流型对涡轮效率和尺寸重量的影响分析对涡轮参数设计有一定指导意义, 具有理论和实际应用价值。

参 考 文 献

- [1] 张俊迈, 陈林根, “轴流透平机械通流部分优化设计译文集”, 上、下册, 海军工程学院出版, 1985。
- [2] 骆如碧, “透平膨胀机(膨胀涡轮)最佳参数的选择”, 制冷学报, 21981。
- [3] 计光华, “透平膨胀机”, 机械工业出版社, 1982。
- [4] 郭有仪, 汪荣顺, 计光华, “90°排气低温透平膨胀机的设计优化”, 低温工程, 2, 1986。
- [5] B. T. 米特罗欣, “向心涡轮稳态和动态参数的选择和计算”, 国防工业出版社, 1980。
- [6] 舒远发, “径流离心涡轮热计算参数选择”, 武汉造船, 4, 1982。
- [7] И. И. Кирилов, В. В. Литвинский “О выборе оптимальных параметров радиально-осевых турбинных”, Известия Вузов, Серия Энергетика, 28, 3, 1985。
- [8] 姜正良, “航空制冷透平机参数优化设计”, 流体工程, 7, 1986。
- [9] 陈林根, 袁建政, “带有多种约束条件的径一轴流式涡轮参数值优化方法”, 汽轮机技术, 2, 1989。
- [10] 邹溢祥, “轴流透平叶片控制环量设计与扭曲规律优化的研究”, 工程热物理学报, 3, 2, 1982。
- [11] 邹溢祥, 袁丁, 李晓玲, “轴流透平级的几何参数与叶片扭曲规律联合优化设计计算方法”, 航空动力学报, 2, 4, 1987。
- [12] Л. А. 舒本柯—舒宾, А. А. 塔列林, Ю. П. 安季普采夫, “大功率蒸汽透平末级的优化设计”, 机械工业出版社, 1986。
- [13] 陈林根, 张俊迈, “多目标决策理论与舰用汽轮机最优选型、设计应用导论”, 汽轮机技术, 5, 1986。
- [14] L. G. Chen 陈林根, J. M. Zhang (张俊迈), “Analysis of Multiobjective Decision-making MODM for the Marine Steam Turbine Stage and/or Stage Group”, 机械工程学报, 24, 1, 1988。
- [15] 陈林根, 胡德明, 张俊迈, “舰轮齿轮机组一体化初步设计多目标优化”, 中国造船, (待发表)。
- [16] A. J. Glasman, “Computer Program for Design Analysis of Radial-Inflow Turbines”, NASA TN D-8164 1975。
- [17] M. G. Kofskey, “Cold Performance Evaluation of a 6.02-inch Radial-Inflow Turbine Designed for a 10-kilowatt Shaft Output Brayton Cycle Space Power Generation System”, NASA TN D-2987 1966。
- [18] 刘宏俊, “膨胀机的选型和估算”, 低温工程, 6, 1985。
- [19] 刘颖, “船舶柴油机原理”, 国防工业出版社, 1980。
- [20] 顾基发, 魏权龄, “多目标决策问题”, 应用数学与计算数学, 11982。
- [21] 程明照, “处理多目标决策问题的二项系数加权法”, 系统工程理论与应用, 4, 1983。
- [22] М. Е. Салуквадзе, “Задача векторной” оптимизаций в теории управления”, Меункерсла, 1975。

附录 1: 数值问题的约束

$g_1 = \alpha_1 - 12^\circ \geq 0$	$g_2 = 30^\circ - \alpha_1 \geq 0$	$g_3 = \beta_2 - 15^\circ \geq 0$	$g_4 = 45^\circ - \beta_2 \geq 0$
$g_5 = \mu - \sqrt{21 - \cos \alpha_1} \geq 0$	$g_6 = 0.85 - \mu \geq 0$	$g_7 = d_2 \text{root} / d_1 - 0.15 \geq 0$	$g_8 = 0.5 - d_2 \text{root} / d_1 \geq 0$
$g_9 = \bar{u}_1 - 0.4 \geq 0$	$g_{10} = \sqrt{\rho / (1 - \rho) (1 - \mu^2)} / \varphi - \bar{u}_1 \geq 0$	$g_{11} = \rho - 0.2 \geq 0$	$g_{12} = 0.55 - \rho \geq 0$
$g_{13} = \rho_{\text{out}} - \bar{u}_1^2 (1 - \mu_{\text{out}}^2) \geq 0$	$g_{14} = d_2 \text{root} / d_2 \text{top} - 0.15 \geq 0$	$g_{15} = 0.4 - d_2 \text{root} / d_2 \text{top} \geq 0$	$g_{16} = l_1 / d_1 - 0.02 \geq 0$
$g_{17} = 0.16 - l_1 / d_1 \geq 0$	$g_{18} = z_N - 25 \geq 0$	$g_{19} = 45 - z_N \geq 0$	$g_{20} = z_N - 12 \geq 0$
$g_{21} = 25 - z_N \geq 0$	$g_{22} = 20^\circ - \delta \geq 0$	$g_{23} = 0.5 - Ma_{u_1} \geq 0$	$g_{24} = k_B - 1.8 \geq 0$
对指数规律流型有:		$g_{25} = k - 0.7 \geq 0$	$g_{26} = 1.2 - k \geq 0$
对规律流型, 有		$g_{25} = k - 0.001 \geq 0$	$g_{26} = 0.015 - k \geq 0$
若按动叶进口直径作系列化设计, 有		$h_1 = d_1 - d_1 \text{系列} = 0$	
若气体从动叶轴向排出, 有		$h_2 = \alpha_2 - 90^\circ = 0$	
若规定动叶出口处流型, 有		$h_3 = k - k_{\text{规定}} = 0$	

STATISTICAL FAILURE PREDICTION MODELS FOR STRUCTURAL CERAMICS

Yang Xiaoguang and Xiong Changbing

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

ABSTRACT The Weibull/PIA (Principle of Independent Action) and Batdorf models are applied to statistical analysis of fracture strength of structural ceramic components with crack in body under multiaxial stresses. As an example, the probability of failure distributions for H. P. Silicon Nitride disk fracture strength under high speed rotation has been estimated numerically with a finite element method on the basis of the model parameters obtained from 3— point bending experiments of H. P. Silicon Nitride, and compared with experimental data available from literature. The results indicate the considerable superiority of the Batdorf model over the Weibull/PIA model in accuracy and confirm the non-conservative nature of the latter.

A MULTI-OBJECTIVE OPTIMUM DESIGN METHOD FOR A RADIAL-AXIAL FLOW TURBINE WITH THE OPTIMUM CRITERIA OF BLADE TWIST AT OUTLET OF BLADES

Chen Lingen (Naval Academy of Engineering)

ABSTRACT This paper provides a multi-objective optimum design method for a radial-axial flow turbine stage. The method takes the parameters in mean radius, i. e. α_1 , β_2 , μ , $\bar{u}_1$, $m = (u_2 / w_2) \cos \beta_2$, and the criteria of blade twist at the outlet of the blades as design variables, and selects the internal efficiency in the design conditions and the total weight of the turbine stage as objective functions. The model presented is a nonlinear multi-objective programming problem of two objective functions with 29 constrained functions and 6 variables. The mathematical model for optimization and some analytical results of single- and multi-objective optimization for a variety of twisted blades are also presented in this paper. The numerical results demonstrate the validity and effectiveness of the method.

COMPUTATION OF THE DETACHED SHOCK SHAPE IN A SUPERSONIC OR TRANSONIC CASCADE

Hua Yaonan (Institute of Engineering thermophysics)

ABSTRACT A method is presented for determining the shape of the detached shock and the flowfield in the supersonic entrance region on an arbitrary stream surface of revolution. The equation of characteristics and the corresponding equation of compatibility are derived. The shape of the detached shock obtained is taken as the initial-value curve to calculate the flowfield in the supersonic entrance region by means of the method of characteristics. As an application of the present method, three stream surface of revolution in a transonic compressor rotor have been calculated. The results show that the method is effective and useful to determine rapidly the shape of the detached shock wave as well as the flowfield parameters in the supersonic entrance region, including the unique incidence angle in a supersonic or transonic compressor blade row.