

涡轮盘表面裂纹的应力强度因子及其扩展

北京航空航天大学 郑光华 夏德义

【摘要】 表面裂纹是飞机和发动机构件常见的故障。本文提出利用三维有限元素法和裂纹表面位移法相结合, 求解某型发动机涡轮盘冷却孔内表面半椭圆裂纹的应力强度因子 K_I 的近似解, 并对裂纹的疲劳扩展寿命进行预估。为了验证计算方法, 文中有表面裂纹体典型算例的计算结果对比以及光弹性冻结应力实验分析。实践表明, 本文提出的方法对于工程构件的三维裂纹问题分析研究十分简便。

一、前言

飞机和发动机的构件上容易出现表面裂纹。为了对裂纹的扩展速率和构件的剩余寿命进行预估, 必须对裂纹体作应力分析和断裂研究。由于这种三维裂纹的复杂性和困难程度, 目前还没有精确解。因此在工程上往往采用近似解法。

对于图1所示的典型半椭圆裂纹有限厚板, Kathiresan^[1]和 Raju^[2]曾经采用有限元素法求定其应力强度因子变化的规律。Smith^[3]和 Kobayashi^[4]等人采用替换法也得出了 K_I 的近似值。然而, 文献[2]指出, 这些计算结果之间的差别达到50~100%, 造成此偏差的原因还不清楚。北航王敬等采用有限元和三维 J 积分法相结合, 求解三维裂纹的 K_I 值, 也是一种近似解。

本文提出一种简便的近似解法。采用三维有限元素法求出裂纹体的应力场和位移场, 再根据裂纹表面的垂直位移 u_z 与 K_I 之间的关系, 求出表面裂纹 K_I 值分布。

二、有限元三维应力分析及半椭圆表面裂纹的 K_I 计算法

本文采用20节点立体等参元, 对图1所示的半椭圆裂纹体 ($a/c = 0.2$, $h/c = b/c = 4$, $a/t = 0.8$) 进行计算, 作为对计算方法和程序的验证。根据对称性原则, 取裂纹体的四分之一作网格划分 (图2)。裂纹前缘的椭圆曲线近似地由折线组成。

有限厚板中沿半椭圆裂纹上任意点的 I 型应力强度因子表达式为:

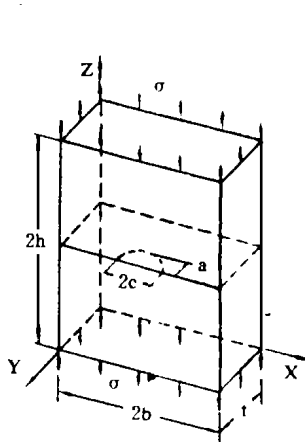


图1 承受拉伸载荷的表面裂纹体

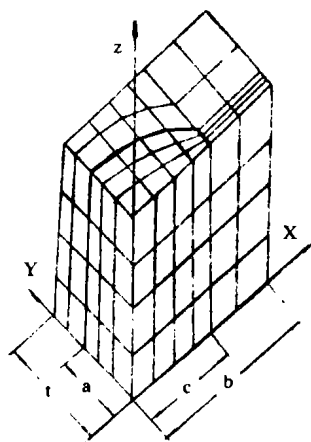


图2 三维裂纹体有限元分网格

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a / Q} F(a/t, a/c, \Phi) \quad (1)$$

式中 σ 为外加均匀拉应力; a 为裂纹深度; F 是边界修正系数, 是 a/t , a/c 及 Φ 角的函数, 可用数值算法求其近似解。 Φ 为裂纹前缘位置角; Q 为考虑到塑性区修正的椭圆形状系数:

$$Q = \Phi^2 - 1/4 \sqrt{2(\sigma/\sigma_s)^2} \quad (2)$$

Φ 为第二类椭圆积分:

$$\Phi = \int_0^{\pi/2} \left(\frac{a^2}{c^2} \cos^2 \Phi + \sin^2 \Phi \right)^{1/2} d\Phi$$

若为圆裂纹, 即 $a=c$ 时, $\Phi = \pi/2$ 。

对于三维裂纹, 在裂纹前缘附近的垂直位移 u_z 与 K_I 的关系式为^[5]:

$$u_z = K_I / 4\mu \sqrt{r/2\pi} [7 - 8\nu \sin(\theta/2) - \sin(3\theta/2)] \quad (3)$$

式中 r , θ 是相对于裂纹前缘某点法线面内的极坐标 (θ 角从裂纹面起算), μ 为材料的剪切模量, ν 为泊桑系数。

对于裂纹表面, $\theta = \pi$ (3) 式改写为

$$K_I = [\pi E / 2(1 - \nu^2)] u_z / \sqrt{2r} \quad (4)$$

式中 E 为材料的弹性模量。



图 3 拟合曲线外推法求 K_I 值

采用位移值求 K_I 的方法有两种: (1) 利用裂纹前缘附近节点的垂直位移 u_z 值代入 (4) 式直接求得 K_I ^[6], 这种方法对于在前缘附近网格划分得比较密的情况下比较合适。(2) 在前缘某点法线方向的裂纹面上, 以不同 r 处的垂直位移 u_z 值代入 (4) 式, 求得 K_I 值沿 r 变化的曲线, 再拟合曲线并用外推法

求得 $r=0$ 处的 K_I 值, 即为该点的应力强度因子。本文采用第二种方法 (图 3), 经过二维裂纹的验算证明其准确度较好。

对于图 1 所示的半椭圆裂纹, 计算所得的 F 值随椭圆参量角变化的关系如表 1 及图 4 所示。

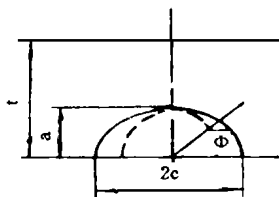
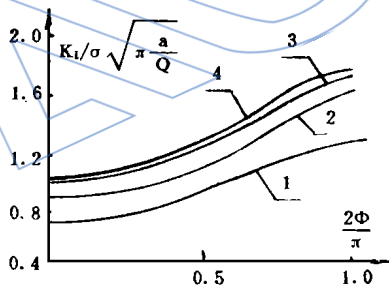


图 4 半椭圆裂纹体的 $K_I / \sigma \sqrt{\pi a / Q}$ 值随 Φ 角变化的曲线 (节点自由度数: 1—1458; 2—2586; 3—4128; 4—4462)

表 1 半椭圆裂纹体的 F 值

节点自由度数	1458	2586	4128	4662
$\frac{2\Phi}{\pi}$	0	0.71	0.88	1.02
	0.46	0.88	1.03	1.15
	0.67	1.02	1.14	1.43
	0.84	1.15	1.47	1.60
	1	1.24	1.61	1.76

由表 1 可见, 当自由度由 1458 增加到 4662 时, K_I 值增

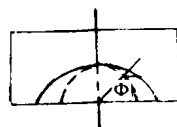
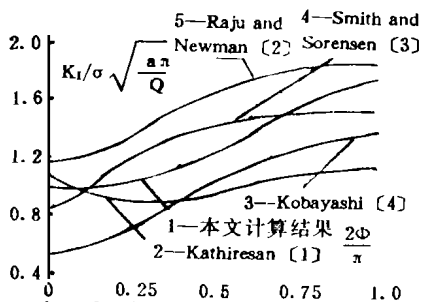


图 5 用各种不同方法计算所得 F 值的对比

大。但是在自由度为 4128 以后, K_I 值的变化很小 (图 4)。计算中发现, h 值 (图 1) 一定时, 增加 h 方向的网格数, 对 K_I 值影响较大, 特别是增加裂纹附近的单元密度, 将使 K_I 值明显增大并趋于更精确。同理, 增加 c 及 a 方向的单元密度, 也使精度提高, 尤其是在裂纹尖端附近网格分得愈细则精度愈好。

表 2 及图 5 为 $a/c=0.2, a/t=0.8$ 时 F 值沿 Φ 角变化的曲线 (节点自由度数为 4662)。为了对比起见, 图 5 还给出了另四位研究者用不同方法计算的结果^[2]。对比可见, 本文计算结果处在其它几种方法的曲线之间, 本曲线的规律与 Kobayashi 及 Newman 的曲线相似, 并且其数值与 Smith 的结果接近。

表 2 半椭圆裂纹体在拉伸载荷下的 K_I 值及 F 值

$2\Phi/\pi$	0	0.46	0.67	0.84	1.0
$K_I \text{ N/mm}^{3/2}$	1.54	1.83	2.16	2.54	2.66
F	1.02	1.21	1.43	1.68	1.76

三、光弹性实验

为了进一步研究三维裂纹的应力强度因子规律以及对本文采用的计算方法和程序进行考核, 采用了三维光弹性应力冻结技术测定半圆形表面裂纹试件的 K_I 值。

试件用环氧树脂制成, 其尺寸如图 6。半圆形裂纹是用特制的手术刀片在试件加温软化过程中刻入试件预制成。

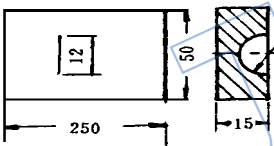


图 6 光弹性试件尺寸

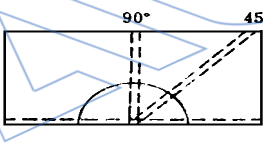


图 7 试件切片的位置

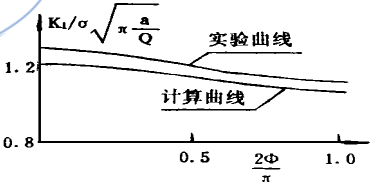


图 8 实验与计算结果对比

试件加拉伸载荷为 $P=100\text{N}$ 。冻结后按 $0^\circ, 45^\circ$ 及 90° 三种方向切片 (图 7)。切片厚度为 $1.3\sim 1.4\text{mm}$ 。采用 401 型自动光弹性仪进行数据采集, 应用多点计算法^[7]求得 K_I 值。

表 3 及图 8 为光弹性实验结果和有限元位移法计算所得 F 值及 K_I 值的对比。对比可见, 两种方法的 F 值十分接近, 最大误差为 8%。

表 3 光弹性实验与有限元法的结果

光弹性实验结果 (K_I 单位 $\text{N/mm}^{3/2}$)								有限元 计算结果
试件号							平均值	
$2\Phi/\pi$	K_I	F	K_I	F	K_I	F	$F_{\text{实}}$	$F_{\text{计}}$
0	0.0422	1.23	0.0458	1.28	0.0534	1.4	1.3	1.2
0.5	0.0388	1.13	0.042	1.17	0.0484	1.27	1.19	1.14
1.0	0.0364	1.06	0.0401	1.12	0.0461	1.21	1.13	1.08

四、某型机涡轮盘冷却孔内表面裂纹的 K_I 分析

涡轮盘上作有 8 个冷却气流小孔, 孔边的应力集中十分严重。P. W. 公司的经验指出^[8], 这些小孔是严重影响涡轮盘断裂寿命的部位。

图 9 为涡轮盘的纵剖面图。根据对称性条件, 取孔边一扇形段为计算域 (图 10)。左边界为通过小孔中心的径向平面; 右边界为两孔之间的中面, 其夹角为 22.5° ; 上边界取 $r = 206.67\text{mm}$, 下边界取 $r = 166.67\text{mm}$ 。先进行网格粗分计算。

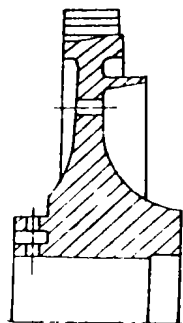


图9 涡轮盘纵剖面图

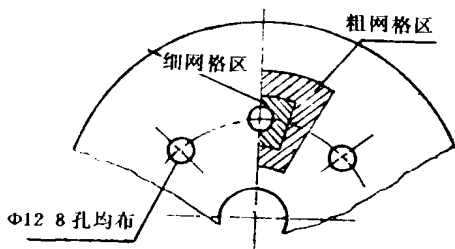


图10 轮盘小孔边计算域

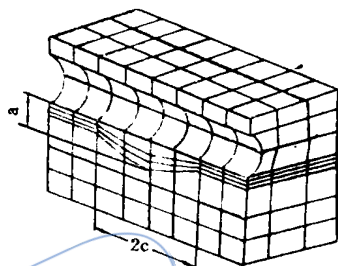


图11 孔边带裂纹区域

轮盘转速取 $n_{\max} = 13520\text{r/min}$, 材料为 GH169, 比重 $\gamma = 8.24 \times 10^{-6}\text{kg/mm}^3$, 孔边的局部温度取 $t = 500$, 弹性模量 $E = 180000\text{N/mm}^2$, 泊桑系数 $\nu = 0.3$, 屈服极限 $\sigma_{0.2} = 1110\text{N/mm}^2$, 强度极限 $\sigma_b = 1220\text{N/mm}^2$ 。以轴对称有限元计算的轮盘应力场作为计算域的边界条件, 并采用二维双三次样条插值法求得载荷分布向量 $\{q\}$ 。

计算结果表明, 最大应力处于孔下方。因此进一步缩小计算域并作网格细分 (图 11), 用位移法求解孔下方半椭圆裂纹的 K_I 值。

假定初始裂纹尺寸为 $a = 2\text{mm}$, $c = 3\text{mm}$, 计算对应于 $2\Phi/\pi = 0, 0.37, 0.65, 1$ 的所得 K_I 值为 293.6, 403.3, 492.7, 511.3。

由于裂纹尖端塑性区很小, 即 $r_y \ll a$, 所以未考虑由于 r_y 引起的 K_I 值修正。已知 GH169 在温度 $t = 550$ 时 $K_{IC} = 2800\text{N/mm}^{3/2[9]}$ 。上述尺寸的半椭圆裂纹 $K_I < K_{IC}$, 不致于失稳扩展。

五、疲劳裂纹扩展计算

GH169 在 $t = 550$ 条件下的裂纹扩展速率^[9]:

$$da/dN = c(\Delta K)^n \quad (5)$$

式中系数取上限值 $c = 1.09464 \times 10^{-8}$, $n = 3.0313$ 。

根据 Elber 对表面裂纹的研究, 半椭圆裂纹长轴与短轴两方向的扩展率速不同, 必须在 c 方向对 Paris 公式加一修正系数, 即裂纹闭合因子 β_R 。Newman 和 Raju 建议^[10]可取 $\beta_R = 0.9$ 。修正后的 da/dN 和 dc/dN 关系式为

$$da/dN = 1.09464 \times 10^{-8} (\Delta K_{(a)})^{3.0313} \quad (6)$$

$$dc/dN = 1.09464 \times 10^{-8} (0.9 \Delta K_{(c)})^{3.0313} \quad (7)$$

式中 $\Delta K_{(a)}$ 和 $\Delta K_{(c)}$ 为短轴和长轴方向裂纹尖端应力强度因子幅值; 取 $K_{\max} = K_I$, $K_{\min} = 0$, 即 $\Delta K = K_I$, 对疲劳裂纹扩展进行了三次计算, 每次取 $N = 500$ 循环。表 4 为计算结果。

表 4 疲劳裂纹扩展计算结果

$2\Phi/\pi$	$K_I \text{ N/mm}^{3/2}$				Δa	Δc
	0	0.37	0.65	1.0	$\times 10^{-2} \text{ mm}$	$\times 10^{-3} \text{ mm}$
第一次	293.6	403.3	492.7	511.3	2.36	3.191
第二次	348.9	475.0	530.1	571.8	3.313	5.385
第三次	414.2	491.8	559.1	605.8	4.017	9.056

从表 4 的结果可知, 经过三个 500 次循环数后, 裂纹扩展量很小。为了节约机时, 并根据 Newman 等人认为短轴方向扩展速率比长轴方向快, 即椭圆形裂纹圆形化的结论。因此取 $a=5\text{mm}$, $c=6\text{mm}$ 再作计算, 得 $K_{I(a)}=1720.5\text{N/mm}^{3/2}$; $K_{I(c)}=1889.2\text{N/mm}^{3/2}$

据以上 4 次计算结果可得 $K_I \sim a$ 曲线及 $a \sim N$ 曲线(图 12 及图 13)。从图 13 可知, 当 $N=6000$ 循环时, $a=2.4\text{mm}$, 再从图 12 可得 $K_I < K_{Ic}$, 这时孔边半椭圆裂纹仍然安全。

由于材料性能数据不足, 本计算未考虑高温燃气对 GH169 材料的 da/dN 性能影响。GH169 材料的抗腐蚀性能较好, 估计燃气腐蚀的影响不如在 GH36 涡轮盘上的严重。

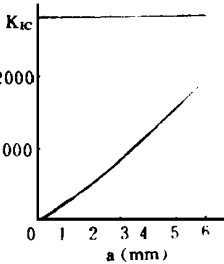


图 12 孔边半椭圆裂纹的 $a \sim K_I$ 曲线

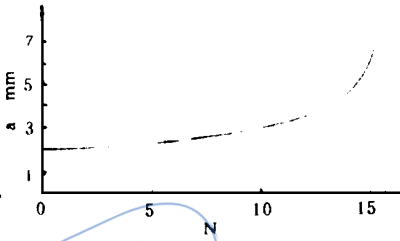


图 13 孔边裂纹的 $a \sim N$ 曲线

六、结 论

1. 用位移法求解表面裂纹 (或角隅裂纹) 求 K_I 是一种简便的近似法, 在工程上应用是有效的, 典型算例的结果与光弹性实验结果相比较, 误差在 8% 以内, 和 Newman 等人的研究结果也十分接近。本方法对于比较复杂的构件作断裂分析方便易行, 容易掌握。
2. 使用位移法求解 K_I 时, 单元数目较多, 要求计算机容量较大。但只需要在靠近裂纹区域网格划分密些, 而离裂纹远处网格可粗些。这样既可保证精度, 又可节约内存和机时。
3. 对某型机 级涡轮盘的验算表明, 当冷却孔中出现半椭圆表面裂纹时, 如 $a < 2\text{mm}$ 及 $c < 3\text{mm}$, 这种裂纹并不危险, 在 $N=6000$ 循环之后, 裂纹的扩展量很小, 不致于造成轮盘失效。

参 考 文 献

[1] Kathiresan, K., "Three-Dimensional Linear Elastic Fracture Mechanics Analysis by a Displacement Hybrid Finite Element Model", ph. D. Thesis, Georgia Institute of Technology(1976).

[2] Raju, I. S. and Newman, J. C., "Stress Intensity Factors for a Wide Range of Semi-Elliptical Surface Cracks in Finite-Thickness Plate", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 11, 1981.

[3] Smith, F. W. and Sorensen, D. R. "Mixed Mode Stress Intensity Factors for Semi-Elliptical Surface Cracks", NASA CR-134684(1974).

[4] Kobayashi, A. S., "Surface Flaws in Plates in Bending", Proc. 12th Annual Meeting of the Soc. of Engng Sci, Austin, Texas (1975).

[5] 陈麓, "工程断裂力学", 国防工业出版社, 1977 年。

[6] 王铎, "断裂力学", 广西人民出版社, 1982 年。

[7] 聂景旭、郑光华等, "断裂力学理论及其在发动机上的应用", p192~195, 航空教材编审组, 1985 年。

[8] T. T. King, "United States Air Force Engine Damage Tolerance Requirements", AIAA-85-1209.

[9] 黄志豪等, "航空发动机设计用材料数据手册", 中国航空发动机总公司出版, 1990 年。

[10] Newman, J. C. Raju, I. S., "Prediction of Fatigue Crack-Growth Patterns and Lives in Three Dimensional Crack Bodies", Advances in Fracture Research, Vol. 3, p1597-1608(1986).

method is proposed for yield surface correction. The other is how to deal with $\Delta\alpha$ and $\Delta\epsilon$ of plane stress problem because they are not equal to zero. The solution of this problem is also provided in the program. Several numerical examples are given to check the reliability of the MTEPCA program. The stress-strain hysteresis loops of the point A (danger point) on the analogue sample under cyclic loading are analysed for the structural integrity research.

VARIABLE AMPLITUDE LCF LIFE PREDICTION METHODS

Wang Lüsheng, Ru Meixiu, Cao Fenglan, Gong Mengxian

(*Gas Turbine Establishment*)

ABSTRACT This paper describes our variable amplitude LCF life prediction system based on the strain fatigue theory. The local stress-strain method modified by us is more accurate than the conventional local stress-strain method. This method is provided for disk life design. The presented system is also capable of accurate prediction of the variable amplitude LCF life according to the statistic data of smooth round bar specimen LCF lives to failure, so it is quite a convenient and simple experimental estimation method. Finally, the new method used in the presented system for determining the reliability life of rotating disks is better than the method in EGD-3 stress standard.

STRESS INTENSITY FACTORS AND THE PROPAGATION OF SURFACE CRACK IN TURBINE DISK

Zheng Guanghua and Xia Deyi

(*Beijing University of Aeronautics and Astronautics*)

ABSTRACT A displacement method is provided to determine the stress intensity factors of nodes on crack surface in cracked body. The K_I at the points along crack front of surface crack are obtained from the curve of K_I versus r by the extrapolation. The K_I of semi-circular and semi-elliptical surface crack in the finite-thickness plates subjected to tensile load are calculated by the three-dimensional finite-element method. The photoelastic experiments with stress frozen method are made to examine the accuracy of the calculated results by the present method. Based on the expression proposed by Elber and Newman for the crack growth rate, the crack growth pattern and the life prediction of semi-elliptical crack in a turbine disk of a jet engine are investigated. It is shown that the method presented in this paper is simple and convenient to analyse surface crack problems of engineering components.

A LARGE ANALYTICAL DEFORMATION METHOD FOR PREDICTION OF DISK BURST SPEED

Hong Qilin and Wang Ping

(*Beijing University of Aeronautics and Astronautics*)

ABSTRACT A new method has been elaborated to predict the burst speed of aeroengine disks. The disks should overspeed or even break due to malfunction of control system, shaft decoupling or afterburning failure. In order to avoid catastrophic failure of an engine, it is required to allow a margin of the disk burst speed. When the maximum rotor speed approaches to the disk burst speed, the plastic strain attains to large value in strain-