

正交各向异性材料、异型孔气冷叶片 三维弹性应力分析

沈阳航空发动机研究所 徐鹤山 王正涛 郝艳华

【摘要】 本文介绍了正交各向异性材料、异型孔气冷叶片三维弹性应力分析的计算方法,并给出了一个真实的气冷涡轮叶片的计算结果及分析。为了适应气冷涡轮叶片内型孔复杂,材料为定向凝固结晶和内外壁温度差比较大的特点,文中采用分段线性和非线性的假设划分单元,形成几何模型和力学模型,采用坐标变换法建立单元的弹性矩阵,并且采用分段线性插值法考虑温度对材料特性的影响。本文对方法和程序的正确性进行了验证,而且将这种方法和程序应用到工程设计中。实践证明,方法和程序可靠,精度满足工程上的要求。

一、方法简介

在航空发动机自行设计中,为了提高发动机的性能,航空发动机采用了复合式气冷涡轮叶片,叶片内型孔为回流冷却式结构见图 1。其材料为定向凝固结晶体^[1]。这种特殊结构、特定材料的叶片,必须采用新的方法进行强度设计。目前国内已有的三维有限元法成功地用于工程设计中^[2]。本工作是上述工作的继续和发展,将 20 节点三维等参单元用于各向异性材料、异型孔气冷涡轮叶片的三维弹性应力分析。

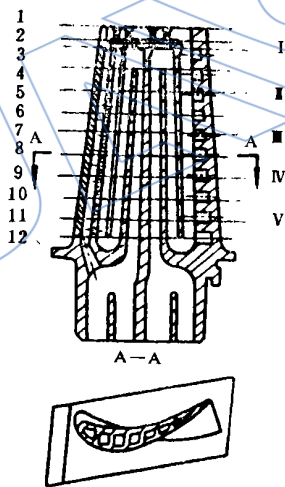


图 1 复合式气冷涡轮叶片内型孔

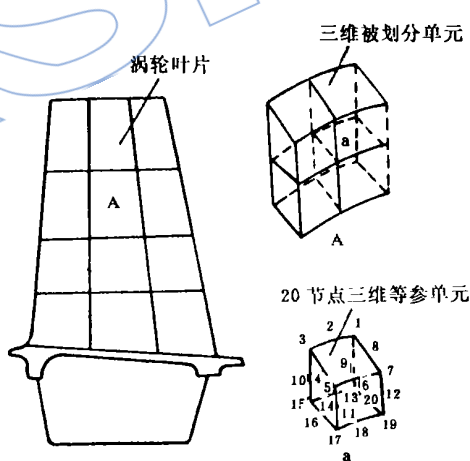


图 2 几何模型和力学模型的建立

1. 计算模型的建立 异型孔气冷涡轮叶片的计算模型为 20 节点三维等参元。由于涡轮叶片的内型孔很复杂,不仅有横向几何尺寸不连续,而且有纵向几何尺寸不连续,用一般方法形成这样的几何模型比较困难。本文采用分段线性或分段非线性的假设,将叶片各型面上的坐标在三维空间的分布,按曲率变化大小分成若干段,每段可以是直线,也可以是曲线(

一般为二次曲线), 然后再将有关段分别组成若干个三维被划分区域或被划分单元, 最后利用形状函数插值法形成 20 节点三维等参元的几何模型, 见图 2。

另外, 对于一个叶片而言, 在进出口气流角等参数一定的前提下, 其表面压力分布为叶片表面曲率的函数。因此, 采用同样的假设和方法形成叶片的力学模型。形状函数插值公式:

$$X = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta, \zeta) x_i, \quad Y = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta, \zeta) y_i, \quad Z = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta, \zeta) z_i \quad (1)$$

式中: x_i, y_i, z_i 为被划分单元的节点坐标; N_i 为 i 点的形状函数; i 为被划分单元的节点号; n 为被划分单元的节点数; ξ, η, ζ 为单元节点的局部坐标; X, Y, Z 为 20 节点三维等参元的节点坐标。

2. 单元的刚度矩阵和应力矩阵 异性材料涡轮叶片的各向异性, 在三维有限元弹性应力分析中, 只在物理方程中反映出来, 即只在弹性矩阵 $[D]$ 和热膨胀系数矩阵 $\{\alpha\}$ 中反映出来。因此这里着重介绍这两个参数, 以便建立异性材料的刚度矩阵和应力矩阵。

(1) 材料坐标系和总体坐标系的确定 叶片的总体坐标系: 发动机轴线为 x 轴 (向后为正), 周向为 y 轴, 径向为 z 轴。叶片材料的坐标系是由材料的弹性主轴上的两点 i, j 及包括主轴的主平面上一点 k 在总体坐标系中的坐标信息确定。由 i, j 点的坐标信息得矢量 $\bar{x}_1$, 由 i, k 点的坐标信息得矢量 $\bar{f}$, 由 $\bar{x}_1 \cdot \bar{f} = \bar{z}_1$, 由 $\bar{z}_1 \cdot \bar{x}_1 = \bar{y}_1$ 。这样就得到了材料的坐标系 $\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1$ 见图 3。

(2) 材料坐标系中的弹性矩阵 $[D]_M$ 和热膨胀系数矩阵 $\{\alpha\}_M$ 对于正交各向异性材料, 将其弹性主轴方向 (1, 2, 3) 定为材料坐标系的坐标轴 ($\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1$), 见图 3。并给出材料坐标系中的 9 个弹性常数: 三个轴向方向的杨氏模量 E_{11}, E_{22}, E_{33} , 泊松比 $\mu_{12}, \mu_{23}, \mu_{13}$, 剪切模量 G_{12}, G_{23}, G_{13} 和三个热膨胀系数 $\alpha_{1M}, \alpha_{2M}, \alpha_{3M}$ 。应力和应变关系如下:

$$\{\sigma\}_M = [D]_M \{\epsilon\}_M \quad (2)$$

式中 $\{\sigma\}_M = \{\sigma_{x_1}, \sigma_{y_1}, \sigma_{z_1}, \tau_{x_1 y_1}, \tau_{y_1 z_1}, \tau_{z_1 x_1}\}^T$, $\{\epsilon\}_M = \{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \gamma_{x_1 y_1}, \gamma_{y_1 z_1}, \gamma_{z_1 x_1}\}^T$

$$[D]_M = \begin{bmatrix} E_{11} & 0 & 0 \\ 0 & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & E_{33} \\ G_{12} & G_{23} & G_{13} \end{bmatrix}, \quad [D]_M = \begin{bmatrix} 1/E_{11} & \mu_{12}/E_{22} & \mu_{13}/E_{33} \\ \mu_{21}/E_{11} & 1/E_{22} & \mu_{23}/E_{33} \\ \mu_{31}/E_{11} & \mu_{32}/E_{22} & 1/E_{33} \end{bmatrix}$$

$$\mu_{21}/E_{11} = \mu_{12}/E_{22}, \quad \mu_{31}/E_{11} = \mu_{13}/E_{33}, \quad \mu_{32}/E_{22} = \mu_{23}/E_{33}$$

材料坐标系中的热膨胀系数 $\{\alpha\}_M$, 在弹性主轴方向, 热膨胀只产生正应变, 无剪应变分量。因而 $\{\alpha\}_M = \{\alpha_{1M}, \alpha_{2M}, \alpha_{3M}, 0, 0, 0\}^T$

(3) 总体坐标系中的弹性矩阵 $[D]$ 和热膨胀系数矩阵 $\{\alpha\}$ 必须将 $[D]_M$ 转化到总体坐标系 x, y, z 中去, 求得 $[D]$, 才能用于总体坐标系中的物理方程:

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad (3)$$

前面已经求得材料坐标系 x_1, y_1, z_1 , 现在分别用 $l_1, m_1, n_1, l_2, m_2, n_2, l_3, m_3, n_3$ 表示三个坐标轴在总体坐标系 x, y, z 中的方向余弦。

根据应力分量和应变分量坐标转换公式可得:

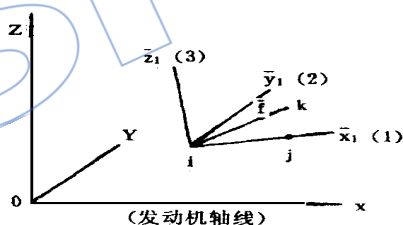


图 3 总体和材料坐标系

$$\{\sigma\} = [U]^T \{\sigma\}_M, \quad \{\epsilon\} = [U]^T \{\epsilon\}_M \quad (4)$$
$$[U] = \begin{bmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & l_1 m_1 & m_1 n_1 & n_1 l_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & l_2 m_2 & m_2 n_2 & n_2 l_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & l_3 m_3 & m_3 n_3 & n_3 l_3 \\ 2l_1 l_2 & 2m_1 m_2 & 2n_1 n_2 & l_1 m_2 + l_2 m_1 & m_1 n_2 + m_2 n_1 & n_1 l_2 + n_2 l_1 \\ 2l_2 l_3 & 2m_2 m_3 & 2n_2 n_3 & l_2 m_3 + l_3 m_2 & m_2 n_3 + m_3 n_2 & n_2 l_3 + n_3 l_2 \\ 2l_3 l_1 & 2m_3 m_1 & 2n_3 n_1 & l_3 m_1 + l_1 m_3 & m_3 n_1 + m_1 n_3 & n_3 l_1 + n_1 l_3 \end{bmatrix}$$

因而得： $\{\sigma\} = [U]^T \{\sigma\}_M = [U]^T [D]_M \{\epsilon\}_M = [U]^T [D]_M [U] \{\epsilon\} = [D] \{\epsilon\}$ (5)

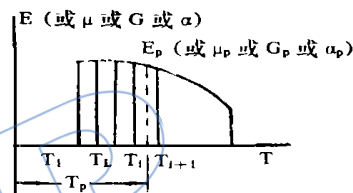
式中： $[D] = [U]^T [D]_M [U]$ 为总体坐标系中的弹性矩阵。

总体坐标系中的热膨胀系数 $\{\alpha\}$ ，可由 $\{\epsilon\} = [U]^T \{\epsilon\}_M$ 得到 ($[U]$ 同上)

$$\{\alpha\} = \{\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5 \ \alpha_6\}^T = [U]^T \{\alpha_1^M \ \alpha_2^M \ \alpha_3^M \ 0 \ 0 \ 0\}^T \quad (6)$$

有了总体坐标系中的弹性矩阵 $[D]$ 和热膨胀系数 $\{\alpha\}$ ，即可用同性材料三维有限元形成单元刚度矩阵和应力矩阵的方法，形成异性材料的单元刚度矩阵和应力矩阵。

3. 温度对异性材料弹性常数和热膨胀系数的影响 如果在计算分析时，不考虑温度对它们的影响，则将产生较大误差。利用材料手册进行分段线性插值法确定。即把上述参数按温度分若干段，每段均认为线性变化，视单元节点（或高斯点）上的温度落在那个温度段内，利用该段内的弹性常数和热膨胀系数，线性插值单元节点（或高斯点）上的弹性常数和热膨胀系数，见图 4。



二、验证和算例

1. 验证 本方法和程序是在同性材料三维有限元方法和程序的基础上发展起来的，而同性材料三维有限元的方法和程序，目前已广泛应用。因此，本方法和程序只需验证材料的各向异性。本文在材料的正交各向异性方面，采用大型结构分析程序 NASTRAN 和 ASKA，对同一构件在同样的条件下进行计算分析验证。

采用 1600mm × 80mm × 20mm 的长方板。其材料为 DZ22，密度为 8.56g/cm³，质心半径为 320mm，转速为 10000r/min，工作温度为室温。共划分为 32 个 20 节点三维等参元，根部全部约束。

本文程序弹性矩阵输入数据为： $E_{11} = 202000\text{MPa}$ ， $E_{22} = 202000\text{MPa}$ ， $E_{33} = 148000\text{MPa}$ ， $G_{12} = 88360\text{MPa}$ ， $G_{23} = 142190\text{MPa}$ ， $G_{13} = 142190\text{MPa}$ ， $\mu_{12} = 0.143$ ， $\mu_{23} = 0.429$ ， $\mu_{13} = 0.429$ 。

NASTRAN 的： $C_{11} = 260330\text{MPa}$ ， $C_{12} = 83600\text{MPa}$ ， $C_{13} = 108100\text{MPa}$ ， $C_{22} = 260330\text{MPa}$ ， $C_{23} = 108100\text{MPa}$ ， $C_{33} = 215950\text{MPa}$ ， $C_{44} = 88360\text{MPa}$ ， $C_{55} = 142190\text{MPa}$ ， C_{66}

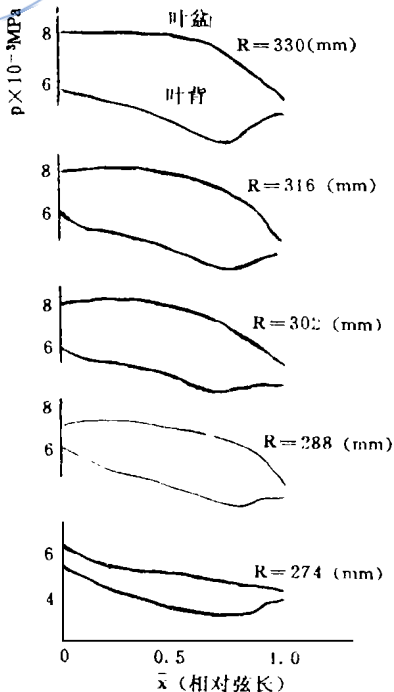


图 5 涡轮叶片表面压力分布

$= 142190 \text{ MPa}$ 。

ASKA 的: $E_{11} = 260330 \text{ MPa}$, $E_{12} = 83600 \text{ MPa}$, $E_{22} = 260330 \text{ MPa}$, $E_{13} = 108100 \text{ MPa}$, $E_{23} = 108100 \text{ MPa}$, $E_{33} = 215950 \text{ MPa}$, $E_{44} = 88360 \text{ MPa}$, $E_{55} = 142190 \text{ MPa}$, $E_{66} = 142190 \text{ MPa}$

本方法计算结果, 以 NASTRAN 结果为基准, 精度为 1.8%, 以 ASKA 结果为基准, 精度为 1.5%。由此可见, 本文的方法和程序是正确的, 精度是理想的, 完全可以在工程中应用。

2. 算例 高压气冷涡轮叶片见图 1, 转速为 $n = 12980 \text{ r/min}$, 工作温度 $t = 20$ 。叶片材料为 DZ22, 材料密度 $\rho = 8.56 \text{ g/cm}^3$, $E_{11} = 202000 \text{ MPa}$, $E_{22} = 202000 \text{ MPa}$, $E_{33} = 148000 \text{ MPa}$, $G_{12} = 88360 \text{ MPa}$, $G_{23} = 142190 \text{ MPa}$, $G_{13} = 142190 \text{ MPa}$, $\mu_{12} = 0.143$, $\mu_{23} = 0.429$, $\mu_{13} = 0.429$ 。叶盆叶背表面压力分布见图 5。单元总数为 415 个 20 节点三维等参单元, 节点总数为 2768 个。边界条件为叶片根部节点径向约束。

典型部位径向应力分布位置见图 6。计算结果见图 7 和图 8。

结论: (1) 本文方法和程序已在材料的正交各向异性方面得到了大型结构分析程序 NASTRAN 和 ASKA 的验证, 方法和程序是可靠的, 计算精度满足工程上的要求。(2) 本文着重解决类似图 1 所示结构复杂、材料为定向凝固结晶叶片的三维弹性应力

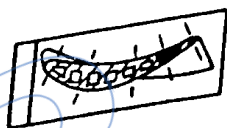
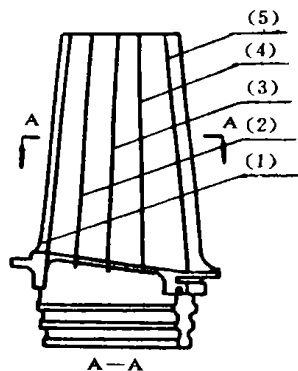


图 6 纵向剖面内应力分布位置

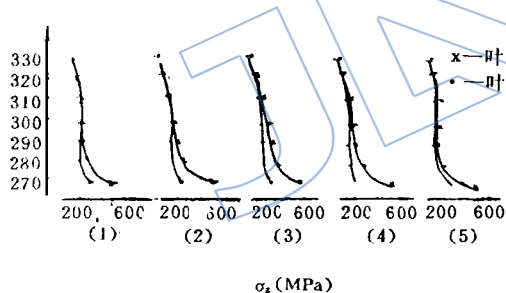


图 7 叶片五个纵向截面沿叶高应力分布曲线
(仅考虑离心力)

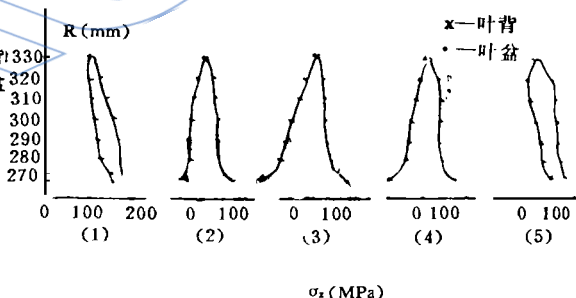


图 8 叶身五个纵向截面沿叶高应力分布曲线

分析, 方法和程序已在工程设计中应用, 解决了工程中的实际问题。(3) 本文方法和程序主要是针对各向异性材料、异型孔气冷叶片的三维弹性应力分析, 但它也可用于同性材料或异性材料各类实心叶片的三维弹性应力分析。

参 考 文 献

- [1] “航空发动机设计用材料数据手册”, 中国航空发动机总公司, 1990 年 5 月。
- [2] 熊昌炳、肖均祥, “带冠空心冷却叶片三维应力分析”, 北京航空学院学报, 1981 年, 第一期。
- [3] [美] H. G. 西夫尔著, 崔俊芝等译, “大型有限元软件 MSC/NASTRAN”, 国防工业出版社, 1988 年 4 月。

hardening range. So the concepts of material and geometrical nonlinearities are employed, but it is very difficult to obtain the solution of the double-nonlinear problems. An approximate large deformation large analytical method is proposed firstly. The basic equations are derived according to the variable thickness and temperature of the disks. Secondly, the computational procedure is described and the burst speeds of four tested disks are obtained from the calculations. At last, the calculated results are compared with the test data, and the differences are less than four percent. Therefrom, it is proved that the new method is simple, convenient and accurate for engineering application as well as it is applicable to a wide variety of disks.

APPLICATION OF PHOTOELASTIC COATING AND PHOTOPLASTICITY TO ELASTOPLASTIC STRESS ANALYSIS OF A ROTATING DISK

Dong Benhan and Gao Pengfei

(Shenyang Aeroengine Research Institute)

ABSTRACT

A experimental method is developed for elastoplastic stress analysis of a rotating disk by means of photoelastic coating and photoplasticity. The experimental results are obtained from elastoplastic strain measurements of a model disk and a compressor disk. The isochromatic fringe fields of rotating disks are recorded by two systems which are designed by authors and composed of derotator, strobe light, photoelectric detector and camera. Strips method and difference method are proposed to separate strains in the photoelastic coating. The elastoplastic stresses of the rotating disk are calculated from experimental data according to small deformation elastoplastic theory. This experimental method has the advantage over other methods in noncontact measurement of the whole field.

A THREE-DIMENSIONAL ELASTIC STRESS ANALYSIS FOR AIR-COOLED TURBINE BLADES OF ORTHOTROPIC MATERIAL WITH CONTOURED PASSAGE

Xu Heshan, Wang Zhengtao, Hao Yanhua

(Shenyang Aeroengine Research Institute)

ABSTRACT

A three-dimensional elastic stress analysis method is provided for air-cooled turbine blades of orthotropic material with contoured passages. The analytical results are presented for a real air-cooled turbine blade. The sectional linear and nonlinear assumptions are adopted to divide a blade into elements and to form the geometrical and mechanical models, the coordinate transformation is employed to set up an elastic matrix of the elements, and the sectional linear interpolation is used to consider the effect of the temperature on the blade metal, so as to calculate the directionally-solidified air-cooled turbine blades with complicated contoured passages and the high temperature differences between the inner and outer walls. The method and the program have been verified and the accuracy could meet the requirements of engineering.