

篦齿封严装置流动诱导力的计算

西北工业大学 范非达

本文以文献 [1、2] 的模型和方法为基础, 对篦齿封严装置的流动诱导力作了一些研究, 导出有些不同的线性化公式, 算例结果也有所不同。

在理想情况下, 静子与转子轴同心, 其径向间隙 δ^* 沿周向是均匀的 (* 表示理想参数), 这时, 气流流经间隙的轴向分速 C_{a^*} 和切向分速 C_{u^*} (由预旋或粘性引起) 沿周向都是均匀的, 不会引起气动力。但由于制造、装配和弹性变形等原因, 静子与转轴不可能绝对同心, 设转轴偏心以角速度 Ω 作进动运动, 在瞬时 t 处于图 1 所示位置, 很明显径向间隙 δ 沿圆周是不均的。因此气流的轴向分速 C_a 、切向分速 C_u 、压力 p 和密度 ρ 等参数沿周向都是不均匀的。同时由于转轴以角速度 Ω 改变着与静子的相对位置, 所以上列诸参数都是角度 φ 和时间 t 的函数。若能设法求出轴表面压力 $p(\varphi, t)$ 来, 沿轴表面积分就可求出流动诱导力。

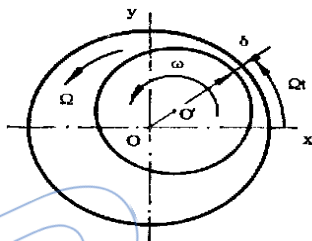


图1 偏心轴以 Ω 作进动运动

一、基本方程和线性化

假设: 1. 流经封严装置的工质是气体, 服从 $p = \rho R T$, 并且其温度不变。 2. 不考虑因转子弹性变形引起的齿槽截面积沿周向的变化。 3. 齿槽内气体状态的变化是等熵的, 因此在第 i 个齿槽内 $p_i / \rho_i^k = p_{i^*} / \rho_{i^*}^k$ 。

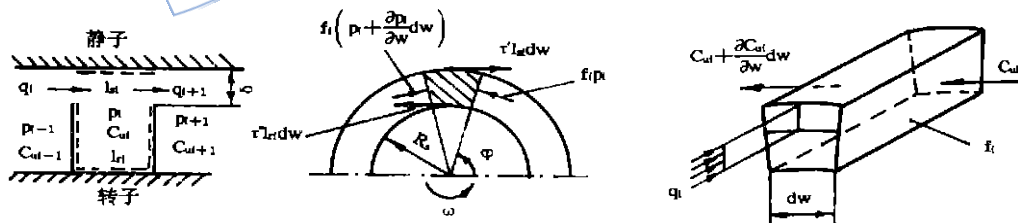


图2 扇形微元体图

取第 i 和 $i+1$ 号齿间扇形微元体作为研究对象 (图 2), 连续和周向动量方程为:

$$\frac{\partial (\rho_i f_i)}{\partial t} + f_i \frac{\partial (\rho_i C_{ui})}{\partial w} + (q_{i+1} - q_i) = 0 \quad (1)$$

$$f_i \frac{\partial (\rho_i C_{ui}^2)}{\partial w} + \frac{\partial (\rho_i f_i C_{ui})}{\partial t} + (q_{i+1} C_{ui} - q_i C_{ui-1}) + \tau' l_{st} \tau' l_{rt} = - f_i \frac{\partial p_i}{\partial w} \quad (2)$$

其中 f_i 是微元体侧面积。 τ' 、 τ 是气流与静子、转子表面的摩擦剪应力。 l_s 、 l_r 是单位周长上静子和转子的摩擦表面积。 q_i 是经过第 i 个齿隙单位周长上的每秒流量, 根据文献 [3]:

$$q_i = \mu \delta_i \overline{p_{i-1}^2 - p_i^2}, \quad \mu = \alpha / RT \quad (3)$$

α 是修正系数。 q_i 和 f_i 亦是 φ 和 t 的函数。

为了将方程 (1)、(2) 线性化, 设 $p_i = p^* i (1 + \xi_i)$, $C_{u^* i} (1 + \eta_i)$, $q^* i (1 + \zeta_i)$, $\delta_i = \delta^* i (1 + \psi_i)$; 其中 ξ_i 、 η_i 、 ζ_i 和 ψ_i 是对同心状态下相应物理量的无因次扰动量。因为轴的偏心是个小量, 所以 ξ_i 、 η_i 、 ζ_i 和 ψ_i 也都是小量, 且都是 φ 和 t 的函数。设轴心在半轴长分别为 a_i 、 b_i 的椭圆轨道上以角速度 Ω 作进动运动, 并已知 h 是齿高, l 是齿距。由几何关系可知:

$$\psi_i = - (a_i \cos \Omega \cos \varphi + b_i \sin \Omega \sin \varphi) / \delta^* i \quad (4)$$

而

$$f_i = l_i + \delta^* i (1 + \psi_i) + h_{i+1} (1 + \psi_{i+1}) / 2 \quad (5)$$

$$\zeta_i = \psi_i + \mu^2 \delta^* i (p_{i-1}^2 \xi_{i-1} - p_i^2 \xi_i) / q^* i \quad (6)$$

将 (1)、(2) 式展开, 利用假设条件和上述关系式, 略去高阶小量, 以 $\dot{Z}$ 表示 $\partial / \partial t$, 以 Z 表示 $\partial / \partial \varphi$, 整理可得出下列线性化方程:

$$\begin{cases} A_i \xi_i + B_i \xi_i' + C_i \eta_i' + D_i \xi_{i-1} + E_i \xi_i + F_i \xi_{i+1} = H_i \\ A_i \xi_i + J_i \eta_i + K_i \xi_i' + L_i \eta_i' + M_i \xi_{i-1} + N_i \xi_i + P_i \eta_{i-1} + Q_i \eta_i = H_i + S_i \end{cases} \quad (7)$$

其中 $A_i = f^* i / k$, $B_i = f^* i C_{u^* i} / k R_s$, $C_i = f^* i C_{u^* i} / R_s$, $D_i = - \mu^2 R T p_{i-1}^2 \delta^* i / p^* i q^*$,

$$E_i = \mu^2 R T p^* i (\delta_{i+1}^2 / p^* i q^* + \delta^* i / p^* i q^*), \quad F_i = - \mu^2 R T p_{i+1}^2 \delta_{i+1}^2 / p^* i q^*, \quad J_i = f^* i,$$

$$K_i = f^* i (R T / C_{u^* i} + C_{u^* i} / k) / R_s, \quad L_i = 2 C_i, \quad M_i = D_i - \mu^2 \delta^* i p_{i-1}^2 Z / q^2,$$

$$N_i = E_i + (\mu^2 \delta^* i p_i^2 / q^2 + 1) Z_i, \quad Q_i = R T q^* / p^* i + \lambda_{si}^* C_{u^* i} + \lambda_{ri}^* (u - C_{u^* i}),$$

$$P_i = x R T q^* / p^* i - Z_i, \quad Z_i = \lambda_{si}^* C_{u^* i} / 2 - \lambda_{ri}^* (u - C_{u^* i})^2 / 2 C_{u^* i},$$

$$\begin{aligned} H_i &= W_{1i} [a_{ih} \cos(\varphi + \Omega) + a_{ih} \cos(\varphi - \Omega) - b_{ih} \cos(\varphi + \Omega) + b_{ih} \cos(\varphi - \Omega)] \\ &+ W_{2i} [-a_{ih} \sin(\varphi + \Omega) + a_{ih} \sin(\varphi - \Omega) - b_{ih} \sin(\varphi + \Omega) + b_{ih} \sin(\varphi - \Omega)] \\ &+ W_{3i} [a_{iq} \cos(\varphi + \Omega) + a_{iq} \cos(\varphi - \Omega) - b_{iq} \cos(\varphi + \Omega) + b_{iq} \cos(\varphi - \Omega)] \\ &+ W_{4i} [-a_{iq} \sin(\varphi + \Omega) + a_{iq} \sin(\varphi - \Omega) - b_{iq} \sin(\varphi + \Omega) + b_{iq} \sin(\varphi - \Omega)] \\ S_i &= - \mu^2 \delta^* i (p_{i-1}^2 - p_i^2) Z_i [a_{iq} \cos(\varphi + \Omega) + a_{iq} \cos(\varphi - \Omega) \\ &- b_{iq} \cos(\varphi + \Omega) + b_{iq} \cos(\varphi - \Omega)] / 2 q^2, \end{aligned}$$

$$W_{1i} = \mu^2 R T \delta_{i+1}^2 (p_i^2 - p_{i+1}^2) / 2 p^* i q^*, \quad W_{2i} = W_{4i} = \Omega / 4,$$

$$W_{3i} = - \mu^2 R T \delta^* i (p_{i-1}^2 - p_i^2) / 2 p^* i q^*, \quad i = 1, 2, \dots, n-1.$$

a_{iq} 、 b_{iq} 和 a_{ih} 、 b_{ih} 分别表示第 i 槽前后断面轴心椭圆运动轨迹的两个半轴长, 并且可能不相等。 λ 和 λ^* 是静子和转子表面与气流的摩擦系数, 当雷诺数 $Re < 1200$ 时用公式 $\lambda = 64 / Re$ 计算, 当 $Re > 1200$ 时用公式 $\lambda = 0.3164 Re^{-0.25}$ 计算。 $Re = LV / \nu$, 其中 V 是相对于表面的气流速度, ν 是运动粘性系数, L 是齿槽横断面的周长。上式中各系数均已知, 只有 ξ_i 和 η_i 是未知数。

公式 (7) 与文献 [1、2] 的公式有四个不同之处: (1) ξ_{i-1} 的系数 M_i ; (2) ξ_i 的系数 N_i ; (3) η_{i-1} 的系数 P_i ; (4) 第二式等号右边的 S_i 。此外, 文献 [1、2] 的公式等号左边还保留有不含 ξ 和 η 的项, 它们实际为 0。在公式线性化过程, 发现若认为 $C_{u^* i-1} / C_{u^* i} = 1 + \gamma_i$, 且认为 γ_i 是小量, 则可推出与文献 [1、2] 完全相同的线性化公式。但由同心的动量方程:

$$C_{u^* i-1} / C_{u^* i} = 1 + \lambda_{si}^* p^* i C_{u^* i} / 2 R T q^* - \lambda_{ri}^* p^* i (u - C_{u^* i})^2 / 2 R T q^* C_{u^* i} \quad (8)$$

表明 γ_i 与一系列因素有关。下面一个三齿封严装置的算例算出 $C_{u^* 0} = 0$, $C_{u^* 1} = 142.7 \text{ m/s}$, $C_{u^* 2} = 216.2 \text{ m/s}$, 说明假设 γ_i 为小量是不恰当的。

二、方程的求解

将方程组 (8) 写成矩阵形式:

$$\begin{aligned} T\dot{u} + V\dot{u} + Au = & W_1 [u_h \cos(\varphi_+ \Omega) + a_h \cos(\varphi_- \Omega) - b_h \cos(\varphi_+ \Omega) + b_h \cos(\varphi_- \Omega)] \\ & + W_2 [-a_h \sin(\varphi_+ \Omega) + a_h \sin(\varphi_- \Omega) - b_h \sin(\varphi_+ \Omega) + b_h \sin(\varphi_- \Omega)] \\ & + W_3 [u_q \cos(\varphi_+ \Omega) + a_q \cos(\varphi_- \Omega) - b_q \cos(\varphi_+ \Omega) + b_q \cos(\varphi_- \Omega)] \\ & + W_4 [-a_q \sin(\varphi_+ \Omega) + a_q \sin(\varphi_- \Omega) - b_q \sin(\varphi_+ \Omega) + b_q \sin(\varphi_- \Omega)] \quad (9) \end{aligned}$$

其中 T 、 V 和 A 是 $2(n-1)$ 阶方阵, u 和 W_1 、 W_2 、 W_3 、 W_4 是有 $2(n-1)$ 个元素的列矩阵。满足方程 (9) 的解必具有下列形式 (10) 和待定系数 (11)

$$u = \alpha_1 \sin(\varphi_+ \Omega) + \beta_1 \cos(\varphi_+ \Omega) + \alpha_2 \sin(\varphi_- \Omega) + \beta_2 \cos(\varphi_- \Omega) \quad (10)$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = [A_{+1} & E_{+1} & A_{+2} & E_{+2} & \dots & A_{+(n-1)} & E_{+(n-1)}]^T \\ \alpha_2 = [A_{-1} & E_{-1} & A_{-2} & E_{-2} & \dots & A_{-(n-1)} & E_{-(n-1)}]^T \\ \beta_1 = [B_{+1} & F_{+1} & B_{+2} & F_{+2} & \dots & B_{+(n-1)} & F_{+(n-1)}]^T \\ \beta_2 = [B_{-1} & F_{-1} & B_{-2} & F_{-2} & \dots & B_{-(n-1)} & F_{-(n-1)}]^T \end{cases} \quad (11)$$

由此可求出 u , 即求出 ξ_i 和 η_i , 只要知道 p^*_{i-1} 和 C_{u^*i} , 就知 p_i 和 C_{ui} 沿 φ 随 t 的变化。

三、流动诱导力及算例

用和文献 [1] [2] 相同的方法求出同心状态下的 p^*_{i-1} 、 C_{u^*i} 和 q 来。沿轴表面积分

$$F_{xi} = -R_s \int_0^{2\pi} p^*_{i-1} \xi_i \cos \varphi d\varphi, \quad F_{yi} = -R_s \int_0^{2\pi} p^*_{i-1} \xi_i \sin \varphi d\varphi, \quad F_x = \sum_{i=1}^{n-1} F_{xi}, \quad F_y = \sum_{i=1}^{n-1} F_{yi} \quad (12)$$

就求出了流动诱导力的两个分量。在 $a_i = b_i = a$, $i = 1, 2, \dots, n$ 的条件下, 可以证明流动诱导力

F 的大小 $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$, 方向 $\tan \Phi = F_y / F_x = \tan(\Omega + \varphi)$, F 和 φ 都不随时间变化。

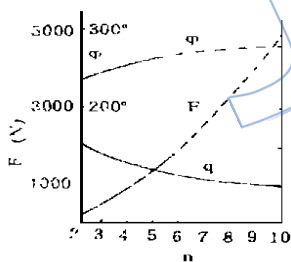


图3 齿数 n 的影响

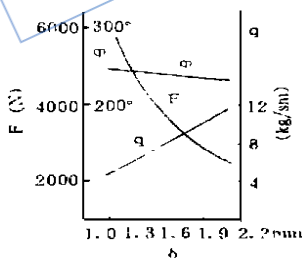


图4 间隙 δ 的影响

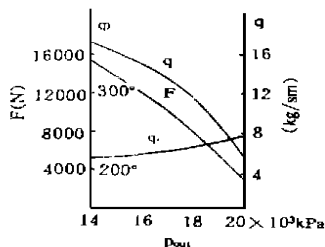


图5 出口压力 p_{out} 的影响

算例采用与文献 [2] 相同的原始数据: $p_{in} = 20482 \text{ kPa}$, $p_{out} = 19678.4 \text{ kPa}$, $T = 784.15 \text{ K}$, $k = 1.4$, $R_s = 1 \text{ m}$, $n = 3$, $h = 10 \text{ mm}$, $l = 30 \text{ mm}$, $\delta = 1.3 \text{ mm}$, $a = b = 0.1 \text{ mm}$, $\omega = 5000 \text{ rpm}$, $\Omega = 5000 \text{ rpm}$, $\alpha = 0.7$, 不预旋。以上述为基准, 计算了各参数对流动诱导力的 F 、 φ 和 q^* 的影响。图3 是齿数 n 的影响, 图中曲线的右端用虚线表示是因为 ζ_{max} 已达到 $0.14 \sim 0.30$, 预计计算结果会有较大的误差。图4 是间隙 δ 的影响。图5 是出口压力 p_{out} 的影响。与文献 [2] 比较可见: 在数量上有较大的差别, 在某些变化趋势上也存在着一些差别。

参 考 文 献

- [1] Iwatsubo T., "Evaluation of Instability Forces of Labyrinth Seals in Turbines or Compressors", NASA CP 2133, 1980.
- [2] Iwatsubo T., Motoooka N., Kawai R., "Flow Induced Force of Labyrinth Seal", NASA CP 2250, 1982.
- [3] 斯库巴切夫斯基, "航空燃气涡轮发动机零件结构与计算", 国防工业出版社, 1956 年, 139-141 页。

TECHNICAL NOTES

AN EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF ROTATING STALL IN A CENTRIFUGAL COMPRESSOR WITH VANELESS DIFFUSER

Chu Wuli (*Northeastern Polytechnical University*)

Jiang Tong (*Xian Jiaotong University*)

ABSTRACT

This paper deals with experimental investigation of unsteady flow in a radial vaneless diffuser. The circumferentially uniform discharge at the exit of the diffuser changes into a periodic circumferentially fluctuating flow state. The experimental measurements show that the properties of rotating stall in the diffuser are very obvious. The results of the investigation indicate that two type of rotating velocity patterns occur successively as the flow rate decreases. Their rotational speeds are different and the pattern with low rotational speed firstly appears.

VALUATION OF FLOW-INDUCED FORCE IN LABYRINTH SEAL

Fan Feida (*Northwestern Polytechnical University*)

ABSTRACT

The continuity equation and momentum equation of the flow through a sectorial element in labyrinth seal is linearized according to the presumption of the small disturbance and solved with the aid of matrix method. Then the distribution of the pressure on the cylindrical surface of rotor is obtained. Finally, the flow-induced force on rotor is evaluated by means of integration. Numerical example indicates that as the number of seal chamber increases, the flow-induced force increases while the leakage flow rate decreases; when the seal clearance increases, the flow-induced force decreases while the leakage flow rate increases; but both the flow induced force and leakage flow rate decrease when the exit pressure increases.

ANALYTICAL FORMULAS FOR LOGARITHMIC MEAN TEMPERATURE DIFFERENCE AND HEAT-EXCHANGE AREA

Wang Feng, Liu Zhiwei, Hang Zhenxing

(*Beijing University of Aeronautics and Astronautics*)

ABSTRACT

In order to save energy and metallic material, it is very important to calculate the logarithmic mean temperature difference between the two kinds of fluids and the superficial area of the heat exchanger accurately. The traditional calculational method is too complicated, but the error of simplified method is too significant, so we deduce the formulas for logarithmic mean temperature difference between the cold and hot fluids in a heat exchanger in consideration of their thermophysical properties and the formula for superficial area of the exchanger. The formulas are easy to use and give accurate results.