

二元喷管三维粘性流场的数值模拟

清华大学 纪永春 北京航空航天大学 马铁犹 崔济亚

【摘要】 本文用数值方法对二元喷管的三维粘性流场进行模拟, 将 MacCormack 有限差分格式推广到全三维 N-S 方程的求解。在数值迭代中使用加快收敛速度的当地时间步长, 并根据格式压缩计算机存储量和计算量。进行了两个算例的数值模拟, 计算结果与实验相符。

一、前 言

提高现代飞机或导弹防御能力的一个重要课题是隐身技术的研究。红外隐身的主要手段是减少飞行器的红外辐射, 避开敌方的红外探测。飞行器的红外源主要是喷口热辐射和排气射流热辐射。二元喷管的选择是一种值特别重视的隐身方案。二元喷管的特点是具有较长的排气面周界, 能提供较大的热燃气流与自由空气混合的表面积, 拐角附近形成涡流, 进一步增强了混合作用。旋涡与二元喷管的相结合, 可形成喷出燃气与周围流体之间的大尺度交换运动, 强化排气的混合 (卷吸与掺混), 使排气温度迅速下降。这种方案简单, 推力性能损失小^[1~2]。

由于二元喷管流动的三维性和超音性, 使喷管内部流场的测量很困难, 一般只测量其出口流场, 但对喷管内流动的理解, 是设计二元喷管的基础。用数值方法模拟流场同样可以了解流场内部结构。因此, 需要发展一套模拟三维流场的计算程序, 模拟二元喷管的整个流动过程。模拟三维流场的困难除了三维流场的网格设计, 适当的紊流模型建立外, 解决计算机的计算速度和内存容量的矛盾。

提高计算效率一直是人们非常关注的问题。MacCormack 有限差分格式^[3]是一种非常稳定和有效的格式, 很适合解决复杂问题, 因为是显格式, 所占计算机内存容量小, 解决了三维粘性流场模拟计算机内存容量不够的困难。

本文给出 MacCormack 格式对三维流场的表达式, 使用加快收敛速度的当地时间步长, 在程序编制过程中对程序进行了优化设计, 讨论了边界条件的处理, 对两个算例进行了数值模拟, 并与实验结果进行了对比。

二、控 制 方 程

在计算域 (ξ, η, ζ) , 可压缩 Navier-Stokes 方程的守恒型为:

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \zeta} = 0 \quad (1)$$

式中

$$\tilde{U} = U/J$$

$$\tilde{E} = (E\xi_x + F\xi_y + G\xi_z)/J$$

$$\tilde{F} = (E\eta_x + F\eta_y + G\eta_z)/J$$

$$\tilde{G} = (E\zeta_x + F\zeta_y + G\zeta_z)/J$$

其中 U 、 E 、 F 和 G 为物理量的向量式^[4]， J 为坐标变换 Jacobian， ξ_x 、 η_x 、 ζ_x 等为坐标变换关系^[5]。

$$\text{状态方程为: } p = (\gamma - 1) \left(e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \right) \quad (2)$$

p 为压力， e 为单位体积的总内能， ρ 为密度， γ 为比热比， u 、 v 和 w 分别为笛卡尔坐标系的速度分量。

结合二元喷管流场的特点，使用的紊流模型是 Baldwin-Lomax 代数方程模型。在三维流场各点的紊流粘性系数应用 adhoc 特定关系式计算^[6]：

$$\mu_t = \{ [\mu^{(\xi, \eta)}]^2 + [\mu^{(\xi, \zeta)}]^2 \}^{1/2} \quad (3)$$

式中 $\mu^{(\xi, \eta)}$ 和 $\mu^{(\xi, \zeta)}$ 分别为在 (ξ, η) 面和 (ξ, ζ) 面中应用 Baldwin-Lomax 代数方程模型计算的紊流粘性系数。

三、差分格式

使用 MacCormack 有限差分格式在计算域内求解控制方程 (1)，为了便于使用当地时间步长，使用不分裂格式。在计算平面取 $\Delta\xi = \Delta\eta = \Delta\zeta = 1$ ，有限差分格式可写为：

预报步

$$\bar{U}_{i,j,k}^{n+1} = \bar{U}_{i,j,k}^n - \Delta t_{i,j,k} \left(\bar{E}_{i+1,j,k}^n - \bar{E}_{i,j,k}^n + \bar{F}_{i,j+1,k}^n - \bar{F}_{i,j,k}^n + \bar{G}_{i,j,k+1}^n - \bar{G}_{i,j,k}^n \right) \quad (4)$$

校正步

$$U_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{2} \{ \bar{U}_{i,j,k}^n + \bar{U}_{i,j,k}^{n+1} - \Delta t_{i,j,k} [\bar{E}_{i,j,k}^{n+1} - \bar{E}_{i-1,j,k}^{n+1} + \bar{F}_{i,j,k}^{n+1} - \bar{F}_{i,j-1,k}^{n+1} + \bar{G}_{i,j,k}^{n+1} - \bar{G}_{i,j,k-1}^{n+1}] \}$$

以上两式中，上标和下标分别表示时间步和网格点， $\Delta t_{i,j,k}$ 为当地时间步长。

ξ 方向的时间步长由下式计算：

$$\Delta\xi = 1 / \{ |u\xi_x + v\xi_y + w\xi_z| + a(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)^{1/2} + \frac{2\gamma}{\rho Re} \left(\frac{\mu_l}{P_{rl}} + \frac{\mu_t}{P_{rt}} \right) (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) + \frac{2}{3} \frac{\mu_l + \mu_t}{\rho Re} (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)^{1/2} [\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2]^{1/2} + (\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)^{1/2} \} \quad (5)$$

式中 a 为当地音速， μ_l 和 μ_t 分别为层流和紊流粘性系数， Re 为无量纲尺度的雷诺数， P_{rl} 和 P_{rt} 分别为层流和紊流普朗特数。

将 (5) 式中的 ξ 换成 η ， η 换成 ζ 即可得 $\delta\eta$ ，同理可得 Δt_ζ 。当地时间步长为

$$\Delta t_{i,j,k} = CFL \min(\Delta t_\xi, \Delta t_\eta, \Delta t_\zeta) \quad (6)$$

其中 $CFL = 0.4$ 。

为了提高 MacCormack 格式在求解方程时的数值稳定性，使格式能够捕获激波，在格式 (4a) 和 (4b) 中，沿 ξ 、 η 、 ζ 三个方向分别加入人工耗散项，具体形式参见文献 [4]。

四、边界条件

对于二元喷管有四类边界：进口边界、出口边界、对称面边界和固体壁面边界。

1. 进口边界 给定均匀的来流总压 P_o 、均匀的总温 T_o 和气流进口方向, 对本文计算的亚音速来流, 进口速度用一阶外推计算, 流场在进口的其它参数由状态方程和等熵关系确定。

2. 出口边界 如果出口是亚音速流给定出口反压 P_b , 速度和温度一阶外推, 即

$$P_{II,j,k} = P_b, \quad f_{II,j,k} = f_{II-1,j,k}, \quad f = u, v, w, T \quad (7)$$

如果出口是超音速流, 密度、速度和温度使用二阶外推, 即

$$f_{II,j,k} = 2f_{II-1,j,k} - f_{II-2,j,k}, \quad f = \rho, u, v, w, T \quad (8)$$

式 (7) 和 (8) 中, II 表示出口截面 ξ 的下标。出口截面的其它参数由状态方程确定。

3. 对称面边界 这是一个与 $x-y$ 面平行的面, 也与变换后的 $\xi-\eta$ 面平行。在这个面上没有通量穿越, 垂直此面的速度为零, 另外两个方向的速度以及密度、温度用一阶外推计算, 即

$$w_{i,j,KK} = 0.0, \quad f_{i,j,KK} = f_{i,j,KK-1}, \quad f = \rho, u, v, T \quad (9)$$

4. 固体壁面边界 固体壁面为无透射壁面, 在壁面处没有通量穿越, 对粘性流场使用无滑移边界条件, 假定壁面是绝热的, 固体壁面边界条件为:

$$u_w = v_w = w_w = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_w = 0, \quad \left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_w = 0 \quad (10)$$

式中下标 w 表示壁面处, n 是垂直壁面的距离。温度和压力梯度用一阶差分计算。

五、计算结果分析

本文对两种几何尺寸的二元喷管各做了一个情况的数值模拟, 并与文献 [6] 中的实验结果进行了比较。

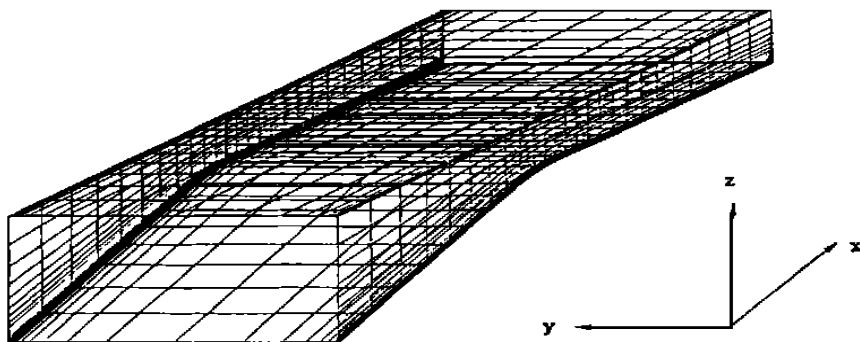


图 1 三维网格 ($26 \times 21 \times 18$)

第一个二元喷管算例, 用代数方法设计网格, 首先在 $x-z$ 平面生成收扩喷管的二维网格, 然后将此二维网格沿 y 轴方向按指数分布叠加成三维网格。网格如图 1 所示, 网格点数为 $26 \times 21 \times 18$ 。喷管的收缩面和扩张面角度为 22.33 和 1.21° ; 出口和喉道的面积比为 $A_e/A_t = 1.0891$, 喉道高 $H = 2.738\text{cm}$, 两侧壁面距离为 7.6cm , 取喉道高度的一半 ($H/2$) 为无量纲长度尺度。

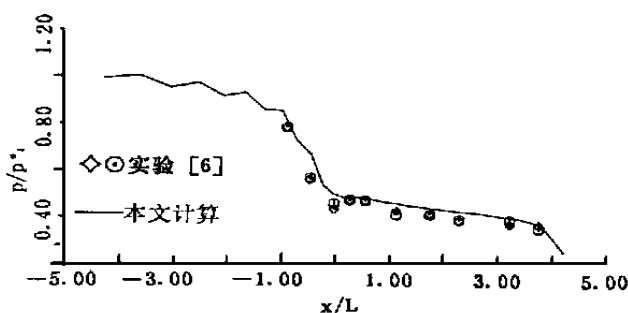


图 2 对称面下壁面沿流向压力分布

流场计算的条件为: 进口总压 $P_o = 30095.25\text{Pa}$, 总温 $T_o = 295^\circ\text{K}$, 反压 $P_b = 101325\text{Pa}$, 临

界参数雷诺数 $R_{\text{cer}}=6.14\times 10^5$ 。计算所得沿流向下壁面压力分布与文献 [6] 中的实验值比较见图 2, 二者符合得较好。流场沿流向对称面 $x-z$ 面上的等马赫线见图 3, 速度分布矢量见图 4, 二者符合得较好。



图 3 对称面沿流向等马赫线分布

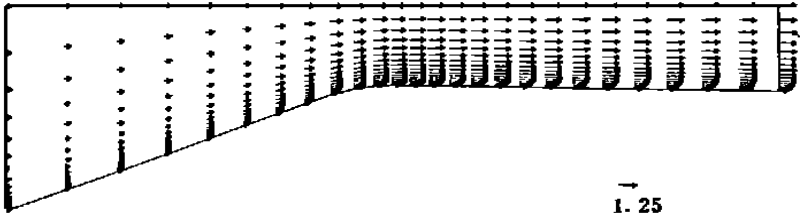


图 4 对称面沿流向速度矢量图

图 4, 从图中可以看出气体的加速过程和速度沿壁面的分布。网格沿主流方向共取 26 站, 第 11 站是喉道。图 5、6、7 和图 8 分别为网格沿流向第 10 站、第 15 站、第 20 站和第 25 站处横截面 $y-z$ 面上速度矢量图, 图 5 位于喉道前一站, 其余三张图位于喉道下游。从这些图中可看出横向二次流动在喷管中的变化。在喉道的上游, 角区的横向流动较小, 经过喉道后角区的横向流动加大, 当加大到一定程度后开始减小, 到达出口截面角区的横向流动变得不太明显。文献 [7] 对同样喷管的层流计算, 在喉道附近的角区也出现了二次流动, 与本文计算在定性分析上是一致的。

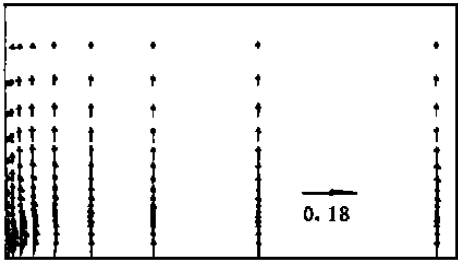


图 5 流向第 10 站 $y-z$ 横截面速度矢量

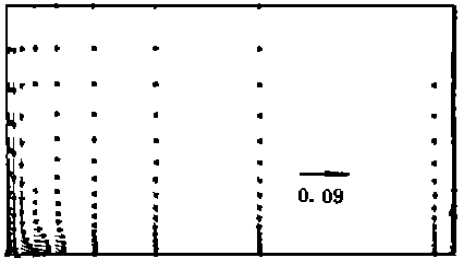


图 6 流向第 15 站 $y-z$ 横截面速度矢量

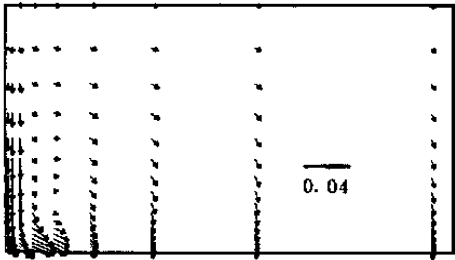


图 7 流向第 20 站 $y-z$ 横截面速度矢量

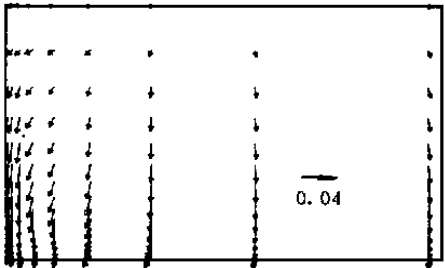


图 8 流向第 25 站 $y-z$ 横截面速度矢量

第二个算例使用的喷管收缩面和扩张面角度分别为 34.7° 和 2.56° ；出口面积和喉道面积比 $A_e/A_t = 1.25$ ，喉道高度 $H = 2.08\text{cm}$ ，喷管横向壁宽为 5.2cm 。喷管的网格构筑同例 1，但 $x-z$ 面的二维网格是用 TTM 方法生成的，网格点数为 $32 \times 21 \times 18$ ，如图 9。流场的计算参数为：进口总压 $P_o = 405408\text{Pa}$ ，总温 $T_o = 311^\circ\text{K}$ ，反压 $P_b = 101325\text{Pa}$ ，临界雷诺数 $Re_{cr} = 5.86 \times 10^5$ 。中心对称面 $x-z$ 面的等马赫线绘在图 10 中。得到了同例 1 一致的角区二次流动，详细内容参见文献 [4]。

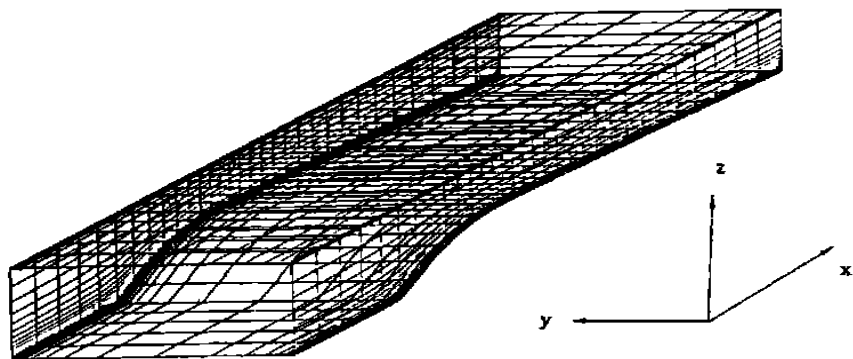


图 9 三维网格 ($32 \times 21 \times 18$)

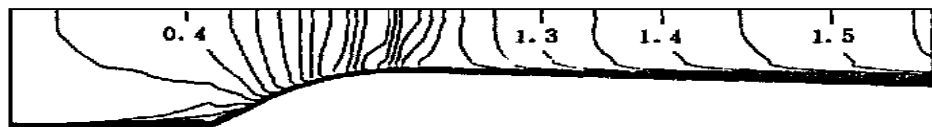


图 10 对称面沿流向等 Ma 分布

二元喷管的流场模拟结果表明，由于粘性的存在在角区会有二次流动，这是用二维理论或无粘流理论得不出来的。从二元喷管的流场模拟结果中不仅能看到喷管内部流动的整体特点，而且还可以分析各局部流动区域的细节。结合三维问题的 MacCormack 格式，采取存贮上一时间步通量的办法，在程序编制过程中压缩计算，比常规的编程节省了一半计算时间。结合当地时间步长的使用，使程序的效率有明显提高，增强了程序的实用性。本程序在 IBM 4381 计算机上运行，算例 1 计算机 CPU 时间为 4 小时。

参 考 文 献

- [1] 杨宜禾、白长城，“飞行器的红外隐身问题”，隐身技术，Jan.，1988 年。
- [2] 张封北、郑礼宝，“二元喷管喷流及其混合的机理实验”，隐身技术，Jan.，1988 年。
- [3] MacCormack, R. W., "The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering", AIAA paper 69-354, 1969.
- [4] 纪永春，“喷管内外超跨音速粘性流动的数值研究”，北京航空航天大学博士论文，1989 年。
- [5] Pulliam, T. H., and Steger, J. L., "Implicit Finite-Difference Simulations of Three-Dimensional Compressible Flow", AIAA J. Vol. 18, No. 2, 1980.
- [6] Swanson, R. C., "Navier-Stokes Solutions for Non-axisymmetric Nozzle Flows", AIAA paper 81-1217, 1981.
- [7] Thomas, P. D., "Numerical Method for Predicting Flow Characteristics and Performance of Non-axisymmetric Nozzles Part 2-Applications", NASA CR-3264, 1980.

laminar flow to fully turbulent flow over a flat plate is given

NUMERICAL SIMULATION OF 3-D VISCOUS FLOW IN NON-AXISYMMETRIC NOZZLE

Ji Yongchun (*Tsinghua University*)

Ma Tieyou and Cui Jiya (*Beijing University of Aeronautics and Astronautics*)

ABSTRACT

The three-dimensional viscous flow in non-axisymmetric nozzle are simulated numerically. MacCormack finite difference scheme is extended to solving three-dimensional Navier-Stokes equations. Local time step technique is adopted in numerical iteration for rapid convergence. The computer memory and CPU time are saved by proper programming. Two examples of simulation are presented. Favorable agreement is shown between computed and measured surface static pressure distributions.

EFFECT OF HEAT-TRANSFER LAW ON FINITE-TIME EXERGoeCONOMIC OPTIMAL PERFORMANCE OF A CARNOT ENGINE

Chen Lingen, Sun Fengrui, Chen Wenzhen

(*Naval Academy of Engineering*)

ABSTRACT

The relationship between optimal efficiency and profit of an endoreversible carnot engine is derived. According to this relationship the finite-time exergoeconomic optimal performance of the engine has been considered for three common heat-transfer laws. A number of new universal conclusions have been drawn therefrom.

EXPERIMENTAL INVESTIGATION ON LIQUID-COOLING MECHANISM FOR TURBINE VANE

Liu Dezhang and Ouyang Ning (*Nanjing Aeronautical Institute*)

ABSTRACT

The experimental investigation on liquid cooling mechanism was carried out with water through an even-heated adiabatic straight pipe. The flow pattern, the heat transfer coefficient along full-flow-path, and the correlation between them, have been studied. In order to imitate the actual working conditions of the cooling passage of turbine vane, the heat transfer flux, the coolant inlet parameters, and the pipe angle are changeable. Some empirical formulas for come-to-saturated point Z^B and come-annular point Z^N have been derived and several useful conclusions have been drawn for engineering application.