

一种计算螺旋桨性能的高效升力线法

北航螺旋桨研究发展中心 陈泽民 潘杰元

【摘要】 本文提供了一种能有效计算螺旋桨性能的方法。方法的特点在于：(1) 边界条件中利用了中弧面上的局部斜率以代替平面边界条件，使本方法适用于具有较大弯度翼型的螺旋桨；(2) 用近似解析式与数值积分结合起来计算螺旋形尾涡产生的诱导速度，在保证精度的条件下，使计算工作量降低到原有的 10%；(3) 利用翼型的升阻特性考虑翼型阻力及压缩性影响。利用本方法对某型飞机的螺旋桨进行了计算，并与实验数据作了比较，在进距比不太小的情况下，计算结果与实验数据符合很好。

一、前言

经典的螺旋桨理论中，在欧美各国应用最广的是以 Goldstein 理论为基础的片条理论，在苏联则采用儒可夫斯基所开创的升力线理论。七十年代以来，能源危机为螺旋桨的发展带来新的动力，传统的计算方法已不能满足高速、高效螺旋桨发展的需要。文献 [1~4] 提出了改进的升力线模型及计算方法，但这些方法均存在一定的缺点，妨碍其实际的应用。Chang^[5] 在利用所提模型计算尾涡的影响系数时，将螺旋形尾涡分成许多微段分别用 Biot-Savart 公式计算其诱导速度，由于计算工作量大，尾涡长度只取到螺旋角 $\theta = 20\pi$ 的一段，精度很差。Baskin^[6] 则为使绝对误差不超过 10^{-4} ，需要计算几千转尾涡长度的影响，计算工作量很大。本方法利用计算螺旋形涡影响系数的近似公式与数值积分结合起来^[7~10]，使计算工作量降为原有的 10%。

在文献 [4] 中，利用所提的升力线模型计算了几个螺旋桨的性能，计算中在控制点处用了平板边界条件。计算结果表明，当翼型弯度较大时，计算与实验结果相差很大。因此改用升力面来计算，虽然结果有所改善，但计算工作量大大增加。本方法中利用中弧面上的局部斜率来代替平面边界条件，大大改进了计算结果的准确性。

升力线理论就其本质而言不考虑粘性和压缩性。近年来为了研究高速螺旋桨的需要，还发展了一些基于 Euler 方程的数值方法，虽然这些方法计算工作量很大，但由于计算中未考虑粘性，计算结果仍然不理想。本方法中，在升力线理论的基础上，利用翼型的二维升阻特性来考虑粘性和压缩性的影响，取得较好的结果。

利用本文提供的方法和程序，计算了某型飞机的螺旋桨。结果表明，在进距比不太大的情况下，计算结果与实验数据符合良好，特别是效率曲线，二者几乎完全一致。小进距比时应该考虑尾流的收缩，改进工作正在进行中。

二、升力线分析

在升力线分析中假设每一个螺旋桨叶用径向为变强度的附着涡来代替，变强度的附着涡引起尾涡线从桨叶拖出去并在下游形成一张螺旋桨形涡面。由整个螺旋桨涡系引起的诱导速

度用 Biot-Savart 定理计算, 通过在控制点上满足物面边界条件可以确定桨叶上的环量分布。有了环量以后, 根据 Kutta-Jourkowski 关系式可以求得每一微段涡元的升力, 在考虑截面阻力以后, 可以求得螺旋桨的拉力系数 C_T , 功率系数 C_P 及螺旋桨效率 η 。

1. 尾涡线方程及控制点的选取 我们把附着涡分成有限段, 每段附着涡为等强度, 尾涡从每段两端点即节点 (XN_i, YN_i, ZN_i) 与 $(XN_{i+1}, YN_{i+1}, ZN_{i+1})$ 处拖出, 每条拖出的涡线为等螺距的螺旋线, 从而形成螺旋形马蹄涡。螺旋涡线方程为:

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta, \quad z = (V_\infty / \omega R) \theta$$

其中 r 为螺旋桨径向位置, V_∞ 为自由来流速度, R 为螺旋桨半径, ω 为螺旋桨旋转角速度, θ 为旋转角, (x, y, z) 为相对于 R 的无量纲量, x 为螺旋桨桨叶的展向, z 为轴向。

我们把附着涡布在四分之一弦线处, 控制点布在四分之三弦线处, 它们都在桨叶的平均中弧面上。

2. 诱导速度的计算 第 i 个强度为 Γ_i 的螺旋马蹄涡对第 j 个控制点 (XC_j, YC_j, ZC_j) 产生的诱导速度分为附着涡和尾涡产生的诱导速度两部分。

(a) 附着涡线产生的诱导速度 设附着涡起点为 (XL, YL, ZL) , 终点为 (XT, YT, ZT) 则这段附着涡线在控制点 (XC_j, YC_j, ZC_j) 处产生的诱导速度为

$$u_j / V_\infty = (\Gamma_i / 4\pi R V_\infty) FUB_{ij} \quad v_j / V_\infty = (\Gamma_i / 4\pi R V_\infty) FVB_{ij} \quad w_j / V_\infty = (\Gamma_i / 4\pi R V_\infty) FWB_{ij}$$

其中

$$FUB_{ij} = \{ (YL - YC_j)(ZT - ZL) - (ZL - ZC_j)(YT - YL) \} I$$

$$FVB_{ij} = \{ (ZL - ZC_j)(XT - XL) - (XL - XC_j)(ZT - ZL) \} I$$

$$FWB_{ij} = \{ (XL - XC_j)(YT - YL) - (YL - YC_j)(XT - XL) \} I$$

$$I = \{ 1 / (ac - bb) \} \{ \{ a + b \} / \{ a + 2b + c \} - (b / c) \}$$

$$a = (XT - XL)^2 + (YT - YL)^2 + (ZT - ZL)^2$$

$$b = (XT - XL)(XL - XC_j) + (YT - YL)(YL - YC_j) + (ZT - ZL)(ZL - ZC_j)$$

$$c = (XL - XC_j)^2 + (YL - YC_j)^2 + (ZL - ZC_j)^2$$

(b) 螺旋涡线产生的诱导速度 设螺旋涡线的起点为 (XN_i, YN_i, ZN_i) , 桨叶数为 B , 则第 n 个桨叶的第 i 条螺旋涡线对第 j 个控制点 (XC_j, YC_j, ZC_j) 产生的诱导速度为

$$\frac{u_j}{V_\infty} = \frac{\Gamma_i}{4\pi R V_\infty} FUH_{ij} = \frac{\Gamma_i}{4\pi R V_\infty} \int u_{ij} d\theta \quad \frac{v_j}{V_\infty} = \frac{\Gamma_i}{4\pi R V_\infty} FVH_{ij} = \frac{\Gamma_i}{4\pi R V_\infty} \int v_{ij} d\theta$$

$$\frac{w_j}{V_\infty} = \frac{\Gamma_i}{4\pi R V_\infty} FWH_{ij} = \frac{\Gamma_i}{4\pi R V_\infty} \int w_{ij} d\theta$$

其中

$$u_{ij} = \frac{U' \{ -\eta \sin(\theta' + \delta) - r \sin \varphi - \theta + (ZN_i - ZC_j) / U' \eta \cos(\theta' + \delta) \}}{\{ \theta^2 + r^2 - 2r\eta \cos(\theta' + \delta - \varphi) + (U'\theta + ZN_i - ZC_j)^2 \}^{3/2}}$$

$$v_{ij} = \frac{U' \{ -\eta \cos(\theta' + \delta) + r \cos \varphi - \theta + (ZN_i - ZC_j) / U' \eta \cos(\theta' + \delta) \}}{\{ \theta^2 + r^2 - 2r\eta \cos(\theta' + \delta - \varphi) + (U'\theta + ZN_i - ZC_j)^2 \}^{3/2}}$$

$$w_{ij} = \frac{\eta - r\eta \cos(\theta' + \delta - \varphi)}{\{ \theta^2 + r^2 - 2r\eta \cos(\theta' + \delta - \varphi) + (U'\theta + ZN_i - ZC_j)^2 \}^{3/2}}$$

$$U' = V_\infty / (\omega R) \quad \eta = \sqrt{XN_i^2 + YN_i^2} / R \quad \theta' = \theta + \theta = 2\pi(n-1)/B + \theta$$

$$\delta = \arctg(YN_i / XN_i) \quad \varphi = \arctg(YC_j / XC_j) \quad r = \sqrt{XC_j^2 + YC_j^2} / R$$

对于影响系数 FUH_{ij} , FVH_{ij} 和 FWH_{ij} 的数值求解, 一般都采用把螺旋尾涡线离散成许

多微段, 用 Biot-Savart 公式来求解。Chang^[5] 在计算影响系数时 θ 只取到 20π , Baskin^[6] 则通过控制绝对误差不超过 10^{-4} 来结束影响系数的计算, 但这需要计算几千转尾涡长度的影响。所以这种直接算法存在两个问题, 一是如果 θ 取得太小, 计算的精度不够, 误差太大; 二是如果控制误差在要求的范围内, 则 θ 必须取得很大, 计算时间太长。为了克服以上问题, 本文采用文献 [7~10] 上介绍的近似方法求解尾涡影响系数。被积函数 u_{ij} 、 v_{ij} 及 w_{ij} 是不可积的, 它们各有上下两条包络线, 当 θ 足够大时, 被积函数近似等于两包络函数和的一半, 而后者是可积的, 可以写出积分解析式。这样, 通过把精确的被积函数的直接数值解与被积函数的包络函数的精确解析积分结合起来, 可以得到诱导速度的精度很高的近似解。这种方法大大缩短了计算时间, 这对需多次求诱导速度的情况尤为重要。本文的升力线计算中大部分计算时间花在求诱导速度上, 采用了此方法后, 计算时间只需原有的 10%。于是, 控制点 j 的总诱导速度为

$$\frac{u_j}{V_\infty} = \sum_{i=1}^M \frac{\Gamma_i}{4\pi R V_\infty} F U_{ij} \quad \frac{v_j}{V_\infty} = \sum_{i=1}^M \frac{\Gamma_i}{4\pi R V_\infty} F V_{ij} \quad \frac{w_j}{V_\infty} = \sum_{i=1}^M \frac{\Gamma_i}{4\pi R V_\infty} F W_{ij}$$

其中 M 为节点总数。

$$F U_{ij} = \sum_{n=1}^B (F U H_{i+1,j} - F U H_{ij} + F U B_{ij})_n \quad F V_{ij} = F V_{ij} = \sum_{n=1}^B (F V H_{i+1,j} - F V H_{ij} + F V B_{ij})_n$$

$$F W_{ij} = F W_{ij} = \sum_{n=1}^B (F W H_{i+1,j} - F W H_{ij} + F W B_{ij})_n$$

3. 边界条件 边界条件为在物面上垂直物面的速度分量为零, 即 $\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$ 。在控制点 j 上的速度为

$$\vec{v} / V_\infty = (\vec{u}_j / V_\infty - \omega Y N_j / V_\infty) \vec{i} + (\vec{v}_j / V_\infty + \omega X N_j / V_\infty) \vec{j} + (1 + \vec{w}_j / V_\infty) \vec{k}$$

把控制点布在桨叶中弧面上, 设桨叶中弧面方程为 $Z = f(X, Y)$ 则中弧面的法向方向为

$$\vec{n} = \nabla (Z - f(X, Y)) = -f_x \vec{i} - f_y \vec{j} + \vec{k}$$

于是, 第 j 个控制点上满足物面边界条件可以写为

$$\frac{u_j}{V_\infty} (f_x)_j + \frac{v_j}{V_\infty} (f_y)_j - \frac{w_j}{V_\infty} = \frac{\omega Y N_j}{V_\infty} (f_x)_j - \frac{\omega X N_j}{V_\infty} (f_y)_j + 1$$

把诱导速度 u_j 、 v_j 及 w_j 的值代入上式, 有

$$\sum_{i=1}^M \frac{\Gamma_i}{4\pi R V_\infty} [F U_{ij} (f_x)_j + F V_{ij} (f_y)_j - F W_{ij}] = \frac{\omega Y N_j}{V_\infty} (f_x)_j - \frac{\omega X N_j}{V_\infty} (f_y)_j + 1$$

求解上面这组线性方程组, 我们可以得到 $\Gamma_i / 4\pi R V_\infty$ 的值。

有了 $\Gamma_i / 4\pi R V_\infty$ 后, 按同样的方法可求得升力线上的诱导速度, 加上来流速度和旋转速度, 得到总速度。我们由 Kutta-Joukowski 关系式求每涡元所受的力, 并考虑带压缩性修正的翼型阻力系数 C_d 和升力系数 C_L , 可以求得螺旋桨拉力系数为

$$C_T = \sum_{i=1}^M B \pi^3 \left(\frac{V_\infty}{\omega R} \right)^2 \left(\frac{\Gamma_i}{4\pi V_\infty R} \right) \left\{ \left(\frac{\omega R}{V_\infty} X M_i + \frac{v_i}{V_\infty} \right) (X N_{i+1} - X N_i) \right. \\ \left. - \left(\frac{u_i}{V_\infty} - \frac{\omega R}{V_\infty} Y M_i (Y N_{i+1} - Y N_i) - \frac{C_d}{C_L} \left[1 + \frac{w_i}{V_\infty} \right] \cdot S \right) \right\}$$

螺旋桨的功率系数为

$$C_P = \sum_{i=1}^M B \pi^4 \left(\frac{V_\infty}{\omega R} \right)^2 \cdot \left(\frac{\Gamma_i}{4\pi R V_\infty} \right) \left\{ \left(\left(1 + \frac{w_i}{V_\infty} \right) \cdot (X N_{i+1} - X N_i) \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
& - \left\{ \frac{u_i}{V_\infty} - \frac{\omega R}{V_\infty} Y M_i \right\} (Z N_{i+1} - Z N_i) + \frac{C_d}{C_L} \left[\frac{V_i}{V_\infty} + \frac{\omega R}{V_\infty} X M_i \right] \cdot S \cdot X M_i \\
& - \left\{ \left[\frac{\omega R}{V_\infty} X M_i + \frac{V_i}{V_\infty} \right] (Z N_{i+1} - Z N_i) - \left[1 + \frac{w_i}{V_\infty} \right] \cdot (Y N_{i+1} - Y N_i) \right. \\
& \left. + \frac{C_d}{C_L} \left[\frac{u_i}{V_\infty} - \frac{\omega R}{V_\infty} \right] \cdot S \right\} Y M_i \}
\end{aligned}$$

其中 $X M_i = (X N_{i+1} + X N_i)/2$ $Y M_i = (Y N_{i+1} + Y N_i)/2$ $Z M_i = (Z N_{i+1} + Z N_i)/2$

$$S = \{ (X N_{i+1} - X N_i)^2 + (Y N_{i+1} - Y N_i)^2 + (Z N_{i+1} - Z N_i)^2 \}^{1/2}$$

于是螺旋桨效率为: $\eta = (C_T / C_P) \cdot J$, $J = \pi (V_\infty / \omega R)$ 为螺旋桨进距比。

三、计算结果

根据以上所述方法, 本文编写了计算任意桨叶数、任意形状的螺旋桨性能的通用 FORTRAN 程序, 并结合实际计算了某飞机螺旋桨的性能。该桨采用当前先进的螺旋翼型, 并在 $3\text{m} \times 3\text{m}$ 的单回流闭口风洞里做了实验, 得到该桨的气动性能数据。

图 1 至图 3 给出了桨叶角 $\beta = 20^\circ$ 时的拉力系数 C_T 、功率系数 C_P 及效率 η 在不同进距比 J 下的实验值与计算值 (“—” 实验结果, “—” 本文计算结果, “○” 文献 [4] 计算结果)。可见与文献 [4] 相比计算结果大大改进, 结果与实验值符合很好。

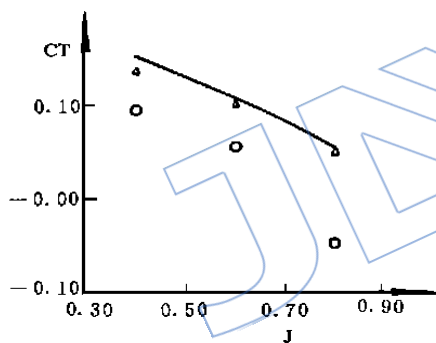


图 1 拉力系数曲线

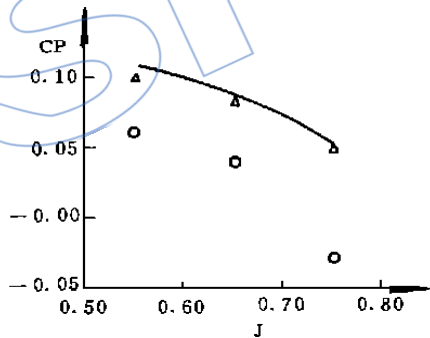


图 2 功率系数曲线

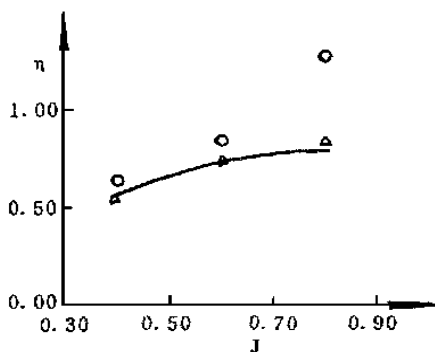


图 3 效率系数曲线

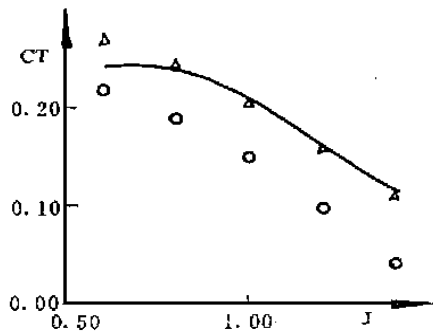


图 4 拉力系数曲线

图 4 至图 6 给出了桨叶角 $\beta = 35^\circ$ 时的性能数据的实验结果与计算结果。在进距比 J 较小时, 功率系数 C_P 及拉力系数 C_T 与实验结果相比较, 比进距比 J 较大时误差大。总的来说, 计算结果与实验结果吻合较好。这是由于本文采用的尾涡模型为等桨距, 没有考虑尾涡的收缩。

为了能在进距比 J 较小时的重载情况下更准确地计算螺旋桨性能, 必须考虑尾涡的收缩。

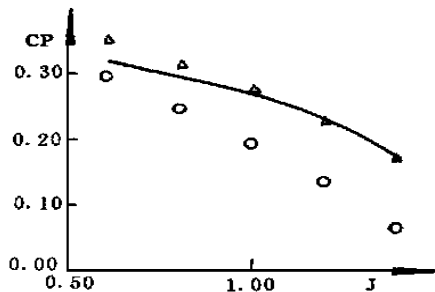


图 5 功率系数曲线

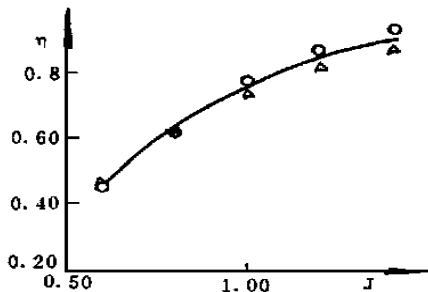


图 6 效率系数曲线

四、结 论

1. 采用升力线法计算螺旋桨性能, 把控制点布在平均中弧面上所得的计算结果与实验结果相比, 符合很好。
2. 在尾涡诱导速度计算中采用了把精确的被积函数的直接数值解与被积函数的包络函数的精确解析积分解结合起来的近似算法后, 大大地减少了计算时间。
3. 在重载小进距比时性能数据的计算值与实验值的偏差比进距比较大时大。
4. 本文采用的升力线算法计算时间短, 能够计算任意桨叶数、任意形状的螺旋桨性能。计算结果与实验结果比较说明此方法能够适用于螺旋桨的性能预测。

参 考 文 献

- [1] Sullivan J. P., "The Effects of Blade Sweep on Propeller Performance", AIAA Paper 77-716, June, 1977.
- [2] Boker L. J. and Chang L. K., "Factors Influencing the Predicted Performand of Advanced Propeller Designs", AIAA Paper 81-1564.
- [3] Maguclier M. L., "Application of the Uorted Lallice M ethod to Propeller Performane Analysis", AD-A124837, July, 1982.
- [4] Wing Cheung R. S., "Numerical Prediction of Propeller Performance by Vortex Lattice Method", N88-12489.
- [5] Chang L. K., "The Theoretical Performance of High Efficiency Propellers", ph. D. Thesis, Purdue Univ. Lafayette, IN, 1980.
- [6] Baskim, V. E., "Theory of the Lifting Aircrew", NASA TTF-823, 1976.
- [7] Rand O. and Rosen A., "Efficient M ethod for Calculating the Axial Velocities Induced Along Rotating Blades by Troiling Helical Vortices", J. Aircraft, Vol. 21, No. 6, June, 1984.
- [8] Chiu Y. D. and Peters D. A., "Numerical Solutions of Induced Velocties by Semi-Infinite Tip Vortex Lines", J. Aircraft, Vol. 25, No. 8, August, 1988.
- [9] Graber A. and Rosen A., "Velocities Induced by Semi-Infinite Helical Vortex Filaments", J. Aivcraft, Vol. 24, No. 5, May, 1987.
- [10] Wood D. H. and Gordon G., "Numerical Evaluation of the Velocities Induced by Trailing Helical Vorties", AIAA Journal, Vol. 28, No. 4, April, 1990.

SPECIAL SECTION: AERIAL PROPELLER

EDITORIAL NOTE

The Aerial Propeller Research and Development Center (APRDC) of BUAA (Beijing University of Aeronautics and Astronautics) has set up a preliminary computer-based designing system for metal aerial propellers and carried out a series of basic researches for this purpose. Some original works chosen from them are presented in this section.

AEROELASTIC STABILITY ANALYSIS OF AERIAL PROPELLERS

Zhou Sheng (APRDC, BUAA)

ABSTRACT

At present, in respect of propellers of chinese commercial airplanes, stall flutter deserves extra attention. In our designing subsystem both empirical method and numerical simulation are employed for predicting the onset of stall flutter. In the empirical method, three nondimensional parameters at characteristic section of the propeller are used, i. e. reduced frequency, inlet relative Mach number and incidence parameter. The numerical simulation is based on strip assumption. At the strip sections of a propeller, the transonic unsteady flow is considered to be induced by its oscillating blades. In calculation of aerodynamic damping, a simple engineering model is applied to considering the large scale region of flow separation at the blade suction surface. The results of numerical simulation for a new designed propeller are given. The variations of incidence and inlet relative Mach number at the characteristic section with aircraft flight velocity are shown in Fig. 1 and 2. The dependence of the aerodynamic damping of the propeller on the incidence at the characteristic section in Fig. 3 corresponds to the take-off regime of the airplane. It is shown that there is no danger of the stall flutter onset in this case. The spanwise distribution of the incidence under the take-off regime is also given in Fig. 4. According to the whole flight envelope of the airplane, the greatest possibility of aeroelastic instability of the propeller corresponds to the ground static state of the airplane. At the ground static regime the incidence of the characteristic section is 9.96° . But the results of the numerical simulation show that there is no onset of the stall flutter in this case. This conclusion has been testified by the long term tests of the new designed propeller.

EFFICIENT LIFTING LINE METHOD FOR COMPUTING PERFORMANCE OF PROPELLER

Chen Zemin and Pan Jieyuan (APRDC, BUAA)

ABSTRACT

An efficient lifting line method has been developed for computing the performance of propeller. The present method features: 1. The local gradient on the mean camber surface is used as a boundary condition instead of plane boundary condition so as to make the method applicable for propellers with large camber airfoil; 2. A very good approximation of the velocities induced by semi-infinite helical vortex lines is obtained by a combination of direct numerical integration of the exact integrand and exact analytical integration of its enveloped functions, so that the required computing time is reduced to only about 10% of the original one; 3. The effects of blade section drag and compressibility have been considered in the computation of the propeller performance comparison of analytical and experimental results for a propeller are presented. It demonstrates the validity of the computational results, when the advance ratio is not too small.