

跨音叶栅非定流场数值模拟*

北京航空航天大学 张扬军** 陶德平

【摘要】 本文将二维平面振荡叶栅的非定常流场分解为定常平均流场和以简谐振荡为运动规律的非定常小扰动的叠加, 分别求解定常的 $N-S$ 方程和非定常线性化 $N-S$ 方程, 能对不同分离形式进行数值模拟, 有效地处理分离流动。计算结果表明, 非定常分离、粘性效应和跨音激波对叶栅气动弹性稳定性有极其重要的影响, 并且说明分离区内的脉动压力对叶栅振荡的响应只比分离区外低一个数量级, 因而在处理非定常分离流动时不能简单地将分离区内的压力脉动视为零。

关键词: 跨音 非定常流场 失速颤振

1 前言

气动弹性力学研究者常采用无粘假设加分离区模型研究分离对叶片失速颤振的影响。当前广泛应用的 Sisto 模型假设分离区内部的非定常静压等于零。分离区内部的非定常压力响应是否小到可以忽略的地步, 还没有实验结果证明这一假设的正确性。文献 [1、2] 指出, 在发生失速颤振时, 并不一定仅仅出现后部叶背分离这种唯一的分离形式, 而是可能出现前缘长气泡型分离, 蒸汽轮机则为前部叶盆分离。当今所用的分离模型未能考虑不同分离形式对颤振的影响。由于提炼分离模型困难, 不少研究者认为, 为了有效地处理分离, 只能求解 $N-S$ 方程。然而, 求解完全非定常的 $N-S$ 方程计算量巨大, 难向三维推广。本文采用矢通分裂显式两步格式和在 $C-S$ 模型基础上改进的 Baldwin-Lomax 紊流模型, 求解定常平均 $N-S$ 方程。在微幅简谐振荡的基础上, 推导了计算平面内的线性化 $N-S$ 方程, 并在文献 [3] 提出的半隐格式的假设下, 推导了一种适用于求解计算平面内线性化 $N-S$ 方程的差分格式, 求解线性化 $N-S$ 方程, 模拟非定常流场, 来进行失速颤振预测。所发展的方法能适应不同的分离形式, 有效地处理分离流场。文中还给出振荡叶栅的物理参数分布, 得出了一些有价值的结论。

2 基本控制方程组

如果不考虑外界加热、化学反应和重力影响, 在物理平面内 $N-S$ 方程可写成向量形式:

$$(\partial U / \partial t) + (\partial F / \partial x) + (\partial G / \partial y) = (\partial R / \partial x) + (\partial S / \partial y) \quad (1)$$

为了把流场复杂的几何边界变为具有直线正交网格的计算平面, 采用如下的坐标变换:

$$\xi = \xi(x, y, t), \quad \eta = \eta(x, y, t), \quad \tau = t \quad (2)$$

将方程组 (1) 转换到计算平面, 进行无量纲化后, 其形式可以表示如下:

$$(\partial \hat{U} / \partial \tau) + (\partial \hat{F} / \partial \xi) + (\partial \hat{G} / \partial \eta) = (1 / Re) [(\partial \hat{R} / \partial \xi) + (\partial \hat{S} / \partial \eta)] \quad (3)$$

假设非定常流动是对定常平均流场的小扰动, 任一气动参数可以分解为定常分量和非定常分量的线性叠加。

$$f = f_0 + \tilde{f}, \quad |\tilde{f}/f_0| \ll 1 \quad (4)$$

进一步假设非定常扰动量随时间呈简谐规律变化, 即 $\tilde{f} = \tilde{f}e^{i\omega t}$ 。根据假设 (4) 式将计算平面内的 N-S 方程组 (3) 进行线性化, 可得计算平面内的线性化 N-S 振幅方程:

$$(\partial \tilde{U} / \partial \eta) + (\partial \tilde{F} / \partial \xi) + (\partial \tilde{G} / \partial \eta) = -\tilde{C} + (1/Re) [(\partial \tilde{R} / \partial \xi) + (\partial \tilde{S} / \partial \eta)] \quad (5)$$

$$\text{其中 } \tilde{U} = \begin{bmatrix} J\tilde{p} \\ J(\rho_0 \tilde{u} + \tilde{p}_{u0}) \\ J(\rho_0 \tilde{v} + \tilde{p}_{v0}) \\ J\tilde{e} \end{bmatrix}, \quad \tilde{C} = \begin{bmatrix} i\omega J\tilde{p} \\ i\omega J(\rho_0 \tilde{u} + \tilde{p}_{u0}) \\ i\omega J(\rho_0 \tilde{v} + \tilde{p}_{v0}) \\ i\omega J\tilde{e} \end{bmatrix}, \quad \tilde{F} = \begin{bmatrix} J\rho_0 \tilde{u}_f + J\tilde{p}_{u_{f0}} \\ J(\rho_0 u_0 \tilde{u}_f + \rho_0 \tilde{u}_{u_{f0}} + \tilde{p}_{u_f} u_{f0} + \tilde{p} \xi_x) \\ J(\rho_0 v_0 \tilde{u}_f + \rho_0 \tilde{u}_{v_{f0}} + \tilde{p}_{v_f} u_{f0} + \tilde{p} \xi_y) \\ J[(e_0 + P_0) \tilde{u}_f + (\tilde{e} + \tilde{P}) u_{f0} - \tilde{p} \xi_t] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{G} = \begin{bmatrix} J\rho_0 \tilde{v}_f + J\tilde{p}_{v_{f0}} \\ J(\rho_0 u_0 \tilde{v}_f + \rho_0 \tilde{u}_{v_{f0}} + \tilde{p}_{u_{vf0}} + \tilde{p} \eta_x) \\ J(\rho_0 v_0 \tilde{v}_f + \rho_0 \tilde{v}_{v_{f0}} + \tilde{p}_{v_{vf0}} + \tilde{p} \eta_y) \\ J[(e_0 + P_0) \tilde{v}_f + (\tilde{e} + \tilde{P}) v_{f0} - \tilde{p} \eta_t] \end{bmatrix}, \quad \tilde{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ J(\tilde{\tau}_{xx} \xi_x + \tilde{\tau}_{xy} \xi_y) \\ J(\tilde{\tau}_{xy} \xi_x + \tilde{\tau}_{yy} \xi_y) \\ J(\tilde{R}_4 \xi_x + \tilde{R}_4 \xi_y) \end{bmatrix}, \quad \tilde{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ J(\tilde{\tau}_{xx} \eta_x + \tilde{\tau}_{xy} \eta_y) \\ J(\tilde{\tau}_{xy} \eta_x + \tilde{\tau}_{yy} \eta_y) \\ J(\tilde{R}_4 \eta_x + \tilde{R}_4 \eta_y) \end{bmatrix}$$

$$\tilde{u}_f = \tilde{u} \xi_x + \tilde{v} \xi_y, \quad \tilde{v}_f = \tilde{u} \eta_x + \tilde{v} \eta_y, \quad \tilde{\tau}_{xx} = 2\mu \tilde{u}_x + \lambda(\tilde{u}_x + \tilde{v}_y) \\ \tilde{\tau}_{xy} = \tilde{\tau}_{yx} = \mu(\tilde{u}_y + \tilde{v}_x), \quad \tilde{\tau}_{yy} = 2\mu \tilde{v}_y + \lambda(\tilde{u}_x + \tilde{v}_y)$$

3 边界条件和紊流模型及差分求解

定常推进求解的定解条件如下。

进口边界: 当 $u \leq a$ 时, 给定三个边界条件 P^* 、 T^* 和 Ma_{10} 。

出口边界: 在出口为亚音的情况下给定一个边界条件—反压 P_2 , 其余的流动参数则由线性插值外推求得。在出口为超音的情况下, 所有的流动参数都由线性插值外推求得。

物面边界: 给定物面上的速度 $u = v = 0$, 设物面为绝热边界, P 、 T 直接外推。

周期性边界: 栅前区和栅后区采用周期性边界条件。

求解非定常小扰动流场的定解条件如下。

进口边界: 远前方的扰动为零; 当 $u \geq a$ 时给定 4 个进口条件: $\bar{p} = \bar{t} = \bar{u} = \bar{v} = 0$; 当 $u < a$, 给定 3 个, $\bar{t} = \bar{u} = \bar{v} = 0$ 。扰动压力 $\bar{p}$ 由线性插值外推得到。

出口边界: 若 $u \geq a$, $\bar{p}$ 、 $\bar{t}$ 、 $\bar{u}$ 、 $\bar{v}$ 全部外推, 若 $u < a$, 在出口指定 $\bar{p} = 0$ 。

物面边界: 扰动速度 $\bar{u}$ 、 $\bar{v}$ 即为物体表面的振动速度。扰动温度 $\bar{t}$ 和扰动压力 $\bar{p}$ 直接外推。

周期性条件: 对于栅前区和栅后区域, 采用周期性条件, 并考虑叶片间振动相位差。

本文采用常用的 Baldwin-Lomax 两层代数模型。B-L 模型不必积分运算和确定附面层厚度, 提高了计算效率。

定常的差分求解, 采用矢通量分裂的原理, 对方程 (3) 进行差分求解。

计算平面内的线性化 N-S 方程, 由于方程项数多而复杂, 若采用通常的隐式方法, 则要求解五对角方程组, 因而求解困难。本文在文献 [3] 提出的半隐格式的基础上, 推导了一种适用于求解计算平面内线性化 N-S 方程的差分格式。求解非定常方程的具体格式如下。

$$\text{预测步: } \begin{cases} \bar{u}_{j,k}^n = -\Delta t (\Delta_+ F_{j,k}^n + \Delta_+ G_{j,k}^n - C_{j,k}^n \Delta t + \frac{\Delta t}{Re} (\Delta_+ R_{j,k}^n + \Delta_+ S_{j,k}^n)) \\ \delta \bar{u}_{i,k}^* = H_P^* - \alpha \Delta t P_P^* \\ \delta \bar{u}_{j,k}^{n+1} = H_P - \alpha P_P \\ \bar{u}_{j,k}^{n+1} = \bar{u}_{j,k}^n + \delta \bar{u}_{j,k}^{n+1} \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{校正步: } \begin{cases} \bar{u}_{j,k}^{n+1} = -\Delta t (\Delta_- F_{j,k}^{n+1} + \Delta_- G_{j,k}^{n+1}) - C_{j,k}^{n+1} \Delta t + \frac{\Delta t}{Re} (\Delta_- R_{j,k}^{n+1} + \Delta_- S_{j,k}^n) \\ \delta \bar{u}_{j,k}^* = H_C^* - \alpha \Delta t P_C^* \\ \delta \bar{u}_{j,k}^{n+1} = H_C - \alpha P_C \\ \bar{u}_{j,k}^{n+1} = \frac{1}{2} (\bar{u}_{j,k}^n + \bar{u}_{j,k}^{n+1}) + \delta \bar{u}_{j,k}^{n+1} \end{cases} \quad (7)$$

上式各项的具体表达式参见文献 [4]。本文给出的显隐格式具有空间和时间的二阶精度，每推进一个时间步，求解域每点上的参变量的改变受全场各点参变量改变的影响，信息传递快，且时间步长可以取得较大，计算效率高。

4 计算结果

文献 [3] 中的 TS22 转子在实验中出现了颤振。该转子在转速分别为 63%、73% 和 75% 时出现了颤振。本文对该转子的定常流场和小扰动流场分别进行了数值计算。

图 1 (a) 给出了转速 $\bar{n}=0.73$ 、压比 $\pi=1.3317$ 的定常等压力线图。计算结果表明，在叶背下部出现了气流分离，激波位于大约离后缘 30% 弦长处。后部分离是在激波后不远处发生的，说明激波对振荡叶栅的分离有非常重要的影响。其他算例的计算结果亦有类似的结论。

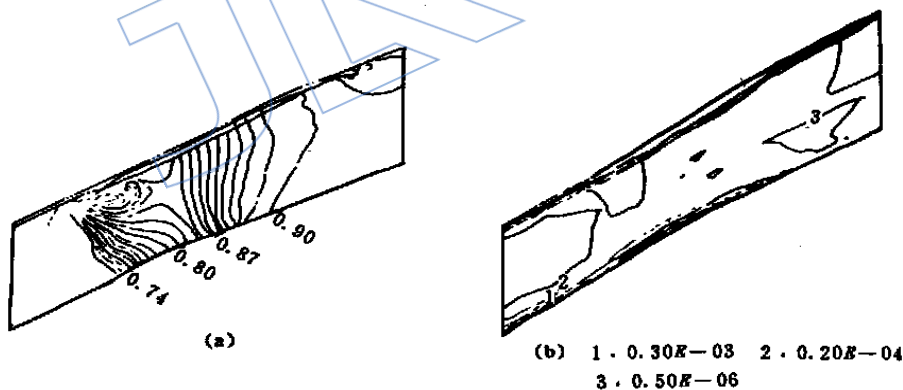


图 1 $\bar{n}=0.73$ 时的 (a) 等压力线、(b) 等 $\Delta \bar{P}$ 线

由图 1 (b) 的非定常压力 $\Delta \bar{P}$ 分布和计算数据知，叶片表面非定常压力在前缘较高，经过激波后增加，但由于尾缘为分离区，非定常压力在经过激波后不久，又迅速降低，在尾缘处达到最低值，与文献 [3] 的结论基本一致。计算结果表明：分离区内部的脉动压力响应小于分离区外的响应，但只比分离区外约低一个量级，故在处理分离流场时不能简单地将分离区内的压力脉动视为零；叶栅表面的非定常压力分布与叶栅附面层底层沿流向的速度分布密切相关。

激波振荡可产生高的非定常压力，文献 [3] 及本文的计算未能反应此种结果，但激波改

变了非定常压力沿翼型表面的分布趋势。

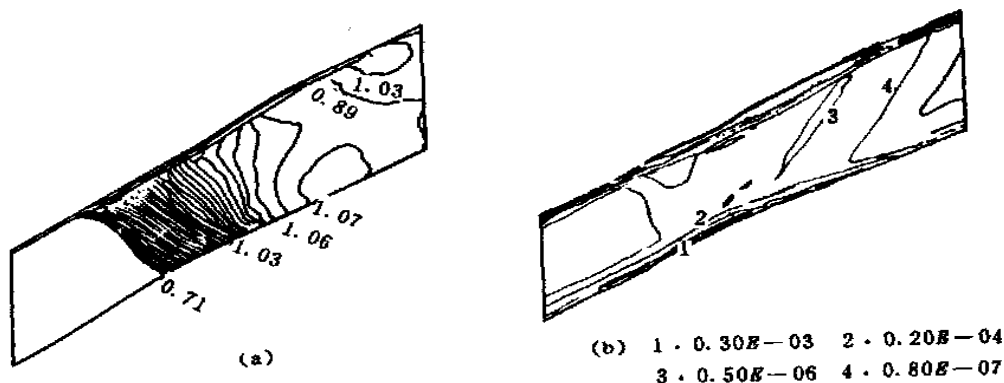


图 2 $\bar{n}=0.85$ 时的 (a) 等压力线、(b) 等 ΔP 线

图 2 (a) 为转速 $\bar{n}=0.85$ 、压比 $\pi=1.4862$ 时的等压力线分布图。在该工况下, 转子发生了喘振。和 $\bar{n}=0.73$ 时相比, 激波的结构发生了变化, 激波变强, 更加向后缘推进。且在叶栅的尾缘处的分离区尺度变大。

图 2 (b) 为非定常的等压力分布。图 3 给出了实验所得的非定常等压力分布。对比图 2 (b) 和图 3 可见, 本文的计算值和实验值符合较好。

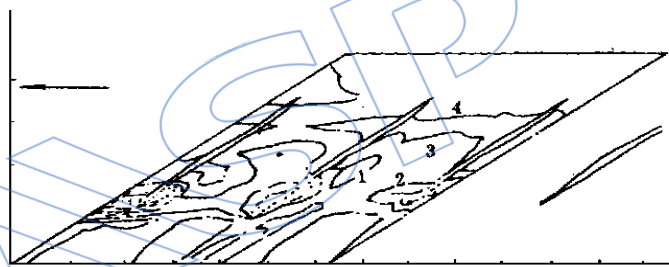


图 3 $\bar{n}=0.85$ 时的 ΔP 的分布^[3]

(1. $0.10E-02$; 2. $0.10E-03$; 3. $0.50E-04$; 4. $0.50E-06$)

5 结 论

(1) 叶片失速颤振与叶片表面的粘性分离密切相关。通过求解定常 N-S 方程和非定常线性化 N-S 方程, 可以适应不同的流动分离形式, 有效地处理分离流场。(2) 分离区中的脉动压力对叶栅振荡的响应其幅度只比分离区外约低一个量级, 此时不宜简单地将分离区内的压力脉动视为零。(3) 叶栅表面的非定常压力分布与叶栅附面层底层沿流向的速度分布密切相关, 精确的预测方法必须计及这一关键因素。(4) 激波改变了叶栅表面的非定常压力分布, 是影响叶栅气动弹性稳定性的一个重要因素。

参 考 文 献

- 1 HE L, Denton J D. An Experiment of Unsteady Flow Over an Oscillating Airfoil. ASME 91-GT-181
- 2 McCormack W. Current status of Numerical Solutions of the Navier-Stokes Equations. AIAA paper 85-0032, 1985
- 3 Stargarder H. Subsonic/Transonic Stall Flutter Study Final Report. NASA-CR-165256.
- 4 张扬军. 跨音叶栅失速颤振研究: [学位论文]. 北京: 北京航空航天大学硕士论文, 1992年3月

(责任编辑 魏星禄)

FULL- LENGTH PAPERS

2- D THEORETICAL ANALYSIS OF CIRCUMFERENTIAL GROOVED CASING TREATMENT

Du Zhaohui, Liu Qianzhi, Liu Zhiwei

(*Northwestern Polytechnical University*)

ABSTRACT

On the basis of analysing the 2-D simplified extended stability model of circumferential grooved casing treatment, a new rapid practical method for engineering design and analysis is developed. An exact and time-saving program without repeat process is written for calculating the cascade flowfield on the arbitrary rotary surface. In the program the boundary element method is used to determine the initial flowfield for analysing the model. The effects of structural and performance parameters of circumferential grooved casing treatment on the stability of the compressor are discussed. This method features definiteness of physical meaning and ease in practical application. The new method and technique are provided to design and analyze the circumferential grooved casing treatment equipment.

NUMERICAL SIMULATION OF UNSTEADY FLOW IN A TRANSONIC CASCADE

Zhang Yangjun and Tao Deping

(*Beijing University of Aeronautics and Astronautics*)

ABSTRACT

The effects of unsteady separation, shock and viscosity on the stall flutter become now a main obstacle to aeroelastic study. The 2-D unsteady flow in an oscillating cascade is taken as composed of two parts: the steady mean flow and the small-disturbance flow. The stall flutter is predicted by solving the steady Navier - Stokes equations and linearized Navier - Stokes equations separately, and can be simulated numerically for different kinds of flow separation, and then the unsteady separation can be treated effectively. The calculation results show that unsteady separation, shock and viscosity have significant effects on the stall flutter. Therefore, the unsteady pressure response in the separated zone cannot be taken as zero.