

螺旋桨的数值优化设计

北航螺旋桨研究发展中心 潘杰元 钱惠德

【摘要】 本文提供一种螺旋桨气动设计的数值优化方法。作为优化基础的气动性能计算部分, 采用了 Goldstein 理论为基础的片条理论, 计算结果与实验数据比较表明, 性能计算方法是可用的。数值优化采用的是混合罚函数法。利用本数值优化方法对两个已有的螺旋桨重新进行了优化设计。结果表明, 在最高效率点附近, 效率随桨叶几何参数的变化比较缓慢; 同时取弦长和扭角作为设计变量可以设计出比单独取扭角为设计变量时弦长更短的螺旋桨, 从而可减小桨叶重量和提高螺旋桨的巡航效率。

一、前言

半个多世纪以来, Betz 条件一直是螺旋桨设计的基础。直至 80 年代, C. N. Adkin 等^[1] 在应用 Betz 条件的基础上, 提出了一种考虑翼型损失的螺旋桨优化设计方法。据此, 曾明^[2] 发展了一套螺旋桨优化设计和分析程序, 并设计了若干型号的螺旋桨。严格地说, Betz 条件是在未考虑翼型损失和马赫数影响的情况下得出的。石油危机要求设计出效率更高的螺旋桨, 近年来, 世界各国大量开展了螺旋桨数值优化方面的研究。Mendoza^[3], 利用动量叶素理论结合数值寻优的方法进行螺旋桨的优化设计; Li-Ko Chang^[4,5] 提出了利用升力线理论和混合罚函数法的数值优化设计方法; Rizk 等则以螺旋桨三维流场和性能预测的 Euler 方程解作为数值优化的基础^[6,7]。动量叶素理论过于简单, 升力线理论和 Euler 方程解计算工作量很大, 特别是 Euler 方程解, 流场计算耗费大量机时, 限制了优化的变量数目。对于目前支线飞机所用的螺旋桨而言, 从性能计算的角度看, 没有必要详细计算螺旋桨的流场; 而且不论是升力线理论, 还是 Euler 方程解, 都没有计及粘性损失。根据计算和实验结果的比较看出, 符合程度并不理想。本文提出了一种以片条理论为基础, 用混合罚函数法寻优的数值优化方法。计算和实验比较表明, 片条理论预测的性能与实验数据符合良好, 可以作为优化设计的基础。文中还给出了两个已有螺旋桨的优化设计分析, 结果是令人满意的。

二、螺旋桨气动设计数值优化的数学提法

数值优化问题在数学上是一个约束非线性规划问题。设优化的目标函数为 $F(\bar{x})$, 这里我们取螺旋桨产生的损失作为目标函数, $\bar{x}$ 为设计变量。如果沿桨叶展长取 n 个截面, 则设计变量是 n 个截面的扭角 θ , 即 $\bar{x}$ 是 n 维变量。当然也可以把弦长 C 和扭角 θ 都视为变量。因此, 优化问题数学上表述如下:

$$\min F(\bar{x}) \quad , \quad \bar{x} \in D \subset R^n \tag{1}$$

D 域: $g_i(\bar{x}) = 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, l \quad \quad h_j(\bar{x}) = 0 \quad , \quad j = 1, 2, \dots, m \tag{2}$

即在约束条件 (2) 下, 确定设计变量 $\bar{x}$ 的值, 使目标函数 $F(\bar{x})$ 最小。这里 $g_i(\bar{x})$ 是关于

变量 $\bar{x}$ 的不等式约束, 在弦长给定的条件下, 这是对剖面扭角的约束条件, 我们规定扭角由叶根到叶尖逐渐减小。若弦长也取作设计变量, 也可规定相应的约束条件。 $h_i(\bar{x})$ 是等式约束条件, 在我们的问题中, 要求螺旋桨的功率应等于设计条件下的发动机功率。原则上说, 数值优化问题就是在 $\bar{x}$ 的可行域 D 中逐步进行搜索, 找出使目标函数 $F(\bar{x})$ —— 损失最小的 $\bar{x}$ 值的 $F(\bar{x})$ 。这就提出了两个问题: (1) 对于每一个可行的 $\bar{x}$, 确定相应的损失。(2) 以最小的计算工作量, 求出使损失最小的 $\bar{x}$ 值。下面依次讨论这两个问题。

三、螺旋桨性能计算方法——片条理论

在本数值优化方法中, 我们采用一种以 Goldstein 理论为基础的片条理论^[8]。这个理论的本质是: 沿桨叶取出任一垂直于叶展的剖面, 则在考虑了螺旋形尾涡的诱导速度后, 此剖面的特性相当于二维翼型的特性。

图 1 表示出半径为 r 处的一个剖面及相应的气流和几何参数 (V 为飞行速度, m 为螺旋桨转速, w_1 为尾涡引起的关系速度, θ 为剖面安装角)。在给定飞行速度 V 和螺旋桨转速 n 的条件下, 给定螺旋桨的性能计算步骤如下: 1. 按 Goldstein 理论和翼型气动特性, 通过迭代确定诱导速度 W_1 和升、阻力系数。2. 根据已求得的气流参数和 C_l 、 C_d , 算出升力和阻力, 并投影到拉力和扭矩方向, 沿桨叶积分求出整个螺旋桨的功率系数和拉力系数 C_P 和 C_T 。

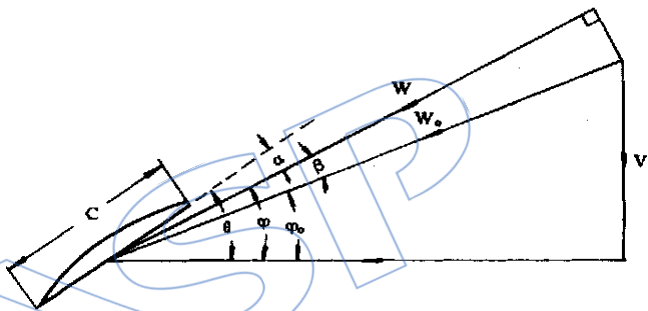


图 1 绕螺旋桨叶剖面的速度

在我们的数值优化问题中, 飞行状态和发动机功率是给定的, 也就是说, 功率系数 C_P 是给定的。按上列步骤求出的 C_P 值不一定正好等于给定的数值。对于一个给定的变矩桨, 可以通过变矩 (调整桨叶角—— $\bar{r} = 0.7$ 处的剖面安装角), 使螺旋桨的功率正好等于发动机的功率。对于优化设计问题, 则必须调整各剖面的安装角 θ , 满足给定功率的约束条件。3. 将螺旋桨的损失分为诱导损失和型阻损失两部分, 分别确定诱导功率损失系数 p_1 和型阻功率损失系数 p_2 , 以及相应的效率。在我们的优化问题中, 选 $p_1 + p_2$ 作为目标函数, 即确定 $\min(p_1 + p_2)$, 所对应的 θ 角分布 (也可以同时确定弦长分布)。

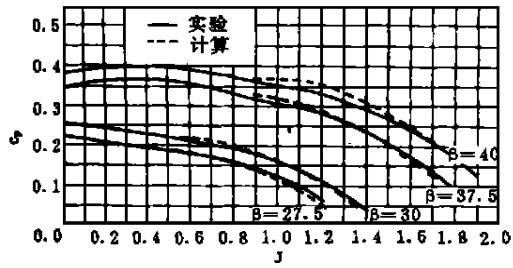


图 2 A 型桨功率系数计算值与实验值的比较

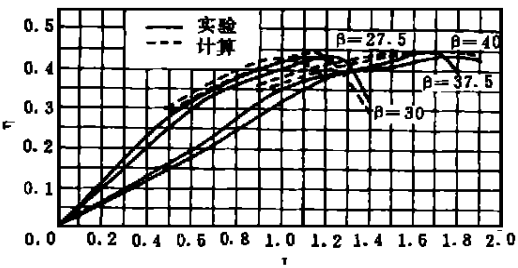


图 3 A 型桨效率计算值与实验值的比较

为了检验上述计算方法作为螺旋桨数值优化设计基础的可行性, 我们就某型螺旋桨的计

算结果和风洞试验数据作了对比。试验是在 3×3 米低速风洞中进行的。从图 2、3 中计算和试验曲线的对比可看出, 二者的符合程序是令人满意的。

四、数值优化问题的解法

求解方程 (1)、(2) 的约束优化问题, 存在许多不同的数值方法。我们的螺旋桨气动优化设计工作中, 采用混合罚函数法。通过引入罚因子, 将 (1)、(2) 式所表述的约束优化问题转变为无约束优化问题。其数学提法为

$$\min_{\bar{x} \in R^n} P(\bar{x}, \mathcal{Y}^{(k)}, \mu^{(k)}) = F(\bar{x}) + \mathcal{Y}^{(k)} \sum_{i=1}^l G[g_i(\bar{x})] + \mu^{(k)} \sum_{i=1}^m E[h_i(\bar{x})] \quad (3)$$

这里 $P(\bar{x}, \mathcal{Y}^{(k)}, \mu^{(k)})$ 就是罚函数, $G[g_i(\bar{x})]$ 和 $E[h_i(\bar{x})]$ 分别为 $g_i(\bar{x})$ 和 $h_i(\bar{x})$ 的泛函, $\mathcal{Y}^{(k)}$ $\mu^{(k)}$ 是罚因子。为使 $\min P(\bar{x}, \mathcal{Y}^{(k)}, \mu^{(k)})$ 能最后收敛至有约束的目标函数 $F(\bar{x})$, 惩罚项 $\mathcal{Y}^{(k)} \sum_{i=1}^l G[g_i(\bar{x})]$ 和 $\mu^{(k)} \sum_{i=1}^m E[h_i(\bar{x})]$ 必须具有下列极限性质:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathcal{Y}^{(k)} \sum_{i=1}^l G[g_i(\bar{x})] = 0, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \mu^{(k)} \sum_{i=1}^m E[h_i(\bar{x})] = 0 \quad (4)$$

根据约束的性质, 取泛函 $G[g_i(\bar{x})]$ 和 $E[h_i(\bar{x})]$ 具有下列形式

$$G[g_i(\bar{x})] = \sum_{i=1}^l \frac{1}{g_i(\bar{x})} \quad \text{或} \quad G[g_i(\bar{x})] = \sum_{i=1}^l \ln \frac{1}{g_i(\bar{x})} \quad (5)$$

$$E[h_i(\bar{x})] = \sum_{i=1}^m [h_i(\bar{x})]^2 \quad (6)$$

同时, 随着 $\bar{x}$ 趋近极值, $\mathcal{Y}^{(k)}$ 应不断减小, $\mu^{(k)}$ 应不断增大。为简化计算, 规定罚因子 $\mathcal{Y}^{(k)}$ 和 $\mu^{(k)}$ 之间存在下列关系 $\mu^{(k)} = 1/\mathcal{Y}^{(k)}$, 于是, 优化问题 (3) 最后表为

$$P(\bar{x}, \mathcal{Y}^{(k)}) = F(\bar{x}) + \mathcal{Y}^{(k)} \sum_{i=1}^l \frac{1}{g_i(\bar{x})} + \frac{1}{\mathcal{Y}^{(k)}} \sum_{i=1}^m [h_i(\bar{x})]^2, \quad \bar{x} \in R^n$$

$$\mathcal{Y}^{(k+1)} = C\mathcal{Y}^{(k)} \quad (0 < C < 1)$$

为了解上述无约束优化问题, 采用修正的 Powell 多维优化方法。基本上取共轭方向作为搜索方向, 沿诸共轭方向进行一维收索, 逐步逼近最优解。详细步骤见文献 [9]。

五、计算结果及分析

利用本文的方法, 对两个型号的螺旋桨重新进行了数值优化设计计算。A 型桨是国外某

表 1 A、B 型桨效率比较

状态	A	B
爬升	68.03%	68.30%
巡航	87.47%	87.69%

著名公司设计的六叶螺旋桨, 其性能具有国际先进水平。B 型桨是我国自行设计的四叶螺旋桨, 采用的方法是以 Betz 条件为基础的优化设计程序。二者的工作条件完全一样, 达到的性能水平基本相当, B 型桨的效率略高于 A 型桨 (用本文方法计算的性能), 如表 1 所示。

在进行数值优化设计时, 因损失系数很小, 约为 10^{-2} 的量级, 将其放大 100 倍作为我们的目标函数, 即取 $F(\bar{x}) = 100(p_1 + p_2)$ 。另外, 我们还依次选爬升和巡航状态为设计点, 分别进行优化设计。

1. A 型桨的数值优化设计

(1) 爬升状态下的优化设计 首先, 保持桨叶弦长与原型桨相同, 沿桨叶取 10 个剖面, 取其桨叶角 θ 作为设计变量。为了研究初始罚因子 $\mathcal{Y}^{(1)}$ 的数值对优化设计结果的影响, 取 $\mathcal{Y}^{(1)} = 0.01, 0.05, 0.1, 0.5; F^*/100$ 五种情形进行设计计算, 其中 F^* 为初始状态的目标函数值, 得到的桨分别记为 A1, A2, ..., A5。各型桨的效率很接近, 如表 2 所示。给出各型桨的 θ 角分布, 也很接近。以后我们都取 $\mathcal{Y}^{(1)} = F^*/100$ 。

表 2 $\mathcal{Y}^{(1)}$ 对优化桨效率的影响

状态	A	A1	A2	A3	A4	A5
爬升	68.03%	68.23%	68.22%	68.23%	68.23%	68.23%
巡航	87.47%	87.98%	87.96%	88.02%	87.98%	87.96

从计算结果看出, 优化桨的性能略高于原型桨。计算结果还表明, 在极值附近, 目标函数变化比较平缓, 在数值计算的精度范围内, 可以得出性能相近的一系列不同的优化桨。

若允许桨叶的弦长可变, 同时取 10 个剖面的弦长和安装角作为设计变量, 将对优化设计提供更大的自由度。优化结果的弦长分布如图 4 所示, 此桨记为 A6, 从图中可以看出, 优化结果的弦长比原型桨小很多, 可大大地减轻重量。其所达到的效率为: $\eta_{爬升} = 68.24\%, \eta_{巡航} = 88.68\%$ 。可见此优化桨的巡航效率有较大的提高, 这是由于弦长减小而使巡航状态下桨叶翼型损失减少所致。

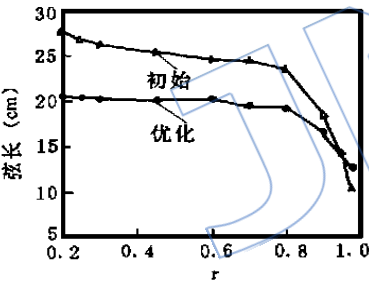


图 4 优化桨 A6 与原型桨 A 弦长分布的比较

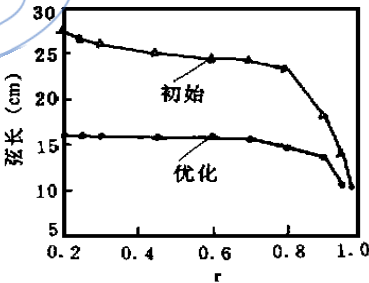


图 5 优化桨 A8 与原型桨 A 弦长分布的比较

(2) 巡航状态下的优化设计 也可以把设计点选在巡航状态来进行优化设计。A7 为弦长不变, 取 θ 角为设计变量的优化桨, A8 为同时取弦长 C 和角度 θ 为设计变量的优化桨。其设计性能如表 3 所示, 为了比较, 表中也给出 A6 桨的性能。可以看出, 只改变 θ 角的优化桨, 其性能与按爬升状态设计的优化桨接近; 同时改变弦长和安装角的优化桨 A8, 其巡航效率增大, 爬升效率则有所下降。因此, 视设计要求不同, 应选取不同的状态作为设计点。图 5 给出 A8 的弦长分布, 可以看出, 优化桨的弦长明显地小于原型桨。

2. B 型桨的数值优化设计 对于 B 型桨, 我们进行了不同条件下的优化设计。设计条件及性能如表 4 所示。这里, 我们进行了不同设计变量初值的设计计算。总的说, 不同设计的性能均与原型桨相近。同 A 型桨一样, 将

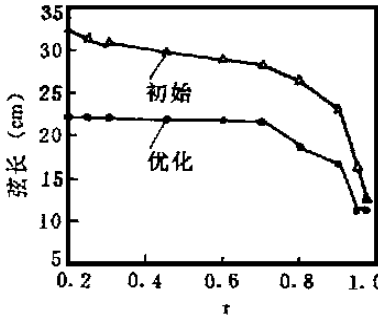


图 6 优化桨 B6 原型桨 B 弦长分布的比较

弦长与安装角均取为设计变量，可以设计出弦长更短的桨叶（图 6），有助于降低螺旋桨的重量，有助于提高螺旋桨的巡航效率。

表 3 按巡航状态设计的优化桨

状 态	A	A 7	A 8	A 6
$\eta_{爬升}$	68. 03%	68. 22%	67. 54%	68. 24
$\eta_{巡航}$	87. 47%	88. 1%	89. 29%	88. 68%

表 4 各型桨的设计条件及性能

项 目	设 计 条 件	设计点	$\eta_{爬升}\%$	$\eta_{巡航}\%$
B	原型桨	爬升	68. 30	87. 69
B1	弦长同原型桨， θ 初值同原型桨	爬升	68. 26	87. 50
B2	弦长同原型桨， θ 初值与原型桨不同	爬升	68. 31	87. 72
B3	弦长、安装角均为设计变量	爬升	68. 29	87. 92
B4	弦长、安装角均为设计变量改变输入初值	爬升	68. 31	87. 92
B5	弦长同原型桨	巡航	68. 29	87. 85
B6	弦长、安装角均为设计变量	巡航	66. 72	88. 42

结论 （1）计算和实验对比表明，对于支线客机用的直叶片螺旋桨，片条理论预测的螺旋桨性能具有令人满意的准确度，且计算工作量很小，可用为优化设计的基础。（2）计算表明，在螺旋桨最高效率点附近，性能随几何参数的变化比较平缓，因此，存在一个较宽的几何参数范围，均能达到接近于最佳的效率。（3）同时把弦长和安装角作为设计变量，可以设计出弦长更短的螺旋桨，这样一来，由于型阻损失减小而使巡航状态效率有较大的提高。（4）设计点选取在爬升或巡航状态可使相应于设计状态的效率提高，但将使非设计状态的性能降低。若将翼型参数也作为设计变量，相信可以设计出性能更好的螺旋桨。在本设计方法中没有考虑噪声，进一步的工作可考虑噪声约束下的优化问题。

参 考 文 献

[1] Adkins C. N. and Liebeck R. H., "Design of Optimum Propellers ", AIAA 83-0190.
[2] 曾明, "低速螺旋桨优化设计", 北京航空航天大学流体力学研究所报告, 1987. 12.
[3] Mendoze J. P., "Propeller Design by Numerical Optimization ", SAE 770451.
[4] Chang Li-Ko, "Application of an Optimingation Method to High Performance Propeller Designs ", AIAA 84-1203.
[5] Chang Li-Ko and John P. Sullioan, "Optimization of Propeller Blade Twist by an Analytical Method ", AIAA Journal, Vol. 22, No. 2.
[6] Rizk M. H. and Wen- Huei Jou, "Propeller Design by Optimization ", AIAA 86-0081.
[7] Rizk M. H. and Wen-Huei Jou, "Propeller Design by Optimization ", AIAA Journal, Vol24, No. 9.
[8] Lock C. N. H., "Strip Theory Method of Calculation for Airscrews on High-Speed Aeroplanes ", ARC R&M 2035, Oct. 1945.
[9] 钱惠德, "螺旋桨气动设计的数值优化方法", 北京航空航天大学硕士论文, 1990. 3.

AERODYNAMIC DESIGN OF PROPELLER BY NUMERICAL OPTIMIZATION

Pan Jieyuan and Qian Huede (APRDC, BUAA)

ABSTRACT

A numerical optimization method is presented for aerodynamic design of propeller. As the basis of optimization, the strip theory based on Goldstein theory is applied to prediction of the propeller aerodynamic performance. The comparison of calculated results with experimental data shows that the strip theory is appropriate to the optimization. The mixed penalty function method is used for the optimization. By the means of the method presented here, two propellers have been designed and redesigned under identical flight conditions. The calculated results indicate that the variation of efficiency with geometry parameters is more gradual in the vicinity of efficiency maximum. It is also shown, if both chords and twists in different sections are taken as design variables, the blade of the optimized propeller would be more narrow than that if only the twists are taken as design variables. Therefore the optimized propeller would be lighter and more efficient at cruise conditions.

AERODYNAMIC MODIFICATION OF A PROPELLER

Zeng Ming and Gu Gaochi (APRDC, BUAA)

ABSTRACT

The aerodynamic design features of the propeller have been analysed at first. According to the analytical results and the modern advancements in propeller technology, the specifications of its expected modification have been proposed. In its overall design the important parameters have been determined. The principles of optimization and the version selection are outlined. From the comparison between the wind tunnel testing results of both scaled models of the propeller and its modification, it is concluded that the modification is a great success. Its static thrust and takeoff climb efficiency are increased by 13.8% and 8.76% respectively. Its cruise efficiency and noise level are also slightly improved. All they exceed the expected ones.

SURFACE FLOW VISUALIZATION OF ROTATING PROPELLER

Mao Xichang, Zeng Ming, Gao Chunfeng (APRDC, BUAA)

ABSTRACT

Surface flow visualization has been carried out with tufts adhered to the surfaces of the rotating propeller blades. From the experimental results it is found that in part of four fifths of blade surface from hub to tip, the air flow runs from leading edge to trailing edge in the outward direction with some inclination to chord. In the region of one fifth near the blade tip, flow separation and reverse flow occur at the blade surface, circulation appears even in the serious case, in consequence negative thrust emerges, which cuts down the efficiency of the propeller obviously.

NUMERICAL PREDICTION OF SOUND FIELD GENERATED BY PROPELLER

Zhou Sheng and Huang Lixi (APRDC, BUAA)

ABSTRACT

A fast and accurate numerical method is presented for predicting the sound field generated by subsonic propellers. The free space field, including the near and far sound field radiated by noncompact sources, is calculated by means of a retarded time integration in time domain. The FW-H equation is applied to solving the sound field generated by moving boundaries of solid body in the flow field, but its quadrupole term is neglected, thus the noncompact sources mean the thickness source and the load source both included in the dipole term. According to the assumption, the sound field generated by a 3-D shaped propeller is considered as the sum of the terms radiated by each strip element located spanwise. The pressure chordwise distribution at each element should be known before solving the sound field. For this purpose a code solving 2-D compressible full velocity potential equation with body-fitting coordinates is used which has been developed by BUAA previously. Comparison of calculated results with test data proves the present method and the code to be useful engineering tools. This conclusion has been also testified in the design of a propeller.