

斜齿轮传动鼓形齿的优化设计

西 北 工 业 大 学 方宗德* * 沈允文

【摘要】 斜齿轮轮齿的齿向鼓形设计是减轻齿面偏载对误差的敏感性、提高齿轮强度的有效手段。本文将有限元、柔度矩阵与数学规划结合在一起，提出了一种新的高精度的鼓形齿优化设计方法。设计中计入了齿轮及其支承的综合变形，与齿轮的制造、按装误差，并和齿向螺旋线修形有机地结合，达到了综合优化的设计要求。

一、前 言

众所周知，齿轮及其支承在工作载荷下的变形可能引起齿面偏载。由于在齿轮系统结构确定与载荷量一定的条件下，这些变形的大小与方向也是确定的，因此，通过齿向修形（主要是螺旋线修正）的方法可以有效地消除这一现象。但是，由于齿轮的加工误差和传动系统的安装误差形成的啮合误差，也会引起齿面偏载，而且由于误差的随机性，无法通过事先齿形修整来弥补。因此，常用一种沿齿向中凸的鼓形齿设计来减轻齿面偏载对于此类误差的敏感性。鼓形齿设计的研究至今还不多，一些经典的计算方法也还比较粗略。为此，本文提出一种鼓形齿设计的新的高精度的综合优化方法，使齿向修形和鼓形齿结合在一起，达到齿面载荷分布均化的目标。

本文采用以下假设：（1）属于小变形范围；（2）接触齿面为光滑曲面；（3）忽略摩擦，齿间作用力沿齿面法向；（4）只考虑齿面法向位移，齿面切向微位移不影响接触状态。

二、几种计算鼓形量的方法

为了比较鼓形量的计算，首先建立修形曲线坐标系 zox 如图 1 所示。图中 h 为鼓形量， B 为齿宽， z 为鼓形量坐标， x 为齿宽方向坐标，修形曲线用一二次抛物线表示为：

$$z = (4h/B^2)x^2 - (4h/B)x + h \quad (1)$$

如果修形曲线采用圆弧，圆弧半径 $R \gg B$ ，与上述抛物线在 x （ $0, B$ ）内的差别很小。

ISO 标准推荐的鼓形量计算式^[1]和 Rademacher 推荐的鼓形量公式^[2]列如（2）和（3）式：

$$h = 0.5F_{\beta} \quad (2)$$

$$h = F_{\beta}/4 \cdot \frac{1 - \sin\beta_0 \cos^2\alpha (1 - 2l/B)}{1 - \sin\beta_0 \cos^2\alpha} \quad (3)$$

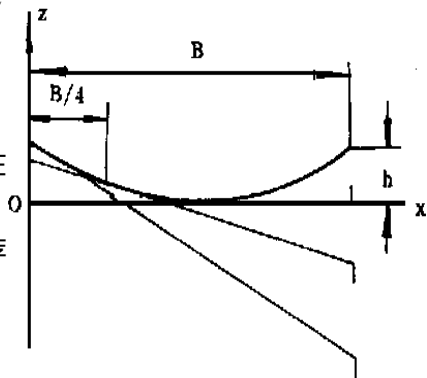


图 1 鼓形齿与歪斜度

(2) 式中 F_{β} 为等效啮合歪斜度。(3) 式中 β_0 和 α 分别为螺旋角和压力角, l 为修形后载荷分布沿齿宽方向长度的一半, 此式适用于硬齿面齿轮。如果略去螺旋角和压力角的影响, 并令 $l = 4/B$, 即载荷分布区可占齿宽的一半, 则 (3) 式可简化为 $h = 0.5F_{\beta}$, 与 (2) 式相同。

宋乐民推荐采用的公式^[3]为:

$$h = 0.25F_{\beta} \quad (4)$$

当鼓形量取 $0.25F_{\beta}$ 时, 鼓形齿与另一相啮合的非修形齿面在端点相切; 当 $h = 0.5F_{\beta}$ 时, 鼓形齿与另一非修形齿面在距端点 $B/4$ 处相切。

三、修形效果的比较

为了比较上述方法的修形效果, 以模数为 $m_n = 400\text{mm}$ 、齿数为 $Z_1 = 24$, $Z_2 = 48$ 、压力角为 $\alpha_0 = 20^\circ$ 螺旋角为 $\beta = 16.1538^\circ$ 齿宽为 $B = 20\text{mm}$ 的齿轮副为分析对象, 采用三维接触分析方法^[4]计算了齿轮副在 4456N 法向载荷 (输入扭矩 200Nm) 作用下的接触状况。计算中当量歪斜度 F_{β} 取 $20\mu\text{m}$ 。

图 2 所示, 为鼓形量 $h = 0.25F_{\beta}$, 而歪斜度 F_{β} 分别为 $-20\mu\text{m}$ 、 0 、 $20\mu\text{m}$ 时的齿面载荷密度分布。图 3 所示则为 $h = 0.5F_{\beta}$, 而 F_{β} 分别为 $-20\mu\text{m}$ 、 0 、 $20\mu\text{m}$ 时的齿面载荷密度分布。由图可见, 当 $h = 0.25F_{\beta}$ 时, 载荷分布比较均匀, 但边缘仍有少许载荷集中; 当 $h = 0.5F_{\beta}$ 时, 载荷向齿宽中部集中, 中部的最大载荷密度增加, 而边缘消除了载荷集中现象。

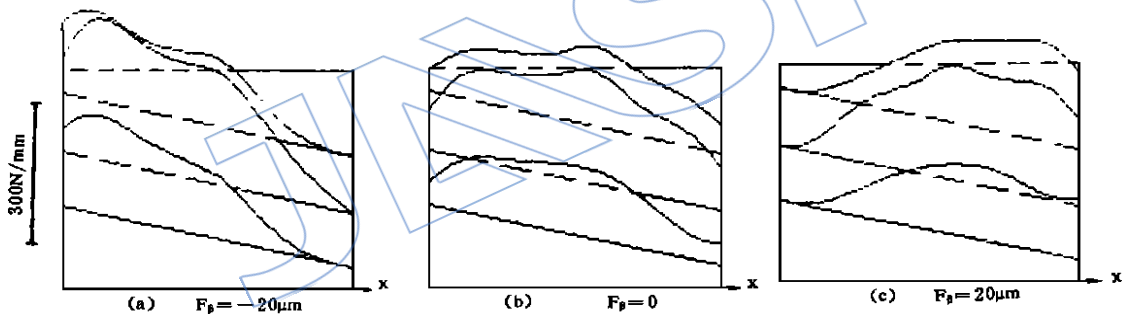


图 2 $h = 0.25F_{\beta}$ 时的载荷密度

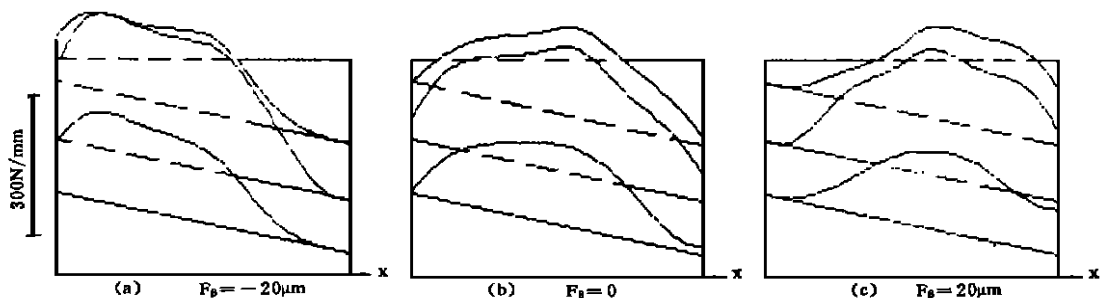


图 3 $h = 0.5F_{\beta}$ 时的载荷密度

以上计算中, 作者没有计入齿轮支承变形的影响, 齿面也无齿廓、齿向 (螺旋线) 修形, 仅考虑了齿轮的加工和安装误差。实际上, 齿宽大小、载荷高低、以及在有其它修形共存的情况下, 最佳鼓形量的设计都是不同的, 上述计算公式仅是一种简略的估算。

四、齿向 (螺旋线) 修形与鼓形的综合优化设计

由于齿轮在实际工作中常因支承变形引起偏载, 因此齿向 (螺旋线) 修形与鼓形往往同时存在, 而且二者结合为一体, 通常总称为齿向修形。其最佳曲线用二次抛物线表示为:

$$z = ax^2 + bx + c \quad (5)$$

齿向修形的综合优化设计可表达为一数学规划格式:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min}(p_{\max}) \\ - [F]\{p_1\} + [D]\{\alpha_i\} + [I]^n\{Y_1\}_n = \{ \quad \}_1 + a\{X^2\} + b\{X\} + c\{e\}_n \\ - [F]\{p_2\} + [D]\{\alpha_e\} + [I]^n\{Y_2\}_n = \{ \quad \}_2 + a\{X^2\} + b\{X\} + c\{e\}_n \\ [H]\{p_1\} - p_{\max} \cdot \{e\}_n \leq \{o\}_n \\ [H]\{p_2\} - p_{\max} \cdot \{e\}_n \leq \{o\}_n \\ [D]^T\{p_1\} = P \cdot \{e\}_m \\ [D]^T\{p_2\} = P \cdot \{e\}_m \\ \{p_1\}, \{p_2\}, \{\alpha_i\}, \{\alpha_e\}, \{Y_1\}_n, \{Y_2\}_n, a, c, p_{\max} \geq 0 \\ \text{或 } p_{1j} = 0, \quad \text{或 } y_{1j} = 0 \\ \text{或 } p_{2j} = 0, \quad \text{或 } y_{2j} = 0 \quad (j = 1 \dots n) \end{array} \right. \quad (6)$$

式中 n, m 为工作齿面划分有 n 个结点, 分属 m 个啮合位置; 1, 2 分别表示 $F_{\beta} = F_{\beta}$ 和 $F_{\beta} = -F_{\beta}$ 两种误差情况; $\{p\}$ 为齿面结点载荷 n 维向量; $\{\alpha\}$ 为 m 维向量, α 表示第 i 个啮合位置上齿轮副相对位移; $\{ \quad \}$ 为 n 维结点初始分离向量, 由歪斜度 F_{β} 产生; $\{X\}$ 为 n 维结点齿向坐标向量; $[F]$ 为 n 维柔度矩阵, 任一元素 f_{ij} 表示当齿面 i 结点作用一单位力时, 同一接触线上 j 结点由于齿轮副及支承的变形而产生的齿面法向位移; $[D]$ 为 $n \times m$ 维矩阵, 由 m 个 n 维列向量组成, 第 i 个分量为: $\{D\}_i = (0, \dots, 0, 1, \dots, 1, 0, \dots, 0)^T$ 即对应在第 i 个啮合位置上的结点的元素取 1, 其余为零; $[H]$ 为 n 维对角方阵, $H_{jj} = 1/h_j$, h_j 为第 j 个结点对应的接触线长; $[I]^n$ 为 n 维单位矩阵; $\{Y\}_n$ 为 n 维松弛向量, 任一元素 y_j 表示第 j 个结点在变形终止了时的齿面分离量; $\{e\}_n, \{e\}_m$ 分别为全部元素为 1 的 n, m 维向量; $\{o\}_n$ 为 n 维零向量; $p_{\max}$ 为最大线载荷密度; P 为齿面法向总载荷。

(6) 式把两种误差极限情况 ($F_{\beta} = \pm F_{\beta}$) 并列, 并包含有确定性的变形, 使齿面载荷共同均化。柔度矩阵 $[F]$ 中齿轮 (齿、轮缘、轮辐) 变形由三维有限元计算得到, 支承 (轴、轴承) 变形由一维有限元和轴承理论计算得到, 因此修形计算中包括了螺旋线与鼓形修形。

用修改换基准则的单纯形方法 (因式 (6) 中有非线性约束) 求解式 (6), 可以得到最佳齿向修形曲线 (5), 以及修形后当歪斜度 F_{β} 分别为 $\pm F_{\beta}$ 时的载荷分布 $\{p_1\}, \{p_2\}$ 。无歪斜度时的齿面载荷分布, 可将修形量作为齿面结点初始分离量, 用接触分析方法求出^[4]。

五、齿面优化修形的效果

用本法计算了上述齿轮副, 当 $P = 4456\text{N}$, $F_{\beta} = 20\mu\text{m}$ 时的最佳齿向修形曲线为:

$$z = 0.088x^2 - 1.1x + 3.4 \quad (\mu\text{m})$$

形状如图 4 所示, 图中上部为齿轮副的支承条件。修形曲线可分解为螺旋线修正 ($13.2\mu\text{m}$) 和鼓形修正 ($8.8\mu\text{m}$) 的迭加。

修形后的齿面载荷密度分布如图 5 所示, (a)、(b)、(c) 分别是当 $F_{\beta} = -20\mu\text{m}$, 0 , $20\mu\text{m}$ 时的情形, 图中载荷分布已包括了支承变形的影响, 螺旋线修正良好地消除了支承变形引起的偏载。

作者分别计算了不同载荷时这对齿轮的最佳齿向修形, 并将修形分解成螺旋线修形和鼓形修形, 修形量与载荷的关系绘于图 6。由图可见, 当载荷增大时, 修形量是增加的, 但并非线性关系, 鼓形量基本处于 $0.25F_{\beta}$ 和 $0.5F_{\beta}$ 之间。

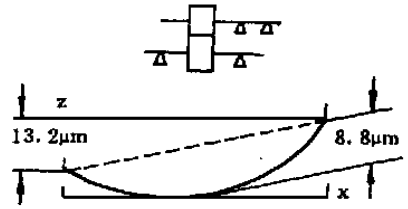


图 4 最佳齿向修形曲线

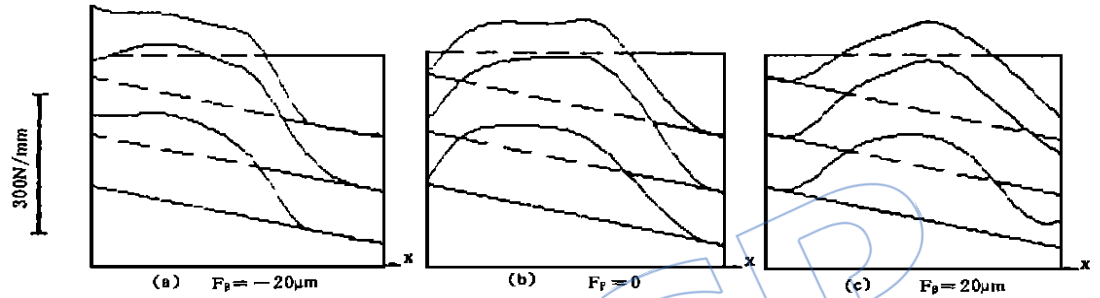


图 5 修形后的齿面载荷密度分布

结论 (1) 为了减弱齿轮偏载对误差的敏感性, 提高齿轮系统的工作可靠性, 鼓形修正是必要的措施。(2) 鼓形修正量与载荷、齿轮尺寸、支承条件都有关系, 传统的计算方法有失粗略。(3) 本文提出的综合优化设计方法全面考虑了各种因素的影响, 能够得到齿轮在工作条件下的最佳修形, 是高性能齿轮修形设计的有效手段。

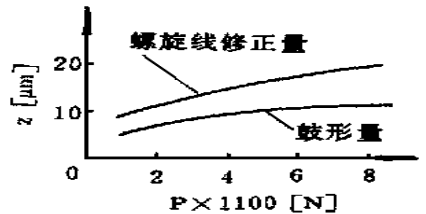


图 6 修形量与载荷的关系

参 考 文 献

[1] 北京机械工程学会传动分会译, “ISO/T C60/ WG6 直齿及斜齿圆柱齿轮承载能力计算的基本原理”, 1980 年。
[2] Rademacher, J., “Einfluß von Flankerrichtungs- fehlern und Breitenballigkeiten auf die Tragfähigkeit von Stirnradgetrieben”, Ind. Anz. 90, 1968.
[3] 宋乐民, “齿形与齿轮强度”, 国防工业出版社, 1987。
[4] Conry, T. F., “A Mathematical Programming Technique for Evaluation of Load Distribution and Optimal Modification for Gear Systems”, Trans. ASME, J. Engineering for Industry, Nov. 1973.

QUASI-STATIC ANALYSIS OF ROLLER BEARING

Lin Guochang, Xu Congru, Lin Jishu

(*Shenyang Aeroengine Research Institute*)

ABSTRACT

The quasi-static analysis of radial cylindrical roller bearing is introduced. The influences of the out-of-round raceway, the relative inclination of the roller and race, and flexible deformation of the bearing housing on bearing performance are taken into consideration. The calculation of out-of-round raceway and the counter-rotating intershaft support bearing characteristics are studied. The precise determination of roller loading in an inclined inner race is presented, and the calculation of contact force on the inclined roller is carried out by means of the transverse "slicing" technique. The maximum stress of roller are calculated with the flexible two-dimensional contact variational method. The thermal effects of oil in Hertzian zone and the entry region and the oil starvation influence are also taken into account in the lubrication model. The main bearing in an aeroengine was calculated with the quasi-static analysis program on the M-150H computer. The agreement of calculated and experimental results is quite good.

QUASI-KINETICS OF FOLLOWING TEETH TRANSMISSION

Zuo Hongfu (*Nanjing Aeronautical Institute*)

Zhou Youqing (*China University of Mining & Technology*)

ABSTRACT

The quasi-kinetics and load characteristics of Following Teeth Transmission (FTT) are researched all-sidedly in accordance with its fundamental structure models. In the meantime the interactions of elastic deformations, manufacture errors, lubricating film and so on, are taken into consideration simultaneous of a number of teeth. According to the loading a centralized regressive loading formula is proposed. The concept about skidding coefficient of FTT is firstly introduced. Since there are local freedoms at the following rollers and the outer ring of eccentric bearing, the skidding states of FTT are brought to light. The conclusions were verified by the methods of photo-elastic analysis and high-speed photography was taken during authors' experiments and the test results support the conclusions of the paper satisfactorily.

AN OPTIMAL DESIGN TECHNIQUE FOR CROWNED TEETH OF HELICAL GEAR

Fang Zongde and Shen Yunwen

(*Northwestern Polytechnical University*)

ABSTRACT

An optimal design technique for crowned teeth of helical gear is presented, which includes 3-D finite element method, flexibility matrix and mathematical programming. In the calculation the manufacturing and assembling errors, the deformations of gears and supporting structure are taken into account. For the objective function to uniform the load distribution under the two limited error conditions, a quadratic program is automatically formed and solved by computer. Thus an optimal longitudinal modification with crowning is obtained, which has a comprehensive effect on decreasing the sensitivity to the errors and uniforming the load distribution. Comparison of this modification with the traditional ones demonstrates the advantages of this method in accuracy and effectiveness.