

多级轴流压气机湍流和二次流 径向掺混的简单统一模型及其应用

清华大学 李士明** 北京航空航天大学 陈矛章

【摘要】 本文构造出一套新的统一表示湍流和二次流径向掺混作用的多级轴流压气机子午通流流场的模型方程组。除了掺混系数外,新的方程组没有其它的未知关联项,使得含径向掺混的多级轴流压气机子午通流的计算简单得多,相应计算机程序的计算时间只是无粘计算机时的约1.5倍。新方程组的数值结果与试验结果以及与 Gallimore 掺混理论结果比较,表明新方程组的合理性和优越性。新方程组有严格的理论基础,不仅能用于亚音压气机,还可能用于跨音和超音压气机。

关键词: 多级轴流压气机 径向掺混 子午通流 二次流 湍流

1 前言

多级轴流压气机向着更高的级负荷和更低的展弦比方向发展,与此相应的多种复杂形状的叶片技术不断出现在压气机中,如端弯叶片、前掠和后掠叶片、复合倾斜叶片等。在这些情况中,含径向掺混的计算成为设计和分析流场的一个关键问题。无疑,时间相关的三维 N-S 方程组或它的 Reynolds 平均形式,能理想地计入径向掺混作用,但是,用于多级的设计,就是国际上具有先进计算机条件的美国,在今后相当长的一个时期内也是不经济和不现实的。因此,准三维的计算在这里显得十分重要。

关于径向掺混的主要机制的认识在近几年日益受到更多重视,但相互矛盾,在这些认识基础上发展了相应的计算模型,如 Adkins-Smith 二次流掺混模型^[1]和 Gallimore-Cumpsty 湍流掺混模型^[2,3]。尽管这些模型限于对径向掺混机制的认识水平而相互矛盾,但都得出了比不计掺混好得多的结果。近期,作者用严格的理论得到了统一表示各种掺混因素的多级轴流压气机子午通流流场基本方程组。这一方程组表明了多级轴流压气机径向掺混的确切机制^[4,5],即径向掺混是由分子运动、小尺度的湍流、大尺度的周向非均匀三者决定的,其中,周向非均匀包含二次流和 S_1 流面周向非均匀等因素。这样就统一了当前关于径向掺混的以 Adkins-Smith 二次流掺混理论和 Gallimore-Cumpsty 湍流掺混理论为代表的两种理论。鉴于这一统一基本方程组(见文献[4,5])包含大量的周向非均匀相关项和湍流相关项,直接求解这一方程组必须依赖关于这些相关项的多个模型。给出这些相关项精确的而且又广泛适用的模型还依赖于未来更加深入的试验研究。在现有的认识水平基础上,作者一一构造了这些相关项的模型从而对这一统一基本方程组进行了求解(见文献[5])。为了避免这些相关项的模拟,本文采用另外途径,即在统一基本方程组^[4,5]的基础上,构造出简单得多的含二次流和湍流径向掺混作用的多级轴

流压气机子午通流流场基本方程组,使得含径向掺混的多级子午通流计算简单得多。本文还将对这一新的模型方程组的计算应用进行研究,并用试验以及其他的径向掺混理论结果与本文的理论结果进行对比。

2 简单的统一模型方程组

作者用严格理论得到的统一表示各种掺混因素的多级轴流压气机子午通流流场基本方程组:连续方程、动量方程、转焓方程、静焓方程和熵方程,在文献[4]中分别为式(9)到式(15),在文献[5]中分别为式(8)到式(13),其中,静焓方程和熵方程在文献[5]中用方程式(13)统一表示(在文献[4、5]都说明了的符号本文不再说明)。以下在这一统一基本方程组的基础上,得出简单的新的统一方程组。

2.1 转焓方程

为了简单,引入有效掺混系数 e_j^* 的定义如下

$$e_j^* = \frac{\tilde{\tau}_{ji}\bar{W}_i + \frac{(\sigma)}{\tau_{ji}\bar{W}_i} + \frac{(\sigma)}{\tilde{\tau}_{ji}\bar{W}_i} - \frac{(\sigma)}{\rho l \bar{W}_j} - \frac{(\sigma)}{\rho l \bar{W}_j} + \frac{(\sigma)}{K(\partial T/\partial q_j)}}{\tilde{\rho}(\partial \tilde{T}/\partial q_j)} \quad (j=r, z; \quad i=r, \theta, z; \quad q_r=r; \quad q_z=z) \quad (1)$$

将式(1)代入转焓方程(文献[4]中式(13)或文献[5]中式(12))得到

$$\frac{D\tilde{T}}{Dt} = \frac{1}{r\lambda\rho} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r\lambda\rho e_r^* \frac{\partial \tilde{T}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r\lambda\rho e_z^* \frac{\partial \tilde{T}}{\partial z} \right) + Q \right] \quad (2)$$

由于这一新的转焓方程数学形式简单而且仅含掺混系数 e_r^* 和 e_z^* ,与文献[4、5]中转焓方程相比在应用计算中简单得多。而且,式(2)的推导过程中,没有引入其它假定,因此,它仍然包含了包括二次流和湍流在内的各种掺混作用因素的信息,即统一表示了二次流和湍流的掺混作用。

用量级分析法可以证明

$$\tilde{\tau}_{ji}\bar{W}_i \ll \frac{(\sigma)}{\tau_{ji}\bar{W}_i} \ll \frac{(\sigma)}{\rho l \bar{W}_j}, \quad \frac{(\sigma)}{\tilde{\tau}_{ji}\bar{W}_i} \ll \frac{(\sigma)}{\rho l \bar{W}_j}, \quad \frac{(\sigma)}{K(\partial T/\partial q_j)} \ll \frac{(\sigma)}{\rho l \bar{W}_j} \quad (3)$$

这样,有效掺混系数可表示成为

$$e_j^* = e_j' + e_j'' \quad (j=r, z) \quad (4)$$

其中, e_j' 和 e_j'' 分别是湍流掺混系数和周向非均匀掺混系数。

可以看出,Adkins 和 Smith^[1] 的方程式(41)只是本文式(2)的一个简化形式,而且 Adkins 和 Smith^[1] 的方程式(41)中的掺混系数认为只与二次流作用有关。而作者的式(4)表明,掺混系数包含湍流和二次流的作用。

2.2 熵方程

为了简单表示熵方程(文献[4]的式(15)或文献[5]的式(13)),定义有效传热系数 K_j^* 为

$$K_j^* = - \frac{\frac{(\sigma)}{K \nabla T} + \frac{(\sigma)}{\rho h \bar{W}_j} + \frac{(\sigma)}{\rho h \bar{W}_j}}{\partial T/\partial q_j} \quad (j=r, z; \quad q_r=r, q_z=z) \quad (5)$$

很明显,有效传热系数包含了三种掺混机制的全部信息,如式(5),这三种机制^[4、5]是,分子热运动、湍流和周向非均匀三个因素,其中,周向非均匀包括二次流作用和其它。

注意到分子的传热作用在量级上比湍流传热作用小,同时,湍流传热项 $-\rho h \bar{W}$ 能够用湍流传热系数表示成式(5)的相同形式,因此有效传热系数能够表示成

$$K_r^* = K_r' + K_r'' \quad (6)$$

其中, K_r' 和 K_r'' 分别是湍流传热系数和周向非均匀传热系数。

这一方程实际上提示了一种模拟有效传热系数的方法。

熵方程中的周向非均匀的粘性耗散虽然可以类似与湍流脉动粘性耗散模拟的方法进行, 即通过周向非均匀的动能和其相应的长度尺度来模拟, 但是, 这一方法对于周向非均匀来说缺少经验数据。为了简单, 将平均流、湍流脉动和周向非均匀三种粘性耗散统一用熵的增加来模拟。如是, 文献[4、5]的熵方程成为

$$\bar{T} \frac{DS^*}{Dt} = \frac{1}{\lambda r \rho} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r K_r' \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda r K_z' \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right) \right] + \bar{T} \frac{DS_L}{Dt} + \frac{Q}{\lambda r \rho} \quad (7)$$

其中, S_L 是熵的增加。

这一熵方程在计算应用中方便得多。由于在熵方程推导过程中没有引入任何附加的假设, 所以它仍然是 Adkins 和 Smith 的熵方程以及 Gallimore 的熵方程的统一形式。除了 Gallimore 的熵方程^[3]是式(7)的一个简化形式外, 式(7)仍然在两个重要方面与 Gallimore 的熵方程不同, 一是 Gallimore 的熵方程中的传热系数只认为与湍流有关; 另一方面是 Gallimore 将平均流动的粘性耗散与流动损失对应的熵增分别表示在方程中, 实际损失数据很难将两者分开。另外, Adkins 和 Smith 的熵方程^[1]没有明显地包含热传递项。

2.3 焓方程

基本方程组的焓方程(文献[4]的式(14)或文献[5]的式(13))中, 湍流脉动速度与压力的关联项常被忽略不计^[6], 周向非均匀的扰动速度与压力的关联项的大小在量级上较小; 此外, 还缺乏压力相关量的数据。为此将这两种压力相关项忽略不计。于是, 焓方程变成

$$D\bar{h}/Dt = (1/\lambda \rho) [D(\lambda P)/Dt] + \bar{T}(DS^*/Dt) \quad (8)$$

2.4 有效粘性应力

文献[4、5]的动量方程中包含分子粘性应力、湍流应力和周向非均匀应力的各个分量, 本文将分子粘性应力、湍流应力和周向非均匀应力三者合称为有效粘性应力。对于有效粘性应力, 提出一个工程的方法, 即类似于研究湍流脉动相关项的方法, 采用下列假定化简问题:

$$\bar{\tau}_{ij} - \frac{(\bar{\sigma})}{\rho \bar{W}_i \bar{W}_j} - \frac{(\bar{\sigma})}{\rho \bar{W}_i \bar{W}_j} = 2\mu_{ij} \bar{e}_{ij} \quad (i, j = r, \theta, z) \quad (9)$$

其中, μ_{ij} 是有效粘性系数, $\bar{e}_{ij}$ 是平均流场的当地应变率。

由于分子的粘性应力在量级上比湍流应力小, 所以在目前的分析中忽略分子粘性应力; 另外, 由于湍流应力也可以表示成式(9)的形式, 鉴于此, 有效粘性系数可以表示成为

$$\mu_{ij} = \mu_{ij}' + \mu_{ij}'' \quad (i, j = r, \theta, z) \quad (10)$$

其中, μ_{ij}' 和 μ_{ij}'' 分别是湍流粘性系数和周向非均匀粘性系数。

方程式(10)实际上表明了有效粘性系数的物理机制。

2.5 方程组的封闭模型

以上新建立的方程(2)、(7)、(8)和(9)连同文献[4、5]的连续方程和动量方程, 构成了一组新的方程组。新方程组的不封闭仅在于式(1)、(5)、(9)分别定义的三种系数。注意到在湍流的研究中, 涡粘性系数、涡传热系数和涡掺混系数常常假定为各向同性, 另外, 从文献[7]的研究结果可以得到推论, 周向非均匀的粘性系数、传热系数和掺混系数也可以假定为各向同性, 因

此,可以假定,有效粘性系数、有效传热系数和有效掺混系数为各向同性。类似于湍流研究方法,引入广义 Prandtl 数 Pr^* 和广义 Lewis 数 Le^* 的定义

$$Pr^* = \mu^* C_p / K^* \quad , \quad Le^* = \tilde{\rho} e^* C_p / K^* \quad (11)$$

其中, μ^* 、 K^* 和 e^* 分别是各向同性的有效粘性系数、有效传热系数和有效掺混系数。

目前文献中查不到关于它们的任何信息。不过,一般可以假定湍流 Prandtl 数和湍流 Lewis 数等于 1^[8];另外,从文献[9]的研究结果可以得到推论,二次流的掺混作用要么与湍流掺混作用有相同的量级,要么比湍流掺混作用的量级小。因此,可以假定, $Pr^*=1$ 以及 $Le^*=1$ 。这样,只要 μ^* 、 e^* 和 K^* 三者之一已知,其它系数便可以方便地算出。

3 含径向掺混新通流理论的计算方法

按文献[10]的同样方法,将新建立的通流方程组写成流线曲率法的方程形式。为了与 Gallimore 的模型结果^[3]比较,在计算中,类似 Gallimore 的作法,对新方程组作三项假定:(a)在微元体的垂直于 z 轴的坐标面上,各应力不直接引起沿径向动量和能量的传输,因此,忽略不计;(b)叶片的传热忽略不计;(c)忽略其它能量的轴向传输。这样得到的流线曲率法方程列于文献[11]中。另外,由于两方面的原因,本文计算中采用 Gallimore—Cumpsty 掺混系数计算方法^[2]作为这里的有效掺混系数的计算方法,一是为了与 Gallimore 的掺混通流理论的结果^[3]比较;另外,目前还缺乏更好的模型计算本文定义的有效掺混系数。式(7)中的熵增项用经验的损失系数模拟。计算中,压气机的两个端壁采用无掺混条件。按此编制的含掺混计算程序开始计算无掺混流场,随后进行含掺混迭代计算。此程序的收敛性好,在本文的算例中整个计算过程的计算机时只有无粘计算机时 1.5 倍左右。

4 计算结果分析

4.1 计算与试验比较

文献[12、13]是两台 Pratt & Whitney 公司研究用的三级轴流压气机的设计和试验报告。

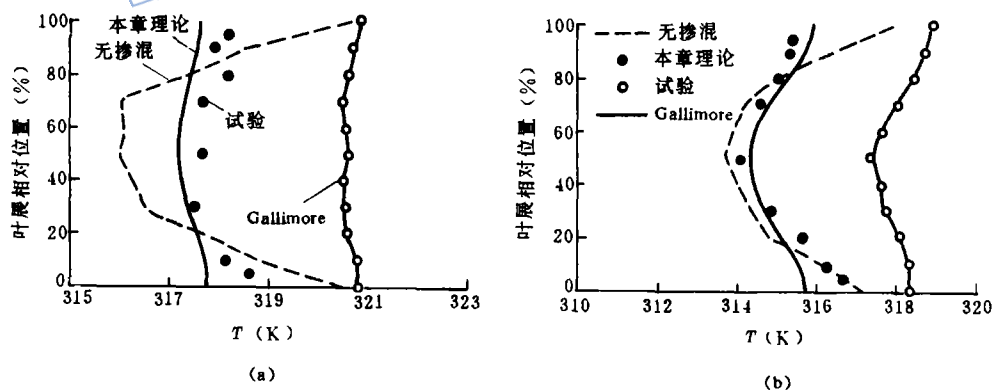


图 1 压气机出口总温分布比较(a)3S1(b)3S2

如图 1(a)和(b),无掺混的计算使得总温沿径向变陡,无论是 Gallimore 的计算结果^[3]还是作者的计算结果,含掺混的计算均使得总温分布沿径向的变化率与试验值更相符;另一方面, Gallimore 的掺混通流模型的计算使得沿压气机平均总温升比试验值大出 10%左右^[8],而作者

用本文新的通流含掺混模型计算,与试验结果在总温分布的绝对值上也符合得满意。这表明本文新的含掺混通流模型是合理的,同时,也说明新模型比 Gallimore 的含掺混通流模型优越。

4.2 掺混系数的影响

将较低展弦比的三级压气机 3S1^[13] 的整个流场的掺混系数取同样的值,比较改变掺混系数的计算结果。如图 2,掺混系数过大或过小都会产生不合适的结果;另一方面,可以看到,当掺混系数在一定范围内取值时,而不论掺混系数模型的物理机制,如 Gallimore—Cumpsty 系数模型^[2]与 Adkins—Smith 系数模型^[1],含掺混的计算结果总比不含掺混的结果与试验值更接近。

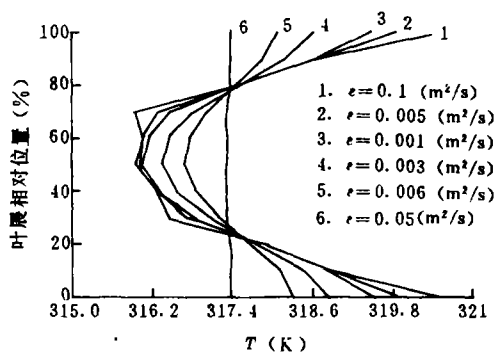


图 2 不同掺混系数 3S1 压气机出口总温

4.3 损失估算的问题

为了便于分析,假定各转子的损失系数分布完全一样(计算中取第一级转子损失系数的分布),各静子叶片排的损失系数分布取为转子损失系数分布的倒分布(将离叶根的相对位置看成是离叶尖的同样大小的相对位置而得到的分布),其它输入参数不变。首先,采用无掺混的无粘 s_2 流面理论计算,得到的各转子出口子午速度分布。为了得到与无粘计算一致的结果,对输入的损失系数进行调整,这样反复计算,直到得到与无粘计算的结果十分相一致的各转子出口子午速度的径向分布。将这一情况输入的损失分布与无掺混计算输入的损失分布进行比较,如图 3,无掺混计算的损失分布比含掺混计算的损失分布平坦得多。前者在端壁的最大值不到叶展中部最小值的 3 倍,而后者所需的损失分布在叶端部的最大值几乎是叶展中部最小值的 6 倍。由此可见,真实的损失沿叶高的分布远比从试验按无粘 s_2 流面理论整理出来的损失分布陡;真实的损失源大部分集中在叶片的两个端壁处,掺混作用使得端壁处低能量流体与叶展中部高能量流体之间发生动量和能量的交换,使得按无粘理论估算的损失分布十分平坦,甚至出现所谓的“负损失”。

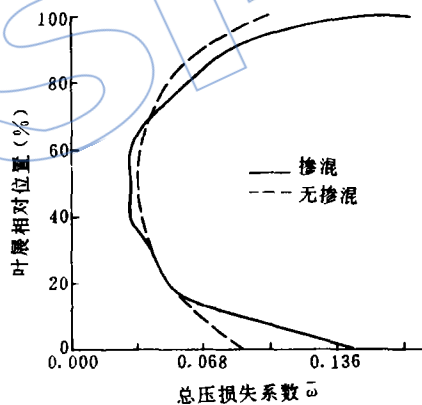


图 3 3S1 压气机转子总压损失的径向分布

另一方面,这里的分析计算并不表明,按照比较平坦的损失分布用无粘的 s_2 流面理论能算出与试验一致的结果。例如,在本文 4.1 中,损失的输入就是按原来比较平坦的分布输入的,这时计算结果仍然是含掺混的计算与试验结果符合较好,而无粘 s_2 流面理论的计算与试验结果相差较大。

5 结 论

(1)发展了一个数学形式十分简单的包含湍流和二次流等主要径向掺混作用因素的多级轴流压气机子午通流模型方程组,这一模型方程组没有其它的未知项,这使得在实际应用中含掺混的计算简单得多。相应计算机程序的计算时间只是无粘计算时的 1.5 倍。

(2)本文引入的三种系数包含了子午流场中三种掺混机制的全部信息,本文的简单模型方程组也可以象文献[4,5]中的方程组一样,作为目前不同掺混通流模型的统一模型。

(3)采用流线曲率法编制了计算机程序,用这一计算机程序得到的计算结果与试验结果相符较好,优于 Gallimore 的含掺混通流模型的计算结果。

(4)掺混系数过大或过小都会产生不合适的结果;当掺混系数在一定范围内取值时,而不论掺混系数模型的物理机制,含掺混的计算结果总比不含掺混的结果与试验值更接近。

(5)压气机的损失源的分布必须通过含径向掺混的理论才能估算出来;压气机的端壁附近的损失比叶展中部大得多;展向的掺混作用使得叶片的损失分布似乎很平坦,甚至出现所谓的端部负损失。

(6)新方程组有严格的理论基础,相信它不仅用于亚音还能用于跨、超音压气机。

参 考 文 献

- 1 Adkins G G Jr, Smith L H Jr. Spanwise Mixing in Axial-Flow Turbomachines. ASME Paper No. 81-GT-57, 1981
- 2 Gallimore S J, Cumpsty N A. Spanwise Mixing in Multistage Axial Flow Compressors, Part I - Experimental Investigation. ASME Paper No. 86-GT-20, 1986
- 3 Gallimore S J. Spanwise Mixing in Multistage Axial Flow Compressors, II - Throughflow Calculations Including Mixing. ASME Paper No. 86-GT-21, 1986
- 4 李士明, 陈矛章. 多级轴流压气机的径向掺混. 航空学报, 12(11), A592-A599
- 5 Li S M, Chen M Z. An Investigation of Spanwise mixing in Multistage Axial Flow Compressors. ASME Paper, No. 92-GT-64, 1992
- 6 Cebeci T, Bradshaw P. 对流传热的物理特性和计算. 朱自强等译, 清华大学出版社, 1988
- 7 Hirsch Ch, Dring R P. Through Flow Models for Mass and Momentum Averaged Variables. ASME Paper No. 87-GT-52, 1987
- 8 Gallimore S J. Spanwise Mixing in Multistage Axial Compressors. Ph. D. Dissertation, University of Cambridge, Sept. 1985
- 9 Leylek J H, Wisler D C. Mixing in Axial-Flow Compressors; Conclusions Drawn from 3-D Navier-Stokes Analyses and Experiments. ASME Paper, No. 90-GT-352, 1990
- 10 陈矛章, 刘导治, 陶德平, 颜庆津. 轴流压气机跨音级气动设计的计算机程序: I - 基本公式和某些数值方法. 北京航空航天大学科学研究报告, BH-B274, 1976
- 11 李士明. 多级轴流压气机流场掺混的研究. [工学博士论文]. 北京航空航天大学, 1990年8月
- 12 Burdall E A, Canal E Jr, Lyons K A. Core Compressor Exit Stage Study, I - Aerodynamic and Mechanical Design. NASA CR-159714, 1979
- 13 Behlke R F, Burdall, Canal E Jr, Korn N D. Core Compressor Exit Stage Study, I - Final Report. NASA CR-159812, 1980

DERIVATION OF THE UNIVERSAL PHYSICAL EQUATION OF TURBULENCE AND ITS CANONICAL FORM

Gao Ge

(*Beijing University of Aeronautics and Astronautics*)

ABSTRACT The fully-detailed derivation of the universal physical equation of turbulence has been given. Instead of the conventional Reynolds average, a new method, named off-center ensemble average, is used to obtain the equation. Through some mathematical approximations and without introducing any empirical coefficients, the equation may provide a secondary order of accuracy, which satisfies the needs of engineering study of turbulence. In one-dimensional case, the momentum equation of turbulence is simplified as the mixed Burgers-Korteweg-de Vries equation—the canonical equation of turbulence. The analysis of the Burgers-Korteweg-de Vries equation gives the criterion of transition. The physical meaning of the equations is briefly discussed. It shows that dissipation and dispersion coexist as two basic physical principles of turbulence. The development of dissipation is monotonic, describing the conversion of the kinetic turbulence energy into heat due to viscosity. Dispersion can be either positive or negative. It represents the energy transformation between the mean flow and the large and micro-eddies before the energy is finally dissipated into molecular heat. Positive dispersion corresponds to cascading down process and negative dispersion means collection of energy. The mechanism of intermittency and anisotropy, and the effects of noise and developing history on turbulence are also discussed.

A SIMPLE SPANWISE MIXING MODEL FOR TURBULENT DIFFUSION AND SECONDARY FLOWS IN MULTISTAGE AXIAL-FLOW COMPRESSORS

Li Shiming (*Tsinghua University*)

Chen Maozhang (*Beijing University of Aeronautics & Astronautics*)

ABSTRACT Three kinds of coefficients are defined and introduced into the basic equations for meridional throughflow fields in multistage axial-flow compressors deduced by the authors which describe different kinds of spanwise mixing mechanism in a unified form. Then, a novel much simpler equation system is obtained without any unknown correlation terms included. It has been shown that these coefficients involve the full information of all the kinds of mixing mechanism. This novel equation system not only unifies the two analytical models for meridional throughflow with mixing which were presented by Adkins and Smith (1981) and Gallimore and Cumpsty (1986) respectively, but also makes the computations for multistage machines much easier. The calculations of the flow through multistage machines have been made by incorporating the new model into a

streamline curvature throughflow calculation method. The agreement of the calculation results with experimental data has been improved. It is believed that this simpler equation system can be applied to the flows not only in subsonic compressors, but also in transonic and supersonic compressors, provided that a more appropriate model is proposed for the coefficients.

A METHOD FOR OPTIMIZING THE MERIDIONAL PASSAGE IN A CENTRIFUGAL COMPRESSOR

Rao Jiang and Li Jingping

(*R & D Center, Chinese Academy of Sciences*)

ABSTRACT A method for optimizing the meridional passage of the rotor in a centrifugal compressor has been developed according to the theory of $S1$ and $S2$ stream filaments. Two optimization principles are introduced. First, the gradient of static pressure in stream line direction should be minimized as it is mainly responsible for the boundary layer separation at the hub and shroud. Second, the gradient of static pressure from hub to shroud should be lessened as possible for it is generally considered as the major reason for triggering the second flow in the passage. According to these two principles, a reasonable criterion has been set up. In order to optimize meridional passage automatically through computer programming, two practical approaches have been provided. In one approach, the passage is modified again and again by using formulas derived from the continuity equation and thermodynamic relations. In the other, a series of quadratic curves are introduced to form a series of meridional passages. In both these approaches, it is necessary to predict the flow field by using "S2 inverse problem" computer code many times. Then, according to the above-mentioned criterion, the optimized meridional passage can be distinguished. Two numerical examples are given in this paper. Their results are obtained from the two approaches respectively. The comparison of the static pressure distributions at hub and shroud between the original and optimized passages indicates that this method obtains access to the expected results.

OPTIMIZATION OF A COMBINED-CYCLE PROPULSION SYSTEM FOR SPACE VEHICLE

Lian Xiaochun and Chen Fuqun

(*Northwestern Polytechnical University*)

ABSTRACT This paper presents some results of optimization of operating modes transfer in a Supercharged Ejector Ramjet (SERJ) specified for first stage of a two-stage-to-orbit space vehicle. The SERJ consists of four subsystem; Fan, Ejector, Ramjet and Air liquefaction subsystem used as a heat exchanger. Three factors are considered for estimating propulsion system installed thrust; Internal and external performances of the inlet and the nozzle; power and air extractions from the engine. An objective of minimization is the minimum of the fuel consumption, which is attained by varying the transition conditions of different engine operation modes. Then the optimum transition conditions can be obtained between SERJ and fan ramjet modes, fan ramjet and ramjet modes, ramjet