

旋转态离心叶轮的动力分析

北京航空航天大学
无锡航空发动机研究所
上海复旦大学

张锦**
陈向均
王文亮

【摘要】 本文着重讨论旋转态离心叶轮的动力分析。对叶轮的重复扇形区作多部件的分划, 研究其结构的模化并应用 Benfield 模态代入法和群论变换, 分析叶轮非旋转与旋转态的固有特性。在旋转态分析中, 将子结构联立迭代法扩展用于多子结构分划的结构中。考虑其几何非线性, 求出在离心力场中结构的动平衡位置和应力。运用本文所提出的方法, 在分析精度前提下可缩减计算规模。

一、前言

发动机离心式压气机的叶轮在导风叶片之间接近于轮缘处常带有分流叶片(离心叶轮的叶片), 在轮缘处盘体的厚度接近于叶片的厚度。当振动发生时, 叶片之间通过轮盘而相互耦合, 故必须将叶—盘作为整体进行动力分析。文献[1]和[2]利用群论和动态子结构法的结合解决了轴流式叶轮的叶—盘耦合动力分析问题。文献[3]以子结构联立迭代技术解决了旋转态轴流叶轮的动力分析。文献[4]以简单考例验证了在基本重复扇形区内作多子结构分划的分析方法。本文针对上述的离心叶轮, 分析其旋转态下的动力特性。将文献[3]提出的子结构联立迭代法扩展应用于多子结构分划的离心叶轮中, 并导出确定动平衡位置的新方法。

二、叶轮机器的模化与非旋转态动力特性

设所分析的离心叶轮带有导风叶片和分流叶片各 N 片。基本重复扇形区取为 $1/N$ 叶轮, 其中有导风叶片和分流叶片各一片及相应的盘体。基本重复扇形区中的三个部分即为三个子结构。 $1/N$ 盘体为主体子结构, 在其内径边缘处固定, 而导风叶片及分流叶片为两个分枝子结构。对自然扭曲大, 厚度变化明显的导风叶片用 8 结点 40 个自由度的厚壳超参元模化。分流叶片也与其相同。盘体采用非协调的 8 结点 24 个自由度的砖块

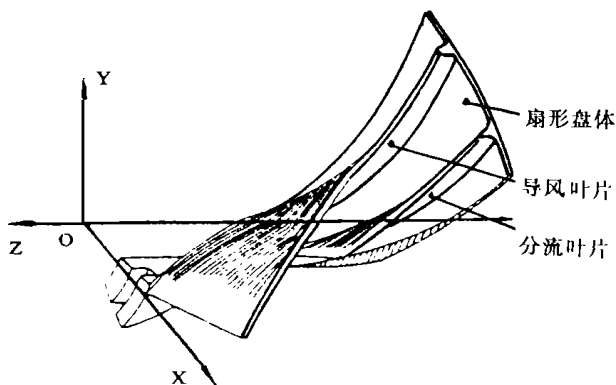


图1 离心叶轮的重复扇形区

单元。每个结点具有 3 个平移自由度。这种单元也在一般 8 结点实体单元的位移模式基础上增加 9 个内自由度，通过静力凝聚而消去，因此提高了模型在弯曲状态下的分析精度。在叶轮动力分析中，利用一个位移协调正交阵，使叶片的超参元与盘体砖块单元可以实现对接加载。图 1 为某型航空发动机的离心叶轮重复扇形区。以后的动力分析即以此型离心叶轮为例。它带有导风叶片和分流叶片各 16 片。基本复复扇形区取为 1/16 离心叶轮，其中包含导风叶片和分流叶片各一片。模化情况如表 1 所示。根据上述模化情况，按文献 [4] 所列的方法作离心叶轮的非旋转态动力分析。

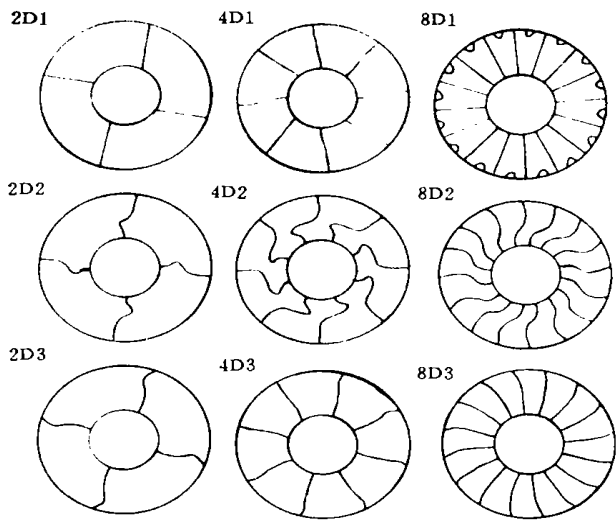


图 2 离心叶轮背面的振动节线图

表 1 某型航空发动机离心叶轮基本重复扇形区的模化

子结构名称	单元种类	单元数	自 由 度 数		
			总值	内自由度	对接自由度
导风叶片	厚壳超参元	12	265	200	65 与盘体对接
分流叶片	厚壳超参元	8	185	140	45 与盘体对接
盘体扇形区	砖块单元	80	495	187 (内径 20 个结点 作固定支承)	65 与导风叶片对接 45 与分流叶片对接 99×2 两边波传播边界

表 2 所列为该型离心叶轮的低阶非旋转态固有频率的分析值和实验值，两者结果十分接近。图 2 为此型叶轮背面在 2、4、8 节径下前三阶固有振动模态的节线分布情况。

表 2 某型航空发动机离心叶轮非旋转态固有频率

频 率 (Hz)		一 阶	二 阶		三 阶	四 阶	
		分析值	分析值	试验值	分析值	分析值	试验值
节 径	0	4012	5920	——	8225	9674	——
	1	3986	5868	——	8148	9924	——
	2	3990	5767	——	8075	9925	9848
	3	4059	5784	——	8154	9931	——
	4	4248	5902	6444	8303	9971	——

为了研究叶片加在离心叶轮盘体上的影响，对无叶片的叶轮盘体也作了动力分析。它是

一个典型的轴对称结构, 采用 8 结点的环形实体单元模化。基本阶的固有频率列于表 3 中。

表 3 无叶片离心叶轮离心叶轮的非旋转态基本阶固有频率值

盘体半径	0	1	2	3	4
基本阶 (一阶)	3133	3122	3167	3493	4122

三、旋转态叶轮的动力分析

旋转态叶轮的动力分析亦可称为叶轮的动频分析。分析叶轮在旋转态下的振动特性是更有重要意义的。对于实际的离心叶轮而言, 两种叶片, 即导风叶片与分流叶片 (尤其是导风叶片), 都存在着较大的自然扭曲。在叶轮高速旋转的离心力场中要引起叶片的所谓“扭转恢复”。因此在确定叶轮的动平衡位置时必须计及叶片的几何非线性。在大位移情况下应变和位移关系式中的二次项是不能忽略的, 即在几何矩阵中引入了与位移有关的非线性项。

为了得到整个系统在大位移情况下的动平衡位置, 以及相应的刚度矩阵, 通过 Newton—Raphson 迭代, 以求解增量形式的平衡方程。这是动频分析中的关键步骤, 以后的求解过程就与前述的求静频 (主要求解方程及步骤列于文献 [4] 中) 方法相同。平衡方程的具体求解方法仍然使用文献 [3] 提出的子结构联立迭代法, 只是将其扩展应用于多子结构分划的本文情况, 即一个主体子结构—离心叶轮盘体, 两个分枝子结构—导风叶片与分流叶片。

系统在大位移情况下动平衡位置的理论推导步骤如下: 几何非线性问题中一般平衡方程式可记为

$$\underline{\Psi}(\underline{\delta}) = \int B^T \underline{\sigma} dV + \int \rho \underline{V}^T \underline{a} dV = 0 \quad (1)$$

式中 $\underline{\Psi}$ 表示内力和外力的矢量和, B 为几何矩阵, $\underline{\sigma}$ 为应力列阵, $\underline{\delta}$ 为位移列阵, $\underline{V}$ 为形函数阵而 $\underline{a}$ 为加速度, ρ 为材料密度。在大位移情况下, 应变和位移的关系式是非线性的, 因而几何矩阵将是位移 $\underline{\delta}$ 的函数。在本文的叶轮结构中, 平衡方程式具体为

$$\underline{\Psi} = \int B^T \underline{\sigma} dV + \underline{M} \underline{\ddot{\delta}} + \underline{M}_C \underline{\dot{\delta}} - \underline{K}_C \underline{\delta} - \underline{P} = 0 \quad (2)$$

式中 $\underline{M}$ 、 $\underline{M}_C$ 、 $\underline{K}_C$ 和 $\underline{P}$ 分别为质量矩阵、哥氏矩阵 (陀螺矩阵)、离心刚度矩阵和离心力列阵。为求解叶轮系统在大位移后的动平衡位置及相应的刚度矩阵, 令 $\underline{\ddot{\delta}} = \underline{\ddot{\delta}} = 0$, 此时的 $\underline{\delta} = \underline{\delta}^0$ 即为平衡位置。可通过 Newton-Raphson 迭代进行增量形式的求解。

对于带分流叶片的离心叶轮而言, 基本重复扇形区取为包含导风叶片、分流叶片各一片以及相应的盘体扇形区, 这三个子结构自由度分划如下:

$$\underline{b} = (\underline{b}_b^T \quad \underline{b}_j^T)^T, \quad \underline{s} = (\underline{s}_i^T \quad \underline{s}_j^T)^T, \quad \underline{d} = (\underline{d}_b^T \quad \underline{d}_g^T \quad \underline{d}_j^T)^T, \quad \underline{d}_g = (\underline{d}_i^T \quad \underline{d}_j^T \quad \underline{d}_d^T)^T$$

在第 n 次迭代时位移增量为 $\Delta \underline{\delta}_{n-1} = (\underline{b}^T \quad \underline{s}^T \quad \underline{d}^T)^T$

$$\text{而相应的结构不平衡力矢 } \underline{\Psi} = \int B_{n-1}^T \underline{\sigma}_{n-1} dV - \underline{K}_r \underline{\delta}_{n-1} - \underline{P} = \begin{Bmatrix} f_b \\ f_s \\ f_d \end{Bmatrix}$$

设 $\underline{h}$ 为各子结构之间相互作用力, 则 $\underline{h} = (\underline{h}_b^T \quad \underline{h}_s^T \quad \underline{h}_d^T)^T$

与上述自由度分划相一致, 对子结构的质量矩阵、刚度矩阵及载荷列阵等作分块处理。对于导风叶片 (子结构 b)

$$\underline{h}_b = (\underline{0} \quad \underline{h}_{b_j}^T)^T, \quad \underline{f}_b = (\underline{f}_{b_i}^T \quad \underline{f}_{b_j}^T)^T$$

在 b 中建立平衡方程

$${}^{(b)}Kb = h_b + f_b$$

作变换

$$\begin{Bmatrix} b_i \\ b_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & C_{ij} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_i \\ e_j \end{Bmatrix}$$

式中 C_{ij} 为导风叶片的约束模态阵。由此得 ${}^{(b)}K_{ji}e_i = f_{b_i}$, ${}^{(b)}K_{jj}^* e_j = f_{b_j}^*$

式中

$${}^{(b)}K_{jj}^* = {}^{(b)}K_{jj} + C_{ij}^T {}^{(b)}K_{ji}^*, \quad f_{b_j}^* = f_{b_j} + h_{b_j} + C_{ij}^T f_{b_i} \quad (3)$$

(3) 式中的两个式子分别称为子结构 b 的缩聚刚度矩阵和等效结点力。对于分流叶片 (子结构 s) 作类似分析, 得出相应的缩聚刚度矩阵 ${}^{(s)}K_{ll}^*$ 和等效结点力 $f_{s,l}^*$

对于盘体扇形区, 有

$$\begin{cases} h_d = (h_{d_i}^T & 0 & h_{d_j}^T & h_{d_l}^T & h_{d_i'}^T)^T \\ f_d = (f_{d_i}^T & f_{d_i}^T & f_{d_j}^T & f_{d_l}^T & f_{d_i'}^T)^T \end{cases}$$

其平衡方程为

$${}^{(d)}Kd = h_d + f_d$$

考虑到叶片和盘体对接的协调性, 则有 $h_{d_j} = -R_b^T h_{b_j}$, $h_{d_l} = -R_s^T h_{s_l}$

式中 R_b 、 R_s 分别为子结构 b 和 s 与 d 的位移协调阵。

再由对接自由度的位移相容性条件

$$d_j = R_b^T b_j, \quad d_l = R_s^T s_l$$

由 h_{b_j} 和 h_{s_l} 表达式联立上式, 则得

$$f_{d'}^* = \begin{cases} f_{d_i} + h_{d_i} \\ f_{d_g}^* \\ f_{d_i'} + h_{d_i'} \end{cases}, \quad f_{d_g}^* = \begin{cases} f_{d_j} \\ f_{d_j} + R_b^T f_{b_j}^* \\ f_{d_l} + R_s^T f_{s_l}^* \end{cases} \quad (4)$$

因各扇形区上的离心载荷也具有旋转周期性。故在基本扇形区两边波传播边界 t 和 t' 处的位移和外力均满足对称、循环关系。最终得到

$${}^{(d)}K^{***} d^{***} = f_d^* \quad (5)$$

式中

$${}^{(d)}K^{***} = \begin{bmatrix} K_{gg}^* & K_{gt} + K_{gt'} \\ K_{tg} + K_{tg'} & K_{tt} + K_{tt'} + K_{tt'} + K_{tt'} \end{bmatrix}$$

$$d^{***} = (d_g^T \quad d_t^T)^T$$

$$f_d^* = (f_{d_g}^{*T} \quad f_{d_t}^T + f_{d_t'}^T)^T$$

由此方程解得第 i 次迭代的位移增量

$$d = (d_t^T \quad d_g^T \quad d_t^T)^T, \quad (d_t \equiv d_t')$$

并求得 b_j 和 s_l , 至此得到第 n 次迭代的全部位移增量 $\Delta \delta_{n-1}$, 而且

$$\Psi_{n-1} = \int B_{n-1}^T \sigma_{n-1} dV - K_r \delta_{n-1} - P \quad (5)$$

同时也可得出第 n 次迭代中基本扇形区的位移及应力

$$\delta_n = \delta_{n-1} + \Delta \delta_{n-1}, \quad \sigma_n = \sigma_{n-1} + D B_{n-1} \Delta \delta_{n-1} \quad (6)$$

经过多次迭代, 直到 Ψ_n 趋于零, 得出对应的 $\delta_n = \delta^0$ 即为基本扇形区的动力平衡位置。同时, 基本扇形区的各项信息也均已生成, 并可用于随后的分析中。

详细测试叶轮的动频以及相应的模态形状需要花费极大的人力和物力, 故分析计算方法更有着突出的实用意义。为了考核本文方法的精确性, 用一带有 24 个叶片的实际轴流式叶轮为例, 分别以文献 [3] 方法和本文方法作对照。文献 [3] 以 1/24 结构而本文 1/12 结构 (包括两个叶片) 作为各自的基本重复扇形区。尽管轴流式叶轮与带分流叶片的离心叶轮在结构上是不相同的, 但在力学原理上是相通的, 正如文献 [4] 成功地作了类似的考核一样。分析所得每分钟 9000 转旋转态下轴流叶轮的固有频率列于表 4。由表可见, 两种方法所得结果差别甚微。

表 4 某型实际轴流式叶轮的固有频率比较

频率 (Hz)		文献 [3] 方法			本 文 方 法		
		一 阶	二 阶	三 阶	一 阶	二 阶	三 阶
节 径	0	239 6	508. 3	783. 1	236 2	509. 1	786. 7
	1	251 0	354. 8	681. 0	247 5	3641	683. 7
	2	252 8	489. 0	839. 2	249 0	490. 0	845. 0
	3	253 6	558. 7	1125	249 7	556. 8	1127
	4	254 6	571. 9	1167	250 8	569. 9	1167

实际某型航空发动机带分流叶片离心叶轮在起飞转速 37700r/ min 固有频率分析结果列于表 5 中。

表 5 某型实际离心叶轮旋转态固有频率分析 (Hz)

节径	一 阶	二 阶	三 阶	四 阶
0	4347	6495	8745	9972
1	4321	6447	8710	10240
2	4344	6352	8646	10153
3	4454	6372	8683	10191
4	4683	6498	8728	10378

为了进一步探讨离心叶轮的动力特性，将固支的导风叶片固有静频也作了计算并与试验结果作了对比，如表 6 所示。

表 6 固支导风叶片固有频率的校核 (Hz)

阶 次	1	2	3	4	5	6	7	8
分 析 值	8208	14152	17510	19476	23185	24798	28087	34449
试 验 值	7910	13584	17666	——	——	——	——	——
模态形状	一弯	一扭	二扭	三扭	四扭	弯扭	五扭	六扭
相对误差	+ 3. 8%	+ 4. 2%	- 0 9%	——	——	——	——	——

四、分析与讨论

通过实例分析结果与试验结果或其它方法分析结果的对照，验证了本文方法的可靠性和实用性。

表 7 各种求解方法的获益比较

本文结合了动态子结构方法和波传播技术，且在子结构之间的模态综合采用效率较高的 Benfield-Hruda 模态

方 法		全结构分析	波传播法	文献 [6] 方法	本文方法
项 目	结 点 数	3520	253	253	253
	自由度数	10192	637	637	637
	方 程 数	10192	1274	332	242
	获 益	1	8	31	42

置换法。在最终的耦合方程中消除了导风叶片和分流叶片各自与叶轮盘体之间的所有内连自由度,而且波传播边界可以自由选择。因此本文方法比之于文献[6]方法也较大地提高了分析效率。在保证足够的分析精度前提下,减少计算时间和节省计算机内存是极其显著的。诸方法的获益比较见表7所示。

由本文计算结果可看出,与轴流式叶轮在振动特性方面相比,离心叶轮存在以下特点:

1. 相对于无叶片的离心叶轮盘体而言,离心叶轮的叶片对整个叶轮增加刚性的作用大于增加质量的作用,因而整个叶轮的基本阶(一阶)固有频率是高于相应的无叶片盘体的。导风叶片与分流叶片装在离心叶轮盘体上,犹如盘体增加了诸条幅射状的加强肋一般。使离心叶轮的刚性提高很多,固有频率则相应地显著增加。由表2与表3中计算结果的比较则可很明显地看出此特点;而对轴流式叶轮而言,叶片装于轮盘上会降低整级转子的固有频率。

2. 离心叶轮的叶片振动以扭转为主(参见表6),因而叶轮的固有频率无论随节径数的增加或随转速的增加都显得变化平缓。而对于轴流叶轮而言,叶片主要作弯曲振动,叶轮固有频率往往以随节径数或转速的增加而上升较快。当然轴流叶轮也存在着叶片的扭转振动,此时盘体的相对振幅甚微。因而,此时轴流叶轮的固有频率基本上与节径数和转速无关。

3. 在振动的模态形状方面,离心叶轮也有其特点。从图3可见,叶片以扭转振动为主,通过叶片与盘体相互耦合的结果,在盘体背面形成不同形状的节线。这些节线基本上是径向的,但各阶的节线走向不同,有的甚至较为弯曲,而节圆将在高阶(尤其是零节径)时才出现。

本文所提出的方法还可进一步扩展应用于基本重复扇形区内划分成一个主体部件和多个分枝部件的更一般的情况中。实际上只需把最终的减缩坐标和相应的广义质量矩阵和刚度矩阵再作适当的扩充即可。

参 考 文 献

- [1] 张锦、王文亮、陈向均,“事有 N 条叶片的轮盘耦合系统的主模态分析— $C_{N\pi}$ 群上对称结构的模态综合”,固体力学学报,第五卷第四期,1984年。
- [2] Zhang, J., Wang, W. L., Chen, X. J., “Mode Synthesis of A Rotationally Periodic Structure”, Proceedings of 6th International Modal Analysis Conference, Florida, U. S. A., 1988.
- [3] Zhang, J., Wang, W. L., Chen, X. J., “Natural Mode Analysis of Rotating Blades Disc Coupled Systems— Modal Synthesis of Symmetric Structure with C_N Group”, XV11 ICTAM, Grenoble, France, 1988.
- [4] 张锦、王文亮、陈向均,“带分流叶片离心叶轮的动力分析技术”,航空学报91年第1期。
- [5] Benfield, W. A. and Hrudu, R. F., “Vibration Analysis of Structures by Component Mode Substitution”, AIAA J. Vol. 9, 1971.
- [6] Henry, R. and Ferraris, G., “Substructuring and Wave Propagation: An Efficient Technique for Impeller Dynamic Analysis”, Transactions of ASME, J. of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 106, No 1, 1984.

second-order differential equations. The stable nonsynchronous response at the action point of nonlinear oil film force can be obtained from the periodic solution of the differential equations of motion. With the help of an equivalent linearized model of the oil film force, the equivalent dynamic characteristic coefficients corresponding to the determined motion of the original system are obtained. A new method to analyse the stability of the motion of the equivalent linearized system is put forward in detail according to the theory of small perturbation. It is quite interesting to point out that the derived criterion for the motion stability is simple in form and depends on the equivalent damping coefficients only. A system with $1/2$ order subharmonic response is taken as an example to illustrate this method. The calculated results are compared with those of fourth order Runge-Kutta method. It is shown that our method has the same accuracy of calculation, but gains an advantage in saving computing time.

DYNAMIC ANALYSIS OF CENTRIFUGAL IMPELLER

Zhang Jin (Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

Chen Xiangjun and Zang Jun (Wuxi Aeroengine Research Institute)

Wang Wenliang (Fudan University)

ABSTRACT

A dynamic analysis technique is provided for rotating centrifugal impeller with guide blades and split blades. It is shown that multi-component partition can be made in repetitive sector region of the centrifugal impeller. The basic repetitive sector region of the centrifugal impeller is divided into three substructures: the guide blade, the split blade and the sectoral part of the disc. The Hermite generalized mass and stiffness matrices in the reduced coordinates are derived by successful combination of Benfield mode substitution transformation with group transformation. Therefrom the natural frequencies of the bladed disc coupled system are solved and the corresponding modal shapes are obtained from further transformation. The comparison between the analytical results obtained by using this and other methods and the experimental data verifies the reliability, practicability and considerable economic benefits of the method presented in this paper.

ESTIMATION OF HIGH TEMPERATURE CREEP PARAMETERS FOR STRUCTURAL CERAMICS

Yang Xiaoguang, Ding Jun, Xong Changling

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

ABSTRACT

Power-law high temperature creep parameters of structural ceramic materials are commonly deduced from load-point displacement data obtained from bend tests on the assumption that tensile and compressive behaviours obey the same constitutive law. However, it is now well recognized that this premise may not always be valid because of microcracking and cavitation. Meanwhile, former methods of creep parameters estimation are not suitable, due to a demand for many CPU time. Therefore, a new optimal estimation method is proposed for the structural ceramic creep parameters. Its governing equations are derived from non-coincidence of the neutral axis of a beam under bending with the centroids of the cross-sections, and from the creep response in terms of both curvature rate and load-point displacement rate as functions of the applied moment and creep parameters. Numerical solution of the governing equations is completed with golden section method. In order to obtain optimal estimation of the creep parameter, a static optimal calculation program is used which turns the constrained minimum problem into an unconstrained minimum problem by penalty function. Then the problem is solved with variable matrix method that includes both DFP method and BFGS method. An example is given for a set