

无损检测可靠性与寿命控制方法

北京航空航天大学 傅惠民** 钱若力

【摘要】 提出一种测定缺陷检出概率曲线的方法,成功地解决了传统方法无法解决的检出频率波动性和非单调性问题,给出了缺陷检出概率置信下限公式和 POD/CL 裂纹尺寸公式。并且提出控制寿命的新概念,给出了最佳检查周期和最佳独立检测次数方法,该方法既可以有效地控制裂纹漏检概率,又可以控制结构的裂纹扩展寿命和检查周期,从而可对结构进行概率损伤容限设计。

主题词: 无损检测 损伤 可靠性分析 疲劳寿命

分类号: TG115.28 V215.7

1 前言

近年来,尽管无损探伤技术有了很大发展,但是不同检测人员对同一裂纹进行检测时,得到的结果仍然存在较大差异,这种检测结果的不确定性受材料、结构形状和尺寸、探伤方法、检测环境、裂纹位置和取向、检测人员的技术水平和心理状态等诸多因素的影响。对这种无损检测结果不确定性的研究——无损检测可靠性研究始于60年代末,当时人们认识到断裂力学在工程中的应用,首先必须正确地评价结构中存在的初始缺陷或疲劳裂纹。国际上 Packman、Lewis、Yang、Trapp、Berens 和 Hovey 等许多学者都曾对此进行了大量研究。美国军用规范^[1]也规定:计算裂纹扩展寿命的初始裂纹尺寸 a_0 应根据无损检测可靠性确定,即在95%的置信度下,使大于 a_0 的裂纹至少具有90%的检出概率。美国空军将缺陷检出概率曲线用于耐久性分析,以确定飞机的经济寿命^[2]。波音公司则通过 DTR 方法来评估飞机中裂纹的漏检概率。

缺陷检出概率曲线,即 POD 曲线是无损检测可靠性研究的基础,如何准确地对其进行测定是问题的关键。传统方法^[1,3]通常需要独立检测几千次,耗资巨大,而且还经常出现小裂纹的检出频率大,大裂纹的检出频率反而小的结果(参见实例中表1和表2的第5列数据)。这种波动性和非单调性导致按传统方法无法得到高置信度下的缺陷检出概率曲线。美国曾采用超声波、涡流、X射线和渗透等无损探伤方法对 C-130 运输机、C-5 运输机、F-104 战斗机和 KC-135 空中加油机等机翼大梁、各种连接件以及下壁板进行了大量的无损检测^[4],其结果就是因为检出频率存在较大的波动性和非单调性而无法处理。我们在对各种无损检测结果进行大量分析研究的基础上,通过极大似然原理和费歇尔信息矩阵提出了一种新的测试和分析方法,该方法不仅适用于裂纹检出频率波动和非单调的情况,而且测定一条 POD 曲线只需独立检测30次以上即可,大大减少了试件个数和独立检测次数。目前该方法已成功地对上述美军的无损检测结果进行了分析处理,得到高置信度下的 POD 曲线。在此基础上,本文还通过最佳独立检测次数,有效地控制初始裂纹尺寸的大小,进而控制结构裂纹扩展寿命和检查周期的长短。

2 POD 置信下限和 POD/CL 裂纹尺寸公式

2.1 缺陷检出概率的单侧置信下限公式

经大量研究表明, 裂纹 a 的检出概率 $P(a)$ 可用逻辑斯谛函数描述, 即 POD 函数为

$$P(a) = \frac{\exp\{\alpha + \beta \ln a\}}{1 + \exp\{\alpha + \beta \ln a\}} \quad (1)$$

式中 α 和 β 均为待定参数。设对裂纹 a_i 进行了 n_i 次独立检测, 共 m_i 次检测到裂纹, $i = 1, 2, \dots, n_0$ 。那么裂纹检出概率 $P(a)$ 的置信度为 γ 的单侧置信下限 $P_L(a)$ 可由下式求得

$$y_L(a) = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln a - t_\gamma \sqrt{S_\alpha + 2S_{\alpha\beta} \ln a + S_\beta \ln^2 a} \quad (2)$$

$$P_L(a) = \frac{\exp\{y_L(a)\}}{1 + \exp\{y_L(a)\}} \quad (3)$$

$$\text{即} \quad P\{P_L(a) \leq P(a)\} = \gamma \quad (4)$$

式中 α 和 β 的估计量 $\hat{\alpha}$ 和 $\hat{\beta}$ 可由下面两式联立求出

$$E_1(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \sum_{i=1}^n m_i - \sum_{i=1}^n \frac{n_i \exp\{\hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln a_i\}}{1 + \exp\{\hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln a_i\}} = 0 \quad (5)$$

$$E_2(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \sum_{i=1}^n m_i \ln a_i - \sum_{i=1}^n \frac{n_i \ln a_i \exp\{\hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln a_i\}}{1 + \exp\{\hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln a_i\}} = 0 \quad (6)$$

式(5)和式(6)可根据最大似然原理推得。它们的物理意义是: α 和 β 的估计量 $\hat{\alpha}$ 和 $\hat{\beta}$ 应使实测中检出裂纹的总次数等于其理论总次数; 而检出的裂纹总对数长度等于其理论总对数长度。式(5)和式(6)可采用下述双二分法求解: 对于给定的某一 α^* , 设 β^* 满足 $E_2(\alpha^*, \beta^*) = 0$, 则当 $\beta' < \beta^*$ 时, 有 $E_2(\alpha^*, \beta') > 0$; 当 $\beta' > \beta^*$ 时, 有 $E_2(\alpha^*, \beta') < 0$, 所以可很容易通过二分法求得 β^* 。然后再计算 $E_1(\alpha^*, \beta^*)$, 如果 $E_1(\alpha^*, \beta^*) > 0$, 则 $\alpha^* < \hat{\alpha}$; 如果 $E_1(\alpha^*, \beta^*) < 0$, 则 $\alpha^* > \hat{\alpha}$ 。故又可用二分法并重复前一二分法求得使 $E_1(\alpha, \beta^*) = 0$ 的 α , 此时 β^* 也即为所要求的 $\hat{\beta}$ 。在实际问题中, α 和 β 往往受到一定的限制, 此时如果 $E_1(\alpha, \hat{\beta})$ 或 $E_2(\alpha, \hat{\beta})$ 的零点不在 α 或 β 所允许的区间内, 则可取与该零点最邻近的边界点作为 α 和 β 即可。 α 和 β 的方差 S_α 、 S_β 和协方差 $S_{\alpha\beta}$ 分别由下列诸式计算

$$P_i = \exp(\hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln a_i) / [1 + \exp(\hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln a_i)] \quad (7)$$

$$S_\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n n_i \ln^2 a_i P_i (1 - P_i)}{\sum_{i=1}^n n_i P_i (1 - P_i) \sum_{i=1}^n n_i \ln^2 a_i P_i (1 - P_i) - [\sum_{i=1}^n n_i \ln a_i P_i (1 - P_i)]^2} \quad (8)$$

$$S_\beta = \frac{\sum_{i=1}^n n_i P_i (1 - P_i)}{\sum_{i=1}^n n_i P_i (1 - P_i) \sum_{i=1}^n n_i \ln^2 a_i P_i (1 - P_i) - [\sum_{i=1}^n n_i \ln a_i P_i (1 - P_i)]^2} \quad (9)$$

$$S_{\alpha\beta} = \frac{-\sum_{i=1}^n n_i \ln a_i P_i (1 - P_i)}{\sum_{i=1}^n n_i P_i (1 - P_i) \sum_{i=1}^n n_i \ln^2 a_i P_i (1 - P_i) - [\sum_{i=1}^n n_i \ln a_i P_i (1 - P_i)]^2} \quad (10)$$

t_γ 为 t 分布百分位值, 即 $P\{t \leq t_\gamma\} = \gamma$, 其自由度 $\nu = \sum_{i=1}^n n_i - 2$ 。式(2)和式(3)仅在样本较大时才

成立,通常要求 $v \geq 30$, 此时 t_Y 可由下式计算^[5]

$$t_Y = u_Y \sqrt{1 - \frac{1}{4Y} - \frac{u_Y^2}{2v}} \quad (11)$$

式中 u_Y 是置信度为 Y 的标准正态偏量。

当 a 变化时, 式(2)和式(3)即给出 POD 的置信度为 Y 的单侧置信下限曲线。

式(1)给出的是对裂纹 a 进行一次检测时的检出概率, 如果对同一裂纹 a 进行 K 次独立检测, 那么其检出概率 $P_K(a)$ 将由下式给出

$$P_K(a) = 1 - \frac{1}{[1 + \exp(\alpha + \beta \ln a)]^K} \quad (12)$$

$P_K(a)$ 的置信度为 Y 的单侧置信下限 $P_{KL}(a)$ 为

$$P_{KL}(a) = 1 - \frac{1}{\{1 + \exp[y_L(a)]\}^K} \quad (13)$$

当 a 变化时, 式(13)将给出对同一裂纹进行 K 次独立检测时的 POD 置信下限曲线。

如果采用 q 种不同的探伤仪器对同一裂纹进行独立检测, 那么裂纹检出概率 $P_D(a)$ 为

$$P_D(a) = 1 - \prod_{i=1}^q \frac{1}{[1 + \exp(\alpha_i + \beta_i \ln a)]^{K_i}} \quad (14)$$

式中 α_i 和 β_i 是第 i 种探伤仪器单独检测时其 POD 曲线的参数, K_i 是第 i 种探伤仪器的独立检测次数, $i = 1, 2, \dots, q$ 。 $P_D(a)$ 的置信度至少为 Y 的单侧置信下限 $P_{DL}(a)$ 由下式给出

$$P_{DL}(a) = 1 - \prod_{i=1}^q \frac{1}{\{1 + \exp[y_{Li}(a)]\}^{K_i}} \quad (15)$$

$$y_{Li}(a) = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i \ln a - t_Y \sqrt{S_{\alpha_i} + 2S_{\alpha\beta_i} \ln a + S_{\beta_i} \ln^2 a} \quad (16)$$

其中 α 和 β 的估计量 $\hat{\alpha}$ 和 $\hat{\beta}$ 可由式(5)和式(6)联立求得, $\hat{\alpha}$ 和 $\hat{\beta}$ 的方差 S_{α_i} , S_{β_i} 和协方差 $S_{\alpha\beta_i}$ 由式(8)、式(9)和式(10)计算, $i = 1, 2, \dots, q$ 。

2.2 POD/CL 裂纹尺寸公式

由式(1)和式(12)可知, 对应于预先指定的检出概率 P 的裂纹尺寸 a 由下式确定

$$a = \exp\{(y - \alpha)/\beta\} \quad (17)$$

式中当对裂纹进行一次检测时, $y = \ln[P/(1-P)]$ 。当对同一裂纹进行 K 次检测时, $y = \ln[(1 - \sqrt[K]{1-P})/\sqrt[K]{1-P}]$; 其置信度为 Y 的单侧置信上限, 即 POD/CL 裂纹尺寸 a_0 将由下式计算

$$a_0 = \exp\left\{\frac{S_{\alpha\beta} t_Y^2 - \hat{\alpha}\hat{\beta} + \hat{\beta}_Y + t_Y \sqrt{S_0 + 2(\hat{\beta}S_{\alpha\beta} - \hat{\alpha}S_{\beta})Y + S_{\beta}Y^2}}{\hat{\beta}^2 - S_{\beta}t_Y^2}\right\} \quad (18)$$

式中 $S_0 = \hat{\alpha}^2 S_{\beta} + \hat{\beta}^2 S_{\alpha} - 2\hat{\alpha}\hat{\beta}S_{\alpha\beta} - (S_{\alpha}S_{\beta} - S_{\alpha\beta}^2)t_Y^2$ 即

$$P\{a \leq a_0\} = Y \quad (19)$$

如果采用 q 种不同的探伤仪器进行独立检测, 那么对应于预先指定的检出概率 P 的裂纹尺寸 a 由下式确定

$$\prod_{i=1}^q \frac{1}{[1 + \exp(\alpha_i + \beta_i \ln a)]^{K_i}} = 1 - P \quad (20)$$

a 的置信度至少为 Y 的单侧置信上限 a_0 可由下式计算

$$\prod_{i=1}^q \frac{1}{\{1 + \exp[y_{Li}(a_0)]\}^{K_i}} = 1 - P \quad (21)$$

3 最佳检查周期和最佳独立检测次数方法

3.1 最佳检查周期确定

对于预先指定的检出概率 P 和独立检测次数 K , 可由式(18)求得 POD/CL 裂纹尺寸 a_0 。传统的损伤容限设计将对应于 $\gamma = 95\%$ 、 $P = 90\%$ 和 $K = 1$ 的 a_0 作为初始裂纹计算裂纹扩展寿命, 并取其一半作为检查周期^[1]。下面将给出一种可以更合理地确定检查周期的可靠性方法。

设置信度为 γ 存活率为 P 的 P -da/dN- ΔK 曲线为

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K) \quad (22)$$

式中 $f(\Delta K)$ 可以是 Paris 公式或 Forman 公式等, 那么置信度为 γ 可靠度 $R = P$ 的检查周期 N_c 可由下式计算

$$N_c = \int_0^{a_c} \frac{da}{f(\Delta K)} \quad (23)$$

式中 a_c 为临界裂纹。当 a_0 较小时, 线弹性断裂力学的有关假设不成立, 将导致式(22)不适用, 此时可用短裂纹扩展公式或直接采用载荷/环境谱下的 P - a - t 曲线计算检查周期。设置信度为 γ 存活率为 P 的 P - a - t 曲线为

$$t = C_P (a - a_P)^{m_P} \quad (24)$$

式中 a_P 、 m_P 和 C_P 均为待定常数, 它们可根据耐久性试验得到的 (a, t) 数据拟合求得, 那么置信度为 γ 可靠度 $R = P$ 的检查周期 t_c 由下式给出

$$t_c = C_P (a_c - a_P)^{m_P} - C_P (a_0 - a_P)^{m_P} \quad (25)$$

当采用几种不同的探伤仪器进行检测时, 确定最佳检查周期 N_c 或 t_c 的初始裂纹 a_0 可由式(21)计算。

由上可知, 如果以 N_c 或 t_c 为周期对结构危险部位进行检查, 则可以置信度 γ 保证该危险部位不发生破坏的概率, 即可靠度为 R 。

3.2 最佳独立检测次数的确定

工程中有时需要预先指定检查周期。例如, 对于某些敞开的, 便于检查的结构部位, 往往检查周期可以短一点, 但要求独立检测次数尽量少, 因为要保证检测的独立性, 在一次检查中检测的次数多, 则需要的人力和时间也就多; 而对另一些封闭的、打开或拆卸比较麻烦的结构部位, 往往要求检查周期尽可能长, 独立检测次数则可以多一点。为此, 对于预先指定的检出概率 P 和检查周期 N_c 或 t_c , 下面计算最佳独立检测次数 K 。首先将 N_c 或 t_c 代入式(23)或式(25)求得初始裂纹尺寸 a_0 , 再根据式(13)即知最佳独立检测次数可由下式计算

$$K = \frac{-\ln(1-P)}{\ln\{1 + \exp[\gamma_L(a_0)]\}} \quad (26)$$

当式(26)计算出的 K 值不为整数时, 可取大于它的最小整数为最佳独立检测次数。

如果采用几种不同的探伤仪器进行检测, 则可在式(15)中令 $a = a_0$ 、 $P_{DL}(a) = P$ 求出最佳独立检测次数 K_i , $i = 1, 2, \dots, q_0$ 。此时满足条件的 $K_1, K_2, \dots, K_q$ 有多种不同的组合, 可根据具体情况取其中之一。

对于有多个危险部位的结构, 可首先根据各个危险部位之间的功能关系(串联、并联等), 将结构的可靠度分配给各个危险部位。然后再令各个危险部位的缺陷检出概率和其 P -da/dN- ΔK 曲线或 P - a - t 曲线的存活率分别等于各个危险部位的可靠度, 并通过上述方法求得其最佳检查周期或最佳独立检测次数。如果以此为依据进行检查, 则可保证整个结构具有预先

指定的可靠度。

4 实例分析

例 1 表 1 给出 C-130 中央翼 5 英尺翼段下壁板紧固孔、切口和排泄孔边缘裂纹涡流表面检测结果^[3]。

表 1 C-130 机翼下壁板孔边裂纹涡流表面检测结果

i	$a_i(\text{mm})$	n_i	m_i	m_i/n_i	P_{50}	P_{90}	P_{95}
1	2.29	122	27	0.221	0.250	0.231	0.226
2	2.54	184	48	0.261	0.280	0.261	0.256
3	3.05	124	50	0.403	0.339	0.321	0.316
4	3.30	186	70	0.376	0.365	0.349	0.344
5	3.56	60	16	0.267	0.392	0.376	0.372
6	3.81	60	24	0.400	0.416	0.401	0.397
7	4.06	246	104	0.423	0.440	0.425	0.421
8	4.32	60	11	0.183	0.463	0.448	0.445
9	4.83	122	78	0.639	0.504	0.491	0.487
10	5.08	60	23	0.383	0.523	0.510	0.506
11	5.33	247	139	0.563	0.541	0.527	0.523
12	5.59	122	81	0.664	0.559	0.545	0.541
13	5.84	182	109	0.599	0.575	0.561	0.557
14	6.10	60	38	0.633	0.590	0.576	0.572
15	6.35	62	44	0.710	0.605	0.590	0.586
16	7.37	60	45	0.750	0.657	0.641	0.636
17	7.87	60	37	0.617	0.678	0.662	0.657
18	8.38	62	38	0.613	0.699	0.681	0.677
19	8.64	62	30	0.484	0.708	0.691	0.686
20	9.91	60	56	0.933	0.749	0.730	0.725
21	11.68	60	46	0.767	0.792	0.773	0.767
22	13.21	120	101	0.842	0.821	0.802	0.796
23	14.48	60	47	0.783	0.840	0.821	0.816
24	16.76	60	47	0.783	0.867	0.849	0.844
25	26.67	60	56	0.933	0.929	0.915	0.910

根据本文方法,对表 1 中第 2~ 4 列数据进行统计分析,求得裂纹检出概率的置信度为 γ 的单侧置信下限曲线为

$$y_L(a) = -2.3356 + 1.4939\ln a - t_\gamma \sqrt{0.02259 - 0.02574\ln a + 0.00797\ln^2 a}$$
$$P_L(a) = \frac{\exp\{y_L(a)\}}{1 + \exp\{y_L(a)\}}$$

当取 $\gamma = 50\%$ 、 90% 和 95% 时,即可求得置信度分别为 50% 、 90% 和 95% 的单侧置信下限 P_{50} 、 P_{90} 和 P_{95} ,分别列于表 1 中第 6~ 8 列。同理可得到 POD/CL 裂纹尺寸公式

$$a_0 = \exp\left\{\frac{1.4939\gamma - 0.0128t_\gamma^2 + 3.4892 + 0.1t_\gamma \sqrt{0.7968\gamma^2 - 0.1233\gamma - 0.0014t_\gamma^2 + 0.4070}}{2.2317 - 0.0080t_\gamma^2}\right\}$$

式中 $\gamma = \ln[P/(1- P)]$ 。

例 2 表 2 给出某机翼钛合金模拟板件紧固孔边缘裂纹渗透检测结果(模拟件被安装在机翼上检测)^[4]。

根据本文方法,对表 2 中数据进行分析处理,求得 POD 曲线的单侧置信下限公式

$$y_L(a) = -0.6837 + 1.3012\ln a - t_Y \sqrt{0.01161 - 0.01585\ln a + 0.00672\ln^2 a}$$

$$P_L(a) = \frac{\exp\{y_L(a)\}}{1 + \exp\{y_L(a)\}}$$

而 POD/CL 裂纹尺寸公式为

$$a_0 = \exp\left\{\frac{1.3012y - 0.0079t_Y^2 + 0.8896 + 0.1t_Y}{1.6931 - 0.0067t_Y^2} \cdot \frac{0.6716y^2 - 1.1441y - 0.0015t_Y^2 + 0.8696}{1.6931 - 0.0067t_Y^2}\right\}$$

式中 $y = \ln[P/(1-P)]$

表 2 钛合金模拟件孔边裂纹渗透检测结果

<i>i</i>	<i>a_i</i> (mm)	<i>n_i</i>	<i>m_i</i>	<i>m_i/n_i</i>	<i>P</i> ₅₀	<i>P</i> ₉₀	<i>P</i> ₉₅
1	0.51	60	9	0.150	0.174	0.146	0.139
2	1.52	299	106	0.355	0.465	0.440	0.433
3	1.78	60	30	0.500	0.517	0.495	0.488
4	2.03	59	25	0.424	0.559	0.540	0.534
5	2.29	117	77	0.658	0.597	0.580	0.575
6	2.54	116	85	0.733	0.629	0.614	0.609
7	2.79	58	34	0.586	0.657	0.643	0.639
8	3.05	59	54	0.915	0.683	0.670	0.666
9	3.56	185	158	0.854	0.725	0.712	0.709
10	3.81	59	52	0.881	0.742	0.730	0.726
11	4.32	185	149	0.805	0.772	0.760	0.756
12	4.57	118	100	0.847	0.785	0.773	0.769
13	4.83	120	111	0.925	0.797	0.784	0.781
14	5.08	62	59	0.952	0.807	0.795	0.791
15	5.33	251	223	0.888	0.817	0.804	0.801
16	5.59	243	197	0.811	0.826	0.813	0.810
17	6.10	60	43	0.717	0.841	0.829	0.825
18	6.35	122	41	0.336	0.848	0.836	0.832
19	6.86	62	57	0.919	0.861	0.848	0.845
20	7.11	62	60	0.968	0.866	0.854	0.850
21	10.16	61	53	0.869	0.912	0.900	0.897
22	12.70	61	50	0.820	0.932	0.922	0.919

通常, 在实验室对 1mm 以上的裂纹已有相当高的检出概率^[1], 而从例 1 和例 2 则看到, 在外场对实际结构的检测能力远远低于在实验室对试件的检测能力。因此, 把实验室中标准试件的检测结果用于实际结构的分析和设计, 将导致服役期间结构中裂纹的漏检概率增大。要解决这一问题, 提高外场无损检测能力, 可采用本文中的最佳独立检测次数方法。

参 考 文 献

1 Gallagher J P, et al U S A F Damage Tolerant Design Handbook M IL-A-83444, 1974
2 Provan J W. Probabilistic fracture mechanics and Reliability. Martinus Nijhoff Publishers, 1987
3 Berens A P and Hovey P W. Flaw Detection Reliability Criteria AFWAL-TR-84-4022, 1984
4 Lewis W H, et al Reliability of Nondestructive Inspections——Final Report SA-ALC/MME 76-6-38-1, United States Air Force, 1978
5 中科院计算中心概率统计组 概率统计计算 北京: 科学出版社, 1983

(责任编辑 魏星禄)

FULL LENGTH PAPERS

METHODS FOR NONDESTRUCTIVE INSPECTION RELIABILITY AND CONTROLLING LIVES

Fu Huimin and Qian Ruoli

(Institute of Solid Mechanics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,
Beijing 100083)

ABSTRACT It is difficult to determine a curve of the probability of crack detection (POD) with a high confidence level, since the traditional procedures require very large sample sizes. A new method of determining the POD curves is presented. The method requires only upwards of 30 independent inspections for determining a POD curve. The formulas of one-sided lower confidence limits of the POD curves and of POD/CL crack sizes are also established by means of Fisher information matrix. In order to predict and prevent mechanical failure through probabilistic damage tolerance design and analysis, the POD curves for multiple independent inspections have been studied, and an important concept of controlling lives and a method of the optimum independent inspection times are presented. This method can control the largest size of the cracks missed at inspections with high POD and confidence level, and the largest size of the missed cracks is used as the initial crack size for calculating the crack growth life of the structure in damage tolerance design. Thus the crack growth lives and inspection intervals of structures can be controlled to some extent. The method can also raise the crack detection probability and avoid the accidents caused by the missed cracks.

Key words Nondestructive inspection Damage Reliability analysis Fatigue life

TWO-DIMENSIONAL FACTORS OF LIFE SCATTER AND STRENGTH REDUCTION

Fu Huimin and Xiong Junjiang

(Institute of Solid Mechanics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,
Beijing 100083)

ABSTRACT In this paper, two-dimensional factors of life scatter and strength reduction are presented because of their extreme practical importance throughout life prediction and fatigue strength design. The factors can make full use of previous data and reduce the number of specimens in the present experiment. The safe life and safe strength obtained by them are more accurate than those by the traditional (one-dimensional) life scatter factor and strength reduction factor. They are applicable to the complete, the incomplete and the zero-failure data.

Key words Fatigue life Fatigue strength Reliability analysis