

对称随机循环应力作用时零件的 疲劳可靠度和寿命的预测方法

南京航空航天大学 乐晓斌 高德平 何明鉴

【摘要】以 Miner 理论为基础, 考虑到影响疲劳损伤的主要物理量实际上为随机变量, 提出单个循环的疲劳损伤量 δ 、零件的疲劳损伤强度 K 、零件的总疲劳损伤量 D 的计算式。从这 3 个随机变量出发, 建立了一种疲劳累积损伤的概率模型。在对称随机循环应力作用时, 可用该模型计算零件的可靠度和疲劳寿命。

主题词: 疲劳破损 随机参数 可靠性 概率统计算法 寿命

分类号: O 346. 2 V 231. 95

1 引言

Miner 理论^[1]和相当应力法^[2]一直是疲劳设计的主要理论和方法^[3, 4, 5], 但是它们主要是针对常规疲劳问题而言的, 难于用来解决疲劳的可靠度和可靠性寿命的计算。疲劳寿命可靠度计算的递推法^[6]可以处理多级等幅循环应力作用下的可靠度计算, 但较难根据给定的可靠度指标进行疲劳寿命的计算。并且这种方法还有一个不足点是需要知道相应各级应力对应的疲劳寿命分布规律, 而在工程应用中, 常常难于获得相应各级应力对应的疲劳寿命分布规律。针对这种情况, 以 Miner 理论为基础, 考虑到影响疲劳损伤的主要物理量实际上为随机变量, 本文提出单个循环的疲劳损伤量 δ 、零件的疲劳损伤强度 K 、零件的总疲劳损伤量 D 的计算式。从这 3 个随机变量出发, 建立了一种疲劳累积损伤的概率模型。在对称随机循环应力作用时, 可用该模型计算零件的可靠度和疲劳寿命。

2 计算模型

Miner 理论的表达式为

$$\sum (\sigma_i)^m n_i = (\sigma_1)^m N_0 \quad (1)$$

式中 σ_i, n_i 分别为对称循环应力的应力幅 (MPa) 和相应的应力循环次数; σ_1, N_0 分别为零件的疲劳极限 (MPa) 和相应的失效循环次数, m 为材料疲劳曲线的对数斜率。Miner 理论认为零件达到疲劳失效时的总损伤量是一个常数。然而许多文献和实测都表明情况并非如此。从可靠性的角度来说, 零件达到疲劳失效时的总损伤量是随机变量。式 (1) 难于用来进行可靠度和可靠性寿命的计算, 但从中可以得到一些启示。

$$\delta = \sigma^m \quad (2)$$

称 δ 为对称循环应力幅 σ 的一个应力循环产生的疲劳损伤量。 m 是随机变量, 为了简化计算和突出主要因素, 把 m 当成常数, m 值由疲劳试验数据确定, 见式(4)。

根据 δ 的定义, 可以引伸出两个重要的定义: 零件的疲劳损伤强度 K 和零件的总疲劳损伤量 D 。

2.1 零件的疲劳损伤强度 K 及其分布

对材料疲劳试件进行疲劳试验。假设在对称循环应力 σ_T 作用下, 循环次数为 N_T 时, 试件产生疲劳失效。根据 δ 的定义, 材料的疲劳损伤强度 K_0 为

$$K_0 = (\sigma_T)^m N_T \quad (3)$$

材料的疲劳损伤强度 K_0 反映材料具有抵抗疲劳损伤的固有能。假设对材料在不同的应力水平下共进行了 n 次疲劳试验, 根据式(3)可获得 K_0 的 n 个样本值, 对它进行统计分析便可获得 K_0 的分布规律和分布参数。

由材料 n 次疲劳试验的数据, 可确定 m 值。

$$m = \frac{- \left[\sum_{i=1}^n \ln \sigma_{Ti} \ln N_{Ti} \right] - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \ln \sigma_{Ti} \right) \left(\sum_{i=1}^n \ln N_{Ti} \right)}{\sum_{i=1}^n (\ln \sigma_{Ti})^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\ln N_{Ti})^2} \quad (4)$$

疲劳试件与零件之间的差异, 常用 3 个修正系数: 尺寸系数 ϵ , 应力集中数 K_σ , 表面加工系数 β 进行修正。零件的疲劳损伤强度 K 为

$$K = \left[\frac{\epsilon \beta}{K_\sigma} \right]^m K_0 \quad (5)$$

3 个修正系数均服从正态分布, 其值可在相关的手册或书中查得。3 个修正系数只是对材料疲劳损伤强度的修正, 故可以认为 K 和 K_0 的分布类型相同。根据 3 个修正系数的分布参数及 K_0 的分布规律和分布参数, 用式(5)可确定 K 的分布参数。

2.2 零件的总疲劳损伤量 D

对零件所受的随机循环应力, 用雨流计数法或其它计数法进行统计分析, 可以统计出应力幅 σ_i 及相应的循环次数 n_i 。根据 σ 的定义, 零件的总疲劳损伤量 D 为

$$D = \sum n_i \delta_i = \sum n_i \sigma_i^m = N \sum p_i \sigma_i^m = \quad (6)$$

$$= N \int_{\sigma_{\min}}^{\sigma_{\max}} \sigma^m f(\sigma) d\sigma \quad (7)$$

$$\text{令} \quad d = \sum p_i \sigma_i^m = \int_{\sigma_{\min}}^{\sigma_{\max}} \sigma^m f(\sigma) d\sigma \quad (8)$$

式中 N 为零件的设计寿命; $p_i = n_i/N$; $f(\sigma)$ 为连续型对称循环应力的应力幅的概率密度函数; $\sigma_{\max}$ 、 $\sigma_{\min}$ 分别为连续型对称循环应力的最大和最小应力幅。

从式(6)可以看出, 尽管 σ_i , n_i 都是随机变量, 但由于使用的是统计方法统计出的应力谱, 对于一个具体的应力谱, 用式(6)进行计算时, D 蜕化为一个统计特征值。这种情况下, 将大大简化零件的可靠性计算。零件的总疲劳损伤是 D 是在工作应力的作用下, 在工作寿命期间, 零部件已承受的疲劳损伤量, 它反映零件的损伤程度。

2.3 零件的疲劳累积的概率模型

根据 K 和 D 的定义, 当 $D < K$ 时, 零件处于安全工作状态, 故零件的可靠度 R 为

$$R = P(K > D) \quad (9)$$

当已知零件疲劳损伤强度 K 的分布规律和分布参数时, 用式(9)可计算给定寿命时的可靠度, 也可计算指定可靠度指标时的疲劳寿命。

3 算 例

LC9 高强度全金钢圆杆, 受拉压循环应力作用时, 材料的疲劳损伤强度 K_0 服从对数正态分布, $\ln K_0 = N(56.14693, 0.76029)$, $m = 8.02465$ (该材料的试验数据见文献[1])。3 个修正系数分别为: $\epsilon = N(1, 0)$, $K_0 = N(1, 0)$ 。该零件受轴向的随机对称循环应力, 应力幅的统计规律为均匀分布, $f(\sigma) = 1/(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})$, $\sigma_{\min} = 58.8 \text{ MPa}$, $\sigma_{\max} = 117.6 \text{ MPa}$ 。(1) 零件的设计寿命为 4×10^6 时计算零件可靠度 R ; (2) 当零件指定可靠度 $R = 0.999$ 时, 预测零件的疲劳寿命。

零件疲劳损伤强度 K 的分布规律和分布参数。根据式(5), 零件的疲劳损伤强度 K 的对数正态分布参数为 $\ln K_0 = N(54.25534, 1.03406)$ 。

设计寿命为 4×10^6 时零件的可靠度 R 。根据式(8), d 为

$$d = \int_{8.8}^{7.7} \sigma^{8.02465} \left[\frac{1}{117.6 - 58.8} \right] d\sigma = 9.1003461 \times 10^{15}$$

根据(7), D 为

$$D = N \times d = 3.6401384 \times 10^{22}$$

根据式(9), 可靠度 R 为

$$R = \Phi \left[\frac{54.25534 - \ln(3.6401384 \times 10^{22})}{1.03406} \right] = 0.987$$

可靠度指标 $R = 0.999$ 时零件的疲劳寿命。根据以上部分计算结果及式(9), 疲劳寿命为

$$N = \frac{1}{9.1003461 \times 10^{15} \exp[54.25534 - 1.03406 \times \Phi^{-1}(0.999)]} = 1644596$$

结束语 $R = P(K > D)$ 把零件材料的疲劳性能参数、零件的载荷谱、零件的疲劳寿命及零件的疲劳可靠度有机地联系在一起。在对称随机循环应力作用时, 用该式可计算零件的可靠度和寿命。实际上可以说, 上述模型是 Miner 理论在疲劳可靠性理论中的一种转换形式, 它具有简单性、通用性的特点, 适合于工程应用。

参 考 文 献

- 1 Miner M A. Cumulative damage in fatigue J. appl Mech. 67, 1945: 159- 164
- 2 凌树森. 可靠性在机械强度设计和寿命估计中的应用. 北京: 宇航出版社, 1988
- 3 Manson S S. Re-examination of cumulative fatigue damage analysis—an engineering perspective Engineering fracture mechanics 1986, 25(5/6)
- 4 赵少汴. 疲劳研究国外情况简介. 机械强度, 1979, (1)
- 5 曾春华. 疲劳累积损伤理论的探讨. 机械强度, 1979, (1)
- 6 Keceioglu D. Probabilistic design methods for reliability and their data research requirement, Fatigue prevention and reliability. ASME, 1977: 285- 305
- 7 高镇同主编. 航空金属材料疲劳性能手册. 北京: 北京航空材料所, 1981

(责任编辑 魏星禄)