

转子动力特性计算中 常用方法的对比分析

株洲航空动力机械研究所 欧园霞** 李彦

【摘要】 传递矩阵法、有限元素法及模态综合法是对转子系统进行动力特性分析最常用的方法。通过大量算例,本文从计算精度、内存、机时等方面对它们进行了对比计算,并对计算结果进行了分析。在采用模态综合法进行动力特性分析时,涉及需选取不同的控制参数,诸如子结构数的多少,子结构保留模态阶数等,本文也给出了经验数据。

关键词: 转子 动力特性 矩阵变换法 有限元法 模态综合法 计算方法

1 前言

早在40年代,M. A. Prohl把用以解决多圆盘轴扭振问题的初参数法成功地推广到解决轴的横向振动问题,从而可以用简单的计算工具通过表格化方式来计算转子临界转速。

这种方法发展为Prohl传递矩阵法。这种方法的优点是不会因单元的增加而影响传递矩阵的阶次,也就是说矩阵维数不随系统自由度增加而增加,且各阶临界转速的计算方法完全相同,数学求解简单方便,编程也容易,所需存储单元少,机时短,这就使得传递矩阵法成为解决转子动力学问题的一个快速而有效的方法,因此得到了最早的广泛应用。

但在求解大型复杂转子系统动力学问题时,随着结构形状的复杂化及试算频率的增加,出现了计算精度低,数值不稳定等现象。这是因为在传递矩阵法中,各截面状态向量 $\{Z\}_i$ 中各元素都可以表示为起始截面状态向量 $\{Z\}_1$ 中各元素都可表示为

$$\{Z\}_i = \{A\}_{i-1} \{Z\}_1$$

对于复杂系统,截面数的增加将导致传递矩阵误差增加,使计算精度降低,如果需计算高阶频率与振型,则 $[A]$ 矩阵中元素将变得很大,在矩阵运算中出现两个大数相减,因此高阶频率的精度更难保障。

针对这些问题国内有人提出了子结构传递矩阵法,有人把传递矩阵法与直接积分法相结合、与模态综合法相结合、与有限元素法相结合、与阻抗匹配法相结合,他们成功地应用于复杂的航空发动机转子系统的动力特性分析中。近几年提出的Riccati传递矩阵法,也是一种较理想的计算方法,经过这些改进后无论在计算精度或数值稳定等问题上都获得了满意的效果。

但到目前为止,传递矩阵法在分析转子瞬态响应问题上还没得到满意的解决。另外在具体工程计算中,迭代步长的选取还有赖于大量经验数据,当它取得不合适时,例如取得太大,尤其是当两个频率很接近时,会出现漏根现象,取得太小会使迭代时间增加导致机时增加。此外,

传递矩阵法将机匣也作为梁单元处理,忽略薄壁结构的周向变形,无疑将导致较大误差。

70 年代有人开始把有限元素法用于转子动力学分析中。由于有限元素法可以直接从所考察的物理模型出发,对物体直接进行离散化处理,对于复杂结构,通过构造不同的形函数坐标,能较真实地模拟复杂物体的形状,因此“计算精度高”成为这种方法最突出的优点,其次它避免了传递矩阵法中数值不稳定现象,并能对转子系统成功地进行瞬态响应分析,但和传递矩阵法相比,有限元素法存在着机时大、内存大、编程复杂等缺点。例如,某发动机燃气—排气—承力机匣系统的自由度为 368,在 VAX780 计算机上进行一次分析所需 CPU 为 4 小时以上,该机整机自由度为 692,例如转子及薄壁结构的机匣部件在形状上差异很大,如果仍采用有限元进行分析,一是难以用合适方法装配成完整的有限元模型,另外在 VAX780 这样容量和运行速度的计算机上进行计算,机时和内存相当惊人。

为了克服这一障碍,早在 60 年代初,由 Hurty 等人提出了模态综合法。它的基本思想是把完整的结构人为地肢解成若干子结构,首先对自由度少得多的各子结构进行模态分析,分别提取各子结构若干低阶模态。根据各子结构对接面位移协调条件或力平衡条件把各子结构模态形状装配成整体运动方程,导出减缩自由度的综合特征值问题。由于它大大缩聚了自由度使得机时和内存显著降低,例如上述的机匣系统采用模态综合法进行分析时只需 CPU 时间 3 分 27 秒,与有限元相比降低机时 14 倍。对具有 692 个自由度的整机进行一次计算所需 CPU 时间只不过 17 分钟,甚至比传递矩阵法所需机时还少。且只要子结构保留模态数选取合适,子结构划分合理,其计算精度也是十分令人满意的(见表 3)。

因此,在模态综合法中,当子结构采用有限元分析时,它既能保持有限元精度高这一优点,又能十分有效地降低机时和内存。当然,在数学求解、编程等问题上比有限元更复杂,其次就是如果子结构保留模态数选得太小将影响计算精度,子结构划分不合理将直接影响计算精度与机时最佳匹配,好在此类问题依赖大量的实际计算经验可以得到较好解决(见表 1、2)。

由于模态综合法的显著优点,使该技术在 70 年代得了较大发展,80 年代国内广泛应用,例如航空界利用它解决盘片耦合振动问题及转子动力学问题。郑兆昌、王文亮等人对该技术有较深入的专门研究和专著。并经人们不断改进,更完善、成熟。

本文通过大量算例对比计算,对这 3 种方法在机时、精度等方面进行了对比和分析,为工程人员选择方法提供依据和第一手资料。本计算中,所用计算程序为 DARC 和 DARS,它们均为株洲航空动力机械研究所自行编制,前者为有限元子结构模态综合法,后者为子结构传递矩阵法。本文所列计算结果均为在 VAX780 计算机上的运行结果。

2 计算模型、不同控制参数下模态综合法

计算结果对比与分析

2.1 计算模型

简单转子等截面光轴(EXAM PL 1)计算模型及原始数据见图 1(图中 1 为节点号,①为单元号,⊖为子结构号);三支点双盘转子(EXAM PL 2)见图 2,图中所用单位制为 $\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}$, X 为节点坐标, D 、 d 为转子外径、内径, E_m 、 G_m 为弹性模量、剪切模量, ρ_m 、 m_d 为质量密度、盘质量, J_{dm} 、 J_{fm} 为盘的直径、极转动惯量。(图 1 中 $D = 3.5$, $d = 2.6$, $\rho = 0.00785$, $\rho_m = 8.002 \times 10^{-6}$, $E_m = 1.8 \times 10^6$, $G_m = 8.5 \times 10^5$ 。图 2 中 $D = 0.9$, $d = 0$, $\rho = 0.0078$, $\rho_m = 7.951 \times 10^{-6}$, $E_m =$

$2.1 \times 10^6, G_m = 0.85 \times 10^6$; 在 5 之前 $m = 0.587, m_d = 0.0006, J_{dm} = 0.0023, J_{\theta m} = 0.0043$; 在 5、6 间 $m = 0.824, m_d = 0.00084, J_{dm} = 0.0035, J_{\theta m} = 0.0061$ 。

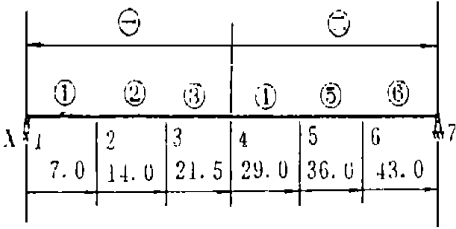


图 1 等截面光轴原始数据(EXAM PL 1)

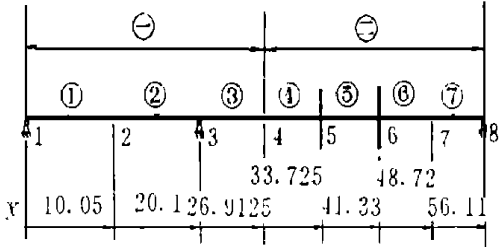


图 2 三尖点双盘转子原始数据(EXAM PL 2)

2.2 子结构数影响

选取不同子结构保留模态数所得计算结果列于表 1。

表 1 选取不同子结构数所得计算结果

计算模型	单元数	子结构数	CPU	CPU 比值	计算结果(r/m in)
燃气发生器机匣	55	1	49.7m in	14.2 : 1	42399 53953 94559
		5	3.5m in		42416 53956 95033
燃气—排气—承力 三机匣系统	97	3	50.32m in	6.75 : 1	29587 33890 39044
		7	7.45m in		29581 33888 39039

对同一结构而言,当划分的子结构不同时,所需 CPU 不同,随着子结构数的增加,CPU 减少,也就是说,子结构数越多,机时越省。这是因为对同一总体结构而言,子结构越多,每一子结构本身的自由度越少,因此用有限元素对子结构进行分析速度越快,内存也少,总机时减少。这一点对自由度较大的复杂结构来说,很有实际意义(见表 1),例如燃气发生器机匣,为一个子结构时,CPU = 49.7m in,而划分为 5 个子结构时,CPU = 3.5m in,相差 14.2 倍。而它们的计算结果却十分接近,这从省时省钱观点来看效果十分显著。

当然,子结构数的增加不能是无限度的,子结构数越多,数据准备的工作量也随之大增,且界面数也随之增加,对接面协调工作量增加,当子结构数大于一定值时,有可能引起计算精度降低。因此只有当子结构划分得合理时,才能达到既不降低精度又能显著降低机时的目的。

2.3 子结构保留模态数影响

由表 2 可知,子结构保留模态阶数越大,CPU 越大,保留模态阶数越少,CPU 越少。但当保留模态阶数少到一定值例如只有四阶,计算精度也随之降低(参见表 2 带 * 者)。这是因为在总体综合时需提取各子结构若干低阶模态,显然保留模态多,总体综合量增加,CPU 增加,当保留模态阶数太少时,子结构对总体结构影响无法充分体现,总体计算精度受到影响。为了既省时又保障足够精度,子结构保留模态阶数要取得合适,据大量计算经验,一般取 8~12。

表 2 选取不同子结构保留模态数所得计算结果

计算模型	保留模态阶数	20	14	12	10	8	6	4	理论值
等截面轴	n (r/m in)	25935	25940	25940	25942	25942	25942	25942	26071
		99692	99694	99694	99694	99694	99694	99695	100925
		212869	213340	213499	213659	213662	213717	213951	214438
		364075	364268	364335	364404	364405	364428	364593	349946
		421677	421677	421677	541092*	541952*	543338*	551082*	483797
	CPU	10. 93s	8. 33s	8. 15s	7. 47s	7. 29s	6. 68s	7. 45s	
三支点 双盘转子	n (r/m in)	2699	2699	2699	2699	2699	2699	2699	
		11879	11879	11879	11879	11879	11886	11934	
		29438	29437	29437	29438	29438	29622	32574*	
		35351	35351	35351	35352	35352	35352	45780*	
		50139	50139	50139	50139	50139	76136*	115929*	
	CPU		14. 9s	14. 19s	13. 44s	13. 49s	12. 53s	13. 8s	

注: 表中带 * 表示误差大的数据

3 采用传递矩阵法、有限元素法及模态综合法
所得计算结果对比与分析

由表 3 可知, 等截面轴是属于有精确解的例子, 有限元素法、模态综合法的前四阶及传递矩阵法的前一阶计算误差均在 5% 以内。3 支点双盘转子属于有试验值的例子, 由于试验值本身还存在试验误差, 只能与它们作相对比较。但由于该转子结构简单, 试验值相对来说是可靠的, 三种方法所得结果都与试验值吻合较好, 相对误差均在工程允许范围内。

对于整机系统, 由于频率很丰富且密集, 有的频率相差很近, 用传递矩阵法来计算时, 不可能把步长取得很小, 因此计算结果中似乎出现了漏根现象。

由表 3 中等截面轴计算时模态综合法与有限元素法和传递矩阵法的 CPU 比值分别为 1 : 2. 6 和 1 : 6; 在三支点双盘转子计算时上述三种方法的 CPU 比值 1 : 4. 45 和 1 : 2. 43; 燃气发生器机匣计算时模态综合法与有限元素法的 CPU 比值为 1 : 14. 2; 发动机整机计算时模态综合法与传递矩阵法的 CPU 比值为 1 : 5. 1。由此可知, 有限元素法最费时, 尤其是对于自由度较大的机匣系统, 它比模态综合法费时十几倍, 这是因为模态综合法对自由度进行了缩聚, 只提取了子结构的有用的低阶模态而剔除了实际工程中并不关心的高阶模态。对于自由度不很大的转子系统, 传递矩阵法机时是少的, 但对于由数个机匣及数个转子组成的发动机整机系统, 模态综合法比传递矩阵法快 5 倍, 这是因为对传递矩阵法来说, 分叉系统之间参数的传递比直线传递要复杂, 传递速度慢, 再加上系统的复杂性, 频率密集, 为防止漏根, 迭代步长需取得小, 搜索过程变慢, 导致机时增加。

传递矩阵法最省内存, 其次是模态综合法, 而有限元素法需内存最多, 有时大得惊人, 例如表 1 中三机匣系统在 VAX780 计算机上采用有限元素法进行分析时, 不仅需单用户独占, 机器的页故障为 336 万, 据机房人员云是空前的。

表 3 传递矩阵法、有限元素法、模态综合法计算结果对比

计算模型	计算方法	频率阶数	单元数	CPU	结 果(r/m in)				
等截面轴	有限元素法	5	6	19. 0s	26071	100925	214483	349946	483797
					25941	99686	213596	364570	541928
	模态综合法	5	6	7. 28s	26071	100925	214483	349946	483797
					25942	99694	213662	364405	541952
	传递矩阵法	5	6	43. 9s	26071	100925	214483	349946	483797
					25387	91147	179372	271709	363184
三支点双盘转子	有限元素法	5	7	35. 86s	2794				
					2700	11886	29470	35521	49550
	模态综合法	5	7	8. 05s	2794				
					2699	11879	29464	35544	50160
	传递矩阵法	5	7	19. 64	2794				
					2744	17337	27133	47790	58020
燃气发生器机匣	模态综合法	8	55	3. 5m in	42416	53956	95033	122007	
	有限元素法	8	55	49. 7m in	42399	53953	94559	121910	
发动机整机	传递矩阵法	8	168	86. 8m in	11046	16509	21705	31855	37654
	模态综合法	15	168	17m in	9930	20686	26584	33887	39039

注: 结果栏中, 第 1 行数字为理论或试验值, 第 2 行结果为计算值。

综上所述, 转子动力学分析中运用最广泛的传递矩阵法、有限元素法及模态综合法各有自己最显著的特点。工程界可参考本文提供的有关数据结合所需计算对象具体结构和要求, 选择具体方法。对某些计算模型来说三种方法所得计算精度及 CPU 相差较大, 究其原因, 一是因方法本身所致, 另外也与具体计算经验有关。

(责任编辑 王震华)