

发动机机匣、支板系统结构动力分析

大连理工大学 吕和祥** 奚肖凤 马莉颖

【摘要】 发展了在环向只能处理连续变量的常规有限条法。分析在环向由若干个离散分布的支板和支架支承的发动机机匣回转壳。各离散支板和支架回转壳刚度的贡献,是通过支板和壳体连接处位移相等的变换,将各支板的刚度阵叠加到回转壳的总体刚度阵上实现的。同时证明了位移在环向的 Fourier 级数展开式中,只有 $n=0, n=1$ 项对轴系的支承刚度有贡献。支板及支板附近的壳体的局部应力,是由局部子结构空间板壳有限元分析得到,该子结构的边界位移由整体的回转壳分析给出。算例表明,本文提出的方法能有效地计算轴系的支承动刚度和壳体的局部应力。

关键词: 航空发动机 壳体结构 有限元法 结构动力分析 子结构法

1 引言

整个发动机机匣,除特殊的局部可以看作为通过若干个在环向离散分布的支板支承在轴和支架上的回转壳。对于回转壳部分可用半解析的有限条法处理,离散分布的支板过去的工作是将其在环向均匀化^[1,2],以适应常规有限条法在环向只能处理连续变量的限制。本文在对回转壳的有限条法分析中,离散各支板对壳体刚度阵的影响,是借助于支板和壳体连接处位移相等的条件,对支板的刚度阵作适当的变换累加到壳体的整体刚度阵上。同时证明了位移在环向的 Fourier 级数的展开式中,只有 $n=0, n=1$ 项对轴系的支承刚度有贡献。这种分析方法能够准确地给出轴系支承的动刚度(机械阻抗)。应变是位移的一次导数,由于本问题的 Fourier 级数求导后收敛很慢,有限条法就不再适用了。本文是借助于局部子结构空间板壳有限元分析得到的,而子结构的边界(距所关心的应力处足够远)位移由整体的回转壳分析给出。如图 1($\beta = \partial w' / \partial \phi$),由垂直于壳体轴线的两个截面 I、II 所截出的局部子结构。这种局部和整体分别用不同的工具处理的方法,既可保证计算精度又可节省计算时间和存贮空间。

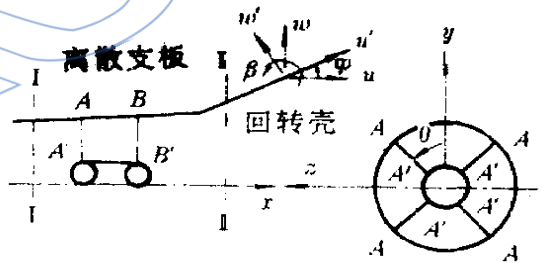


图1 有支板的回转壳

2 回转壳动力分析、与轴变形有关的壳体位移分量

无阻尼强迫振动方程

$$(K - \omega^2 M)x = p \quad (1)$$

式中, ω 是强迫振动频率, K 和 M 分别是刚度和质量阵, x 、 p 分别是位移和载荷向量的幅值, 即 $\delta = x \sin \omega t$, $F = p \sin \omega t$ 。因为结构是回转对称的, 位移在环向用 Fourier 级数展开, 有

$$U = \begin{Bmatrix} \tilde{u}(r, \theta, x, t) \\ \tilde{v}(r, \theta, x, t) \\ \tilde{w}(r, \theta, x, t) \end{Bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \cos n\theta & 0 & 0 \\ 0 & \sin n\theta & 0 \\ 0 & 0 & \cos n\theta \end{bmatrix} \tilde{U}_c^n + \begin{bmatrix} \sin n\theta & 0 & 0 \\ 0 & \cos n\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sin n\theta \end{bmatrix} \tilde{U}_s^n \sin \omega t \quad (2)$$

式中, $\tilde{U}_c^n$ 和 $\tilde{U}_s^n$ 分别是关于 y 轴的对称及反对称的位移。下面针对一个强迫振动频率研究, 故以后书写时, 省略了 $\sin \omega t$ 。将(2)式代入(1)式, 离散化有方程^[3,4]:

$$(K_n - \omega^2 M_n) D_n = F_n \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

式中, $K_n - \omega^2 M_n$ 是对应第 n 个调和分量的动刚度。

轴、轴承和轴承座, 由于刚度很大(同壳体比), 假定为刚性的, 即轴在垂直于轴的截面内不变形, 也就是将轴简化为一根梁, 于是轴传递壳体的变形只有总位移 V (沿 y 轴) 和 W (沿 z 轴), 如图 2。由(2)式, 在壳体的一个圆截面上, y 、 z 方向的平均位移为:

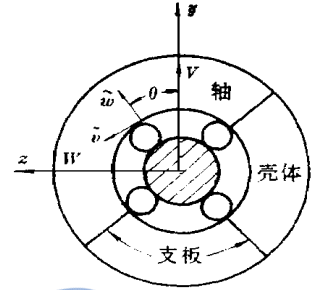


图2 轴与回转壳的联结

$$V = \frac{1}{2\pi R_1} \int_0^{2\pi} (\tilde{w} \cos \theta - \tilde{v} \sin \theta) R_1 d\theta, \quad W = \frac{1}{2\pi R_1} \int_0^{2\pi} (\tilde{w} \sin \theta + \tilde{v} \cos \theta) R_1 d\theta \quad (4)$$

式中, R_1 是壳体与轴承套联接处的半径。将(2)代入(4)式, 完成积分, 则有 $V = (1/2)(\tilde{w}_c - \tilde{v}_s)$, $W = (1/2)(\tilde{w}_s + \tilde{v}_c)$ 。这就是说, 在 y 、 z 方向对总位移有贡献的只有(2)式中的 $n=1$ 项, 即

$$\tilde{u} = \tilde{u}_c^1 \cos \theta + \tilde{u}_s^1 \sin \theta, \quad \tilde{v} = \tilde{v}_s^1 \sin \theta + \tilde{v}_c^1 \cos \theta, \quad \tilde{w} = \tilde{w}_c^1 \cos \theta + \tilde{w}_s^1 \sin \theta \quad (5)$$

在 y 、 z 方向圆截面的刚性位移 V 、 W 在极坐标下可表示为

$$\tilde{w} = V \cos \theta, \quad \tilde{w} = W \sin \theta, \quad \tilde{v} = -V \sin \theta, \quad \tilde{v} = W \cos \theta \quad (6)$$

(5)和(6)式比较则有

$$\tilde{w}_c^1 = V, \quad \tilde{v}_s^1 = -V, \quad \tilde{w}_s^1 = W, \quad \tilde{v}_c^1 = W \quad (7)$$

因此为了使轴在 y 、 z 方向产生位移 V 、 W , 在壳中与轴联接处必须有位移分量

$$\tilde{u} = \tilde{u}_c^1 \cos \theta + \tilde{u}_s^1 \sin \theta, \quad \tilde{v} = -V \sin \theta + W \cos \theta, \quad \tilde{w} = V \cos \theta + W \sin \theta \quad (8)$$

(8)式中各式的第1项代表的是对称于 y 轴的弯曲, 其挠度为 V ; 第2项代表的是对称于 z 轴的弯曲, 在 z 方向的挠度为 W 。(8)式的第1式, 代表的是产生这两种弯曲所必须的轴向位移 $\tilde{u}_0$ 。(2)式中的零次项, 即 $n=0$, $\tilde{u}_c^0$ 对应于壳体的轴对称的拉、压变形; $\tilde{v}_c^0$ 对应于壳体垂直于轴截面的刚性扭转; $\tilde{w}_c^0$ 对应于壳体轴对称的膨胀变形, 由于假设轴承套是刚性的, 所以支承处 $\tilde{w}_c^0 = 0$ 。对于(2)式中 $n \geq 2$ 各项, 由于假设轴承套是刚性的, 所以在壳体与轴联接处 $n \geq 2$ 各项应等于零。当外力不是直接作用在壳上时(所研究的壳体所受的动载荷, 只有通过轴承套作用在壳体上), 即 $p=0$, 方程(1)成为齐次方程。对于不同的 n 方程(3)又是互相独立的, 而在边界上能提供非零边界位移的只有 $n=0$, $n=1$ 两项, 因而对于 $n \geq 2$ 各项恒等于零。即在分析机匣时为了得到轴系的弹性支承动刚度, 只需在(2)式中取 $n=0$, $n=1$ 项, $n \geq 2$ 各项与轴的变形无关。

3 具有梁自由度的壳体出口刚度阵、支板对回转壳刚度的贡献

令 shK_{ext}^y 和 shK_{ext}^z 分别为在 xy 和 xz 平面内的壳体弯曲出口动刚度阵(对应于 $n=1$ 和

= - 1 情况), 其所对应的自由度分别是 $(\tilde{v}_s^1, \tilde{w}_c^1)_i$ 和 $(\tilde{v}_c^1, \tilde{w}_s^1)_i$, $i = 1, 2, \dots, k$; k 为壳体支承轴系的支点数。由(7)式, 对于 $n = 1$ 时 $\{\tilde{v}_s^1, \tilde{w}_c^1\}^T = \{-1, 1\}^T V_i$ ($i = 1, 2, \dots, k$); 对于 $n = -1$ 时, 有 $\{\tilde{v}_c^1, \tilde{w}_s^1\}^T = \{1, 1\}^T W_i$ ($i = 1, 2, \dots, k$)。于是变换矩阵和壳体的出口刚度阵和载荷向量分别为

$$T_z^T = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (9)$$

$${}_B K_{exT}^y = T_y^T {}_{sh} K_{exT}^y T_y, \quad {}_B Q_{exT}^y = T_y^T {}_{sh} Q_{exT}^y \quad (10)$$

$$T_y^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (11)$$

$${}_B K_{exT}^z = T_z^T {}_{sh} K_{exT}^z T_z, \quad {}_B Q_{exT}^z = T_z^T {}_{sh} Q_{exT}^z \quad (12)$$

对于 $n = 0$ 情况, 轴与壳自由度相同可直接叠加。

作用在轴系上的不平衡力靠支板的膜力传递到机匣的壳体上, 支板是个承受平面应力的构件。令支板在其平面内的坐标系 $x^p y^p$ 的刚度阵为 K_p , 其对应的节点自由度为 $\delta_p^T = \{u_1^p, w_1^p, u_2^p, w_2^p, \dots, u_4^p, w_4^p\}$ 。板节点在局部坐标系下位移的方向与壳体在总坐标系下的方向一致, 如图 3。但壳体的刚度阵是针对节点位移的幅值。由于支板节点位移等于该点的壳上节点位移, 对于 $n = 1$ 情形有 $\delta_p = \cos \theta_p I_8 \delta_{sh}$, $\delta_{sh}^T = \{iu_c^1, w_c^1, ju_c^1, w_c^1, ku_c^1, w_c^1, lu_c^1, w_c^1\}$ 是回转壳上 i, j, k, l 节圆的位移幅值, I_8 是 8×8 的单位矩阵, θ 是支板与 y 轴的夹角。于是有对应于壳体自由度的支板刚度阵

$${}_{sh} K_p^y = \cos^2 \theta_p K_p \quad (13)$$

同理对于 $n = -1$ 有

$${}_{sh} K_p^z = \sin^2 \theta_p K_p \quad (14)$$

刚度阵(13)和(14)可直接累加到相应壳体刚度阵上。

4 局部子结构分析

为了得到支板附近较精确的应力, 从整体中取出包括这部分的壳段在其内部, 细剖分网格, 用空间板壳有限元分析, 这子结构边界位移由回转壳整体分析给出, 即式(15)。

用平板壳元分析壳体同考虑曲率的壳单元具有相同的收敛速度^[5]。本文用了精度很高的拟协调任意四边形板弯曲单元^[6,7], 其膜应力采用四边形等参元。回转壳在轴向离散化为若干锥壳段, 每个锥壳段的表面又可离散化为若干个等腰梯形, 故可用四边形板弯曲单元, 否则应该用三角形单元。

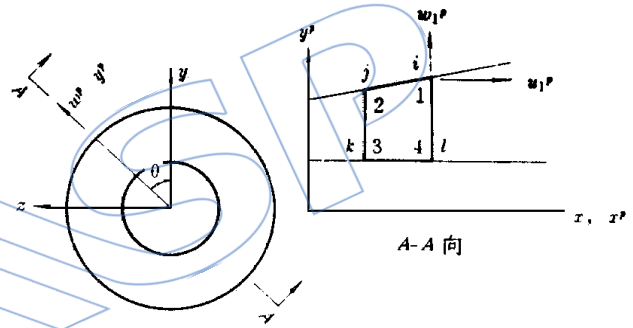


图 3 支板的局部坐标系

$$\begin{cases} u = u_0 + u_1 \cos \theta + u_{-1} \sin \theta, & v = v_0 + v_1 \sin \theta + v_{-1} \cos \theta \\ w = w_0 + w_1 \cos \theta + w_{-1} \sin \theta, & \bar{\beta} = \frac{dw}{ds} = \frac{dw_0}{ds} + \frac{dw_1}{ds} \cos \theta + \frac{dw_{-1}}{ds} \sin \theta \\ \theta_k = \frac{v}{R} - \frac{dw}{R d\theta} = \frac{v_0}{R} + \left(\frac{v_1}{R} + \frac{w_1}{R} \right) \sin \theta + \left(\frac{v_{-1}}{R} - \frac{w_{-1}}{R} \right) \cos \theta \\ \theta_k = -\bar{\beta} \sin \theta, & \theta_k = \bar{\beta} \cos \theta \end{cases} \quad (15)$$

拟协调元的构造是从应变出发的, 没有单元位移函数, 为了求单元的质量阵, 必须构造一个近似的位移函数。因为单元能通过线性分片试验^[6,7], 所以单元近似位移函数应具有 3 次精度。令与单元应变对应的位移函数, 在单元内用 Taylor 公式展开

$$\begin{aligned} w = w_0 &+ \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_0 x + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_0 y + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_0 x^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)_0 xy + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_0 y^2 \\ &+ \frac{1}{3!} \left[\left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right)_0 x^3 + 3 \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right)_0 x^2 y + 3 \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right)_0 x y^2 + \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right)_0 y^3 \right] + \dots \end{aligned} \quad (16)$$

将四边形用一个对角线将其分成两个三角形, 对于每个三角形用非协调位移函数^[3]。这样在四边形上构成了一个由节点位移参数表示的几乎完全三次多项式的两三角形间连续的位移函数来近似函数(16), 其误差在于在(16)式中强迫了 $(\partial w / \partial x^2 \partial y)_0 = (\partial w / \partial x \partial y^2)_0$ 。为了考虑这个强迫条件所带误差, 可用四边形的另一对角线将其分成另外两个三角形, 这样前后二次所形成的四边形质量阵的平均值即为该四边形用于振动分析的质量阵, 与该质量阵对应的单元惯性力虚功与单元应变能具有相同精度。

5 算 例

5.1 薄壁圆筒简支梁跨中受动集中力

梁长 $l = 10$, 壁厚 $h = 0.01$, 半径 $R = 0.5$, $\gamma = 0.0$, $E = 2.058 \times 10^9$, $\rho = 7.8 \times 10^{-3}$, 集中力 $P = 10^6 e^{i\omega t}$, $\omega = 0.1344 \times 10^5$ (是梁的第一频率的 3/4), 共分 20 个单元。由有限条法得跨中度 $w = 5.896 \cos \theta e^{i\omega t}$, 由满足平面假定的材力梁的强迫振动跨中挠度为^[8]

$$w = \frac{2pe^{i\omega t}}{EJl} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^4 (1 - \omega^2/\omega_n^2)}, \quad \alpha_n = \frac{n\pi}{l}, \quad \omega_n^2 = \alpha_n^2 \frac{EJ}{I}$$

于是有 $w = 5.8358 e^{i\omega t}$ 。由中部取出二个单元作为子结构分析, 得子午面中点挠度 $w = 6.02 e^{i\omega t}$, 可见由集中力的作用产生截面的变形。

5.2 带有支板的薄壁圆筒简支梁受两个集中力

结构如图 4, 材料性质同前例。

本文方法给出中点挠度 $w =$

0.208×10^{-5} ; 对于无支板的材力结果 $w_F = 0.258 \times 10^{-5}$; 如果由于支板的作用致使有支板的壳段成为刚性, 由材力得 $w_R = 0.188 \times 10^{-5}$, 上面 3 种

情况显然满足 $w_E < w < w_{F0}$ 。子结构分析时, 在环向 16 等分。第一个单元 $0 \leq \theta \leq 22.5^\circ$, 最靠近

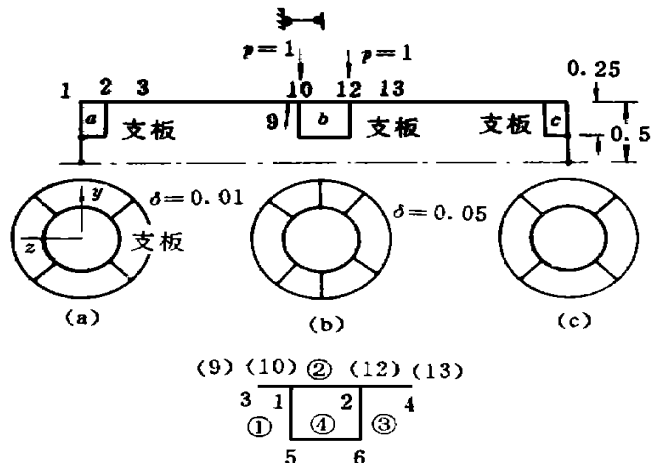


图 4 带支板的薄壁圆筒简支梁

