

固体发动机喷管内跨音速旋转流动研究

国防科技大学 程谋森 张为华

【摘要】 对有旋转情况下的喷管内跨音速流动进行了理论分析,建立了流动模型,导出了壅塞截面上的控制方程,并用数值对方程求解,较细致地刻画了有旋转情况下壅塞截面上参数分布。初步研究表明旋转能够有效地减小喷管质量流率。

主题词: 火箭喷管 跨音速流动 数值计算

分类号: V435.11 O354.2

文献[1]曾对一维跨音速流动作过研究,解决了旋转速度环量为常数,轴向马赫数沿轴向一维分布的有势流问题。文献[2]中提供的实验结果表明:在超音速工况下,喷管中的流动仍然是壅塞的。有必要考虑粘性的影响。

1 喷管内跨音速旋转流动的控制方程和数值计算方法

考虑理想气体在环形流管中的等熵流动,设若流管很薄,以至于流管截面上的参数(速度、压强、密度和熵)都可以看作常数;同时假设流动是轴对称的。因而沿流管的流动是一维的,所有的量仅是 z 的函数(见图 1)。

引入两个马赫数: $Ma_a = w/a$, $Ma_u = u/a_0$ 。由一维流方程可导出:

$$Ma_a^2 = \frac{2}{\gamma - 1} \frac{\alpha^2 R^2}{r^2} \left[\frac{1 + (\gamma - 1) Ma_a^2 / 2}{1 - \alpha^2 R^2 / r^2} \right] \quad (1)$$

其中: $\alpha = [(\gamma - 1)/2]^{1/2} \Gamma / (a_0 R) = \Gamma / (R u_{\max})$

式中: γ 为气体比热比, a_0 为喷管内流动气体滞止音

速, R 为特征半径, u 为切向速度, w 为轴向速度, α 为旋转能量参数, Γ 为速度环量。

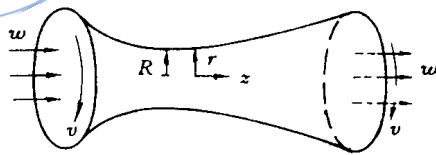


图 1 旋转流动图谱

假设喷管喉部附近曲率半径大于 1, 忽略此处的径向速度 u_r , 则径向的动量约束方程为:

$$(1/\rho) \partial p / \partial r = u^2 / r = f_r \quad (2)$$

由连续方程, 引入流函数 Ψ

$$\partial \Psi / \partial z = 2\pi \rho w r \quad (3)$$

式中 f_r 为彻体力, ρ 为密度, p 为压强。考虑到本研究主要是探讨旋转对喷管质量流率的影响, 作进一步的简化, 设 $\rho_0(\Psi)$ 及 $a_0(\Psi)$ 都是常数, 以突出主要因素旋转能量参数 $\alpha(\Psi)$ 对质量流率的影响, 这相应于假设流动是匀熵的。又考虑粘性作用的影响, 在大多数真实的涡旋流动中, Γ 在距中心轴线相当远的区域内几乎保持为常数; 在轴线附近随半径的减小光滑地过渡到轴线上 $\Gamma = 0$ 。为近似这种变化, 取喷管壅塞截面上 α 与 Ψ 的关系为:

$$\alpha^* = \alpha_{(1)}^* \frac{1 - \exp(-K\Psi)}{1 - \exp(-K\Psi_{(1)})} \quad (4)$$

其中, $\Psi^* = \Psi/q_{m-\max}, \alpha_{(1)}^*$ 和 $\Psi_{(1)}^*$ 是特征半径 R 处的值, $q_{m-\max}$ 为喷管一维等熵流壅塞质量流率。

式(6)中的参数 K 为等效雷诺数, 它表征旋转流动中粘性作用的大小。 K 越大, 则粘性所起的作用越小。 K 的取值取决于气体的物性及旋转运动的强度。

把流动方程局限在发生壅塞情况下的喉部截面上, 并使方程无量纲化, 引入: $x = r/R$, 则控制方程(2)、(3)即可写成常微分方程形式:

$$\frac{d\Psi^*}{dx} = 2x Ma_\alpha \left[\frac{1 - \alpha^{*2}/x^2}{\frac{2}{\gamma+1} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} Ma_\alpha^2} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (5)$$

$$Ma_\alpha \frac{dMa_\alpha}{dx} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_\alpha^2}{1 - x^2/\alpha^{*2}} \left[\frac{2}{\gamma-1} \frac{K \exp(-K\Psi^*)}{1 - \exp(-K\Psi^*)} \frac{d\Psi^*}{dx} + \frac{Ma_\alpha^2}{x} \right] \quad (6)$$

方程(1)、(4) - (6)组成了考虑粘性作用的喷管内跨音速旋转流动的壅塞截面上流场数学方程组。对于方程(5)、(6), 指定 γ 、 K 和 $\alpha_{(1)}^*$ 的值, 就可进行数值求解。采用定步长的四阶龙格-库塔方法, 其中 $Ma_\alpha(0)$ 的值是通过搜索得到的, 要求 $Ma_\alpha(0)$ 使 $\Psi_{(1)}^*$ 取最大值, 并保证 $0 \leq \alpha^* \leq \alpha_{(1)}^*$ 。此外, 据光滑性要求, 边界条件为: $d\Psi^*/dx|_{x=0} = 0$, $dMa_\alpha/dx|_{x=0} = 0$ 。 x 为无量纲半径。

2 数值计算结果及分析

对 $\gamma = 1.25$ 的典型固体发动机燃气流动作了计算。每一个指定的 $\alpha_{(1)}^*$, 其对应的标准化质量流率 Ψ^* , 标准化角动量通量 Λ^* 及对应的壅塞截面上参数分布, 包括 $\alpha^*(x)$, $\Psi^*(x)$, $Ma_\alpha(x)$ 和 $Ma_w(x)$ 都可给出。角动量通量 Λ 可表示为: $\Lambda = 2\pi \int (\rho U w r^2) dr = \int \Gamma (d\Psi/dr) dr$, 而标准化的角动量通量则表示为:

$$\Lambda^* = \frac{\Lambda}{\pi R^3 a_0^2 \rho_0 [2/(\gamma-1)]^{1/2} [2/(\gamma+1)]^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)}} = \int \alpha^* \frac{d\Psi^*}{dx} dx$$

依据计算结果, $\Psi_{(1)}^*$ 与 $\alpha_{(1)}^*$ 之间的函数关系如图 2 所示, 四条曲线分别对应于 $K = 1, 10, 50$ 及 ∞ 的流动情形 (其中 $K = \infty$ 的结果据文献[1]计算得到)。由图可见: K 越大, 相应的质量流率越小; $\alpha_{(1)}^*$ 越大, $\Psi_{(1)}^*$ 越小。 K 体现的是粘性作用的影响, 而 $\alpha_{(1)}^*$ 体现的是旋转作用的影响。 $\Psi_{(1)}^*$ 随 K 及 $\alpha_{(1)}^*$ 的变化趋势具有内在的一致性, 即 K 越大, 对应于同一个无量纲半径下的 $\alpha^*(x)$ 亦越大, 旋转运动越强烈, 等效的“流动阻力”亦越大。对于 $K = \infty, \alpha_{(1)}^* = 0.8$; $K = 1, 10, 50$ 时, $\alpha_{(1)}^* = 0.85$ 时大体上已有 $\Psi_{(1)}^* = 0$ 。当然, 对于实际的固体发动机来说, 质量流率小到几乎为 0 的情况是不会出现的, 因为流动阻力增大只会使燃烧室压强升高, 这样对于正压强指数的装药而言, 质量流率是提高了。如果考虑从一个恒压贮气箱中引出气流作为受控气流, 而从另一个恒压贮气箱中引出气流作为控制气流, 使受控气流产生旋转; 并且不允许受控气流倒充, 这样的情况下才会出现 $\Psi_{(1)}^* = 0$ 的结果。

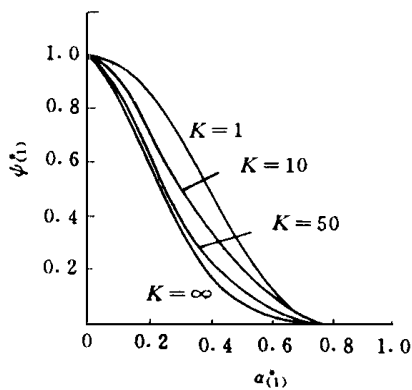


图 2 $\Psi_{(1)}^*$ 与 $\alpha_{(1)}^*$ 的关系

图 3 表示了 $\Psi_{(1)}^*$ 作为最大切向马赫数 $Ma_{w\max}$ 的函数关系。由图可见, 随着 $\Psi_{(1)}^*$ 的减小, 即相应的 $\alpha_{(1)}^*$ 的增大, 最大切向马赫数是增大的; 但在所计算的流动情形中, $Ma_{t\max}$ 的值不超过 $4(K$

= ∞ 的情况除外), 这与前面的角动量通量存在最大值是一致的。由图还可以看出, $K = 1$ 和 $K = 10$ 两条曲线几乎交结在一起; 而 $K = 50$ 的曲线则明显地与前两两者分开, 这表明当 $K < 10$ 时, $\Psi_{(1)}^*$ 与 $Ma_{\max}$ 的关系对 K 的变化并不敏感。

为了对流动情形有更直观的表现, 图 4 表示了 $\alpha_{(1)}^* = 0.4$ 时, 壅塞截面上参数 $Ma_r(x)$ 及 $Ma_a(x)$ 的分布态势。注意 $Ma_a(0)$ 的值与一维等熵流的不同, 随着旋转的加剧, $Ma_a(0)$ 越来越显著地大于 1, 甚或达到 7 左右 (对于 $K = 50, \alpha_{(1)}^* = 0.8$)。这完全是由旋转造成的。考虑相应于满足壅塞约束的 $Ma_a(0)$ 与静总压之比的关系:

$$\frac{p(0)}{p_0} = \left[\frac{1 - \frac{\alpha_{(1)}^{*2}}{x^2}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma_a^2} \right]^{\gamma/(\gamma - 1)} \bigg|_{x \rightarrow 0} = \left[\frac{1}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma_a^2(0)} \right]^{\gamma/(\gamma - 1)}$$

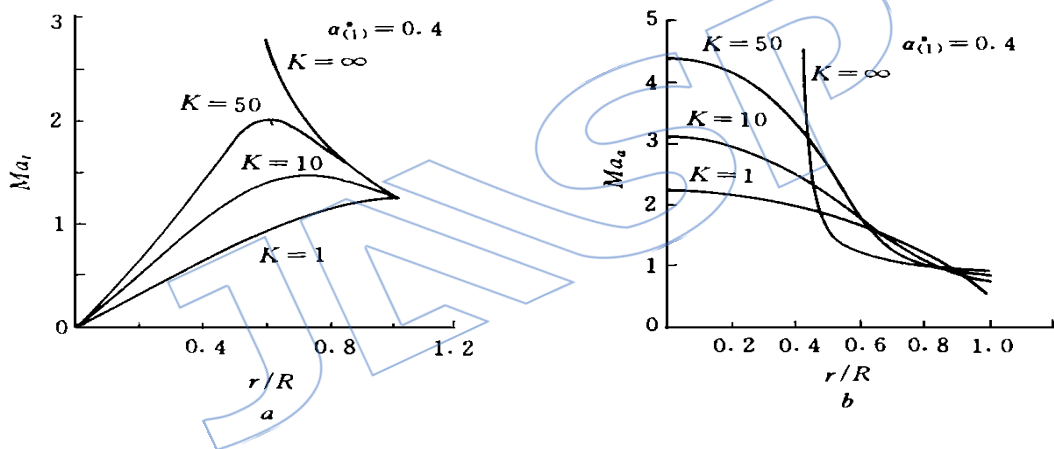


图 4 壅塞截面上参数 $Ma_r(x)$ 及 $Ma_a(x)$ 的分布态势

上式等号右边的表达式与一维等熵流的一样。由于流体旋转的存在, 截面上压强分布存在径向梯度, 势必使中心处压强比一维等熵流的要低, 并且旋转越强烈则 $p(0)$ 越小。用相关参数来表述则是 $p(0)$ 随 $\alpha_{(1)}^*$ 或 K 的增大而减小; 相应地 $Ma_a(0)$ 随 $\alpha_{(1)}^*$ 或 K 的增大而增大。同时考虑到 $p(0)$ 在喷管流动壅塞时不应低于外界大气压, 故要求总压 p_0 具有相当大的值; 否则, 喷管中流动不再壅塞, 并会有回流存在。

总的来讲, 喷管内跨音速旋转流动下的壅塞部位参数分布显示了不同于一维等熵流的特征, 主要表现在 $Ma_a(0) > 1$; 且旋转的存在使质量流率比一维等熵流的小。这显示了旋转流动现象应用于固体发动机推力大小随机调节之可行性。

参 考 文 献

- 1 Mager A. Approximate solution of isentropic swirling flow through a nozzle. ARS J., 1961, 31(8)
- 2 Lewellen W S. Transonic swirling flow. AIAA J. 1969, 7(7)

(责任编辑 杨再荣)

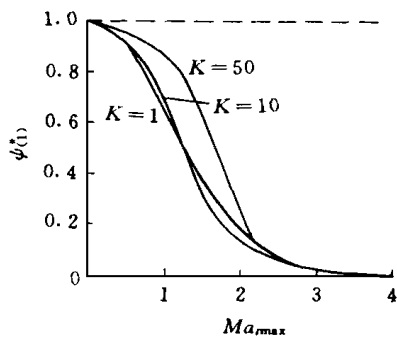


图 3 $\Psi_{(1)}^*$ 与 $Ma_{\max}$ 的关系