

液滴—固壁高速撞击问题 的流体动力学分析

西安交通大学 鄢宇鹏* 孙 弼

【摘要】 将液滴—固壁撞击的流体动力学过程分为两个阶段。对于第一阶段运用矢量分析和激波理论关系,建立了适用于高速撞击条件的非线性激波模型。该模型克服了传统理论的局限性,能够在宽广的速度范围内计算所有撞击参数,同时能考虑固体的可压缩性。计算结果与已有的实验值吻合良好。模型采用无量纲形式,极适用于工程实际。

主题词: 液滴 碰撞 液体—固体耦合界面 流体动力学

分类号: O 353. 4

1 引言

在航空、航天领域中广泛存在着固体与液滴高速碰撞从而导致表面材料破坏的现象,如直升飞机的螺旋桨,飞机、导弹的雷达天线罩、红外透射窗等部件很容易在雨滴的冲击下破坏^[1]。空间站上使用金属蒸汽为工质的涡轮机叶片^[2]、再入式航天器的热保护层^[3]等也会由于液滴的冲刷而破坏。因此液滴与固面的碰撞问题一直得到系统深入的研究。

在液滴与固面碰撞过程的动力学理论研究中,撞击压力、边缘侧向射流速度是关注的重点。由于问题的复杂性,传统的关于液固撞击的激波理论模型均在低撞击马赫数的条件下进行分析,以便能够导出各撞击参数的显式表达式进行工程计算^[4,5]。但这样的处理是有缺陷的,如文献[1]导出的公式在边缘运动马赫数 M_{de} 趋近于1时存在数学上的奇异性,文献[2]则必须采用先级数展开后拟合公式的方法,在理论上就存在着计算误差。在高撞击马赫数条件下,必须考虑液体质点在运动激波作用下的迁移以及由此而产生的非线性效应。本文引入矢量分析的方法对传统的激波模型进行发展和完善,对液体的运动不作任何简化和约定,试图建立起能够全面反映物理实质、能够计算所有撞击参数的非线性动力学模型。

2 撞击动力学过程、矢量分析

考虑一固体平面自下向上垂直撞击一个在空间静止的球形液滴,撞击速度为 V_i ,液滴半径为 R_L 。假设液体是无粘、可压缩的,固体也是可压缩、各向同性的。撞击过程极短,不存在热交换和化学反应现象。根据问题的轴对称性,选取在空间固定的二维直角坐标系 XOY ,在撞击开始时($t=0$ 时刻),坐标原点 O 与液滴和固面的接触点重合。撞击开始后某一时刻的情形如图1所示。现有的研究表明^[6],可以把撞击的流体动力学过程分为两个阶段。在第一阶段内,液固接触边缘在固体表面的扩展速度 V_e 超过了液滴内激波波速 V_s ,所以从 e 点发出的激波始

终不脱离固面。这样激波波前 S 就把液滴分为两个区域 受压的扰动区和零速度的未扰动区。

随着液滴变形的增加, V_e 逐渐减小。当达到某一时刻时, $V_e = V_s$, 这个时刻称为临界时刻 t_{cr} 。临界时刻以后, 液滴内激波波阵面 S 开始沿着液滴的自由表面向上运动。由于扰动区的压力大大高于外界大气压力 (这在后面证明), 液体就在高压作用下高速喷出, 形成边缘侧向射流在固体表面运动。这就是撞击流体动力学过程的第二阶段。

对于第一阶段的某一时刻 t ($0 < t < t_{cr}$), 引入适当的无量纲参量后, 液固边缘接触点 e 的水平方向无量纲坐标 $\bar{X}_e$ 和马赫数 M_{ae} 可表示为:

$$\bar{X}_e = [2M_{ai}\bar{t} - (M_{ai}\bar{t})^2]^{1/2}, \quad M_{ae} = M_{ai}(1 - M_{ai}\bar{t})/\bar{X}_e \quad (1)$$

其中 $\bar{X}_e = X_e/R_L$, $\bar{t} = a_0 t/R_L$, $M_{ai} = V_i/a_0$, $M_{ae} = V_e/a_0$, a_0 为液体中的音速。 M_{ai} 称为撞击马赫数, M_{ae} 为边缘扩展马赫数。

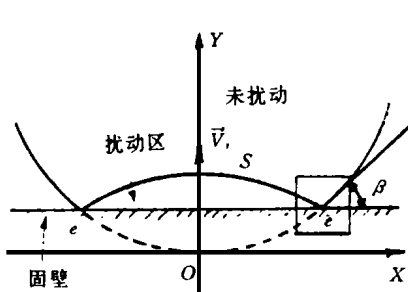


图 1 撞击开始后某一时刻的液滴 ($0 < t < t_{cr}$)

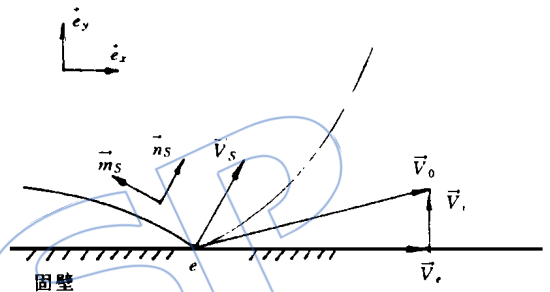


图 2 e 点附近的速度矢量

在建立激波模型之前, 有必要分析 e 点附近的速度矢量之间的关系, 以便能够考虑液体运动的非线性效应。为此我们将图 2 中的方框部分放大表示在图 3 中。根据速度合成, e 点的速度矢量 $\vec{V}_0$ 和激波速度矢量 $\vec{V}_s$ 分别是 $\vec{V}_0 = V_{ex}\vec{e}_x + V_{ey}\vec{e}_y$, $\vec{V}_s = \vec{V}_0 \cdot \vec{n}_s$ 式中 $\vec{n}_s$ 是波阵面上的法向单位矢量。不妨先认为固体是刚性的, 那么

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{e}_y = V_i \quad (2)$$

其中 $\vec{V}_1$ 是阵面后质点的迁移速度, $\vec{V}_1 = V_1 \vec{n}_s$ 。而 $\vec{n}_s = n_x \vec{e}_x + n_y \vec{e}_y$, $|n_x^2 + n_y^2| = 1$, 所以有 $n_y = V_i/V_1$ 。再考虑到 $\vec{V}_s = \vec{V}_0 \cdot \vec{n}_s$ 可得

$$M_{as} = M_{ae}(1 - M_{ai}^2/M_{a1}^2)^{1/2} + M_{ai}^2/M_{a1} \quad (3)$$

式中 $M_{as} = V_s/a_0$, $M_{a1} = V_1/a_0$ 。从式 (3) 可见撞击过程中各速度之间是复杂的非线性关系。

3 激波模型

在前述坐标系中, 根据文献 [7], 斜激波前后的质量和动量守恒方程分别为

$$\rho_0 V_s = \rho_1 (V_s - V_1), \quad P_0 + \rho_0 V_s^2 = P_1 + \rho_1 (V_s - V_1)^2 \quad (4)$$

而状态方程为

$$\nu(P_1 - P_0)/\rho_0 a_0^2 = (\rho_1 - \rho_0)^{\nu-1} \quad (5)$$

其中 P_0 、 ρ_0 是激波前方未扰动区液体的压强和密度, P_1 、 ρ_1 是已扰动区液体的压强和密度。 ν 是状态方程中的系数。对于水在 35°C 时, $\nu = 7.15$, $a_0 = 1500 \text{ m/s}$, $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ 。在 e 点附近认为 P_1 就是壁面受到的压强, 而且是液固接触面上的峰值^[4]。引入无量纲激波强度 $\eta = (P_1 - P_0)/\rho_0 a_0^2 \approx P_1/\rho_0 a_0^2$, 于是无量纲压力可写为 $\bar{P}_1 = P_1/\rho_0 a_0 V_i = \eta/M_{ai}$ 其中 $\rho_0 a_0 V_i$ 是水锤力。

从式 (4)、(5) 经过并不复杂的变化, 可得

$$M a_s = 1/F(\eta), \quad M a_i = \eta \sqrt{F(\eta)} \quad (6)$$

其中

$$F(\eta) = [1 - (1 + \sqrt{\eta})^{-1/\nu}] / \eta$$

把式 (6) 代入式 (3) 可得

$$\bar{P}_1 M a_e^2 F(M a_i \bar{P}_1) - (\bar{P}_1 - M a_i)^2 - M a_e^2 = 0 \quad (7)$$

上式是在刚性壁面的条件下, $\bar{P}_1$ 和 $M a_e$ 、 $M a_i$ 之间的非线性关系。如果壁面是可压缩性的, 用一个可压缩系数 Y 来表示其可压缩性: $V_w = Y P_1$, 其中 V_w 是在 P_1 作用下壁面质点的运动速度。如果引入无量纲化的壁面压缩系数 $\bar{Y} = Y \rho_0 a_0$, 那么有 $V_w / a_0 = \bar{Y} \eta$ 。现在式 (2) 应写为 $\vec{V}_1 \cdot \vec{e}_y = V_i - V_w = V_i - a_0 \bar{Y} \eta$

采用与推导式 (7) 类似的方法, 可得

$$\begin{aligned} & \bar{P}_1 M a_e^2 F(M a_i \bar{P}_1) - (\bar{P}_1 - M a_i)^2 - M a_e^2 \\ &= \bar{Y}^2 \bar{P}_1^2 (M a_e^2 + M a_i^2) - 2 \bar{Y} \bar{P}_1 (M a_e^2 + M a_i^2 - M a_i \bar{P}_1) \end{aligned} \quad (8)$$

式 (7) 完整地描述了各撞击参数之间的非线性理论关系。如果壁面是刚性的, 式 (8) 右端为零, 退化到式 (7) 的形式。假如能从式 (7) 或 (8) 解出 $\bar{P}_1$ 和 $M a_e$, 那么就有可能由式 (6) 计算 $M a_s$ 和 $M a_i$, 激波运动的方向和 e 点处液固接触角 β 也可以从几何关系方便地解出。

现在我们已完整地建立了液滴—固面碰撞过程的非线性流体动力学模型, 给出计算所有撞击参数的公式和方法。下面来讨论式 (7) 和 (8) 的求解并分析计算结果。

4 非线性模型的数值解及分析

把式 (1) 和式 (8) 联立, 再补充关于 $\bar{Y}$ 的关系式, 就可以用时间推进法来求解撞击过程第一阶段中各个瞬时的 $\bar{P}_1$ 、 $M a_e$, 进而求出其他撞击参数。但关于 $\bar{Y}$ 的计算较为复杂, 限于篇幅本文不能在此一并列出, 将用专文发表。所以下面只在刚性壁面的条件下进行分析, 即联立式 (1) 和 (7)。这在撞击马赫数 $M a_i < 0.4$ 的情况下, 对大多数金属、陶瓷和玻璃都适用^[8]。而撞击马赫数 $M a_i = 0.4$ 相当于飞行器马赫数 1.6 左右, 也对一般航空器适用。

图 3 是用数值方法计算在 $M a_i = 0.3$ 时 $\bar{P}_1$ 、 $M a_e$ 随时间变化的情况。图中显示撞击开始后 $\bar{P}_1$ 逐渐上升, $M a_e$ 逐渐下降。图中 $\bar{P}_1$ 和 $M a_e$ 突跳为零之处即为临界时刻, 这是由于波阵面脱离了固面沿着液滴自由表面上运动, 被扰动区的压力突然被释放, 液滴破碎, 计算终止。可以看出: (1) 液固接触边缘的压力是相当高的, 至少大于 1 倍的水锤力 ($\rho_0 V_i a_0 = 6.75 \times 10^8$ Pa)。在临界时刻, 撞击压力达到峰值, 为 2.67 倍的水锤力 (1.80 GPa); (2) 液滴破碎后边缘侧向射流速度是相当高的。如本例 $M a_e = 2.65$, $V_e = 3975$ m/s。考虑到在实际情况中液体的粘性和固体壁面不光滑的情况, 这样高速切向运动的液体会对壁面施加很大的切向作用力。再加上垂直方向的撞击压力, 使固体在法向和切向交替受到大载荷作用, 所以表面很容易遭到破坏。

另外, 如果知道了液滴的半径 R_L , 还可以从图 3 计算出液滴破碎的时刻, 这也就是液固相互作用的时间。如取 $R_L = 2$ mm, 从图查得 $\bar{t}_{cr} = 0.032$, 所以 $t_{cr} = \bar{t}_{cr} R_L / a_0 = 4.27 \times 10^{-8}$ s。可见撞击过程是相当短的, 这给实验研究带来了很大的困难。

图 4 比较了在低撞击马赫数条件下, 临界压力 $(\bar{P}_1)_{cr}$ 和临界液固接触角 β_{cr} 的计算值和实验值^[9] (图 4 中—为 $\bar{P}_{cr}$, 式 (7); ○为 $(\bar{P}_1)_{cr}$, 文献 [9]; - - - 为 β_{cr} , $(\tan^{-1} M a_i / M a_e)$; □为 β_{cr} , 文献 [9])。可以看到, 根据本文建立的模型, 计算结果与实验值吻合良好 (液体为水)。最大误差不超过 5%, 可以用于一般工程实践。图 4 显示, 随着 $M a_i$ 的增加, $(\bar{P}_1)_{cr}$ 先减

小后增大, β_{cr} 则单调增大。这是以往的线性理论分析所不能得到的。

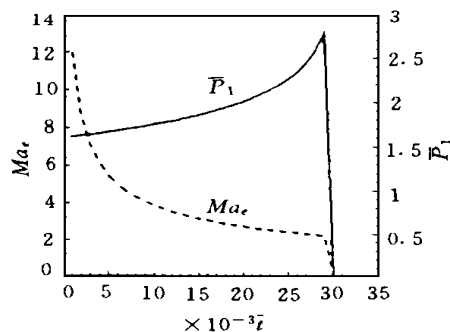


图 3 $\bar{P}_1$ 、 Ma_e 随时间的变化

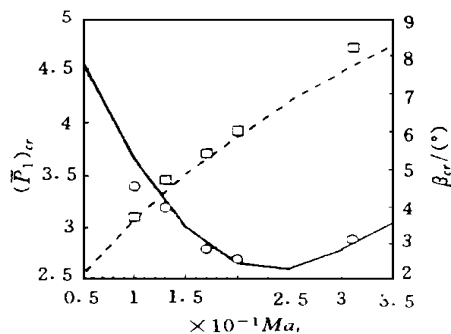


图 4 不同撞击马赫数下 $(\bar{P}_1)_{cr}$ 和 β_{cr}

对于某一具体的撞击问题, Ma_i 是已知的。于是就可以从图 4 查出 $(\bar{P}_1)_{cr}$ 和 β_{cr} 的数值, 再根据前面诸式来计算 Ma_e 、 V_s 、 V_1 等撞击参数。为便于工程上使用, 可以把这些参数之间的关系制成图表, 以备查用。例如可以制出 Ma_i-Ma_e 图、 Ma_i-Ma_s 图等。

5 结 论

(1) 所发展的有关液滴与固体表面撞击的非线性流体动力学模型适用于宽广速度范围内的撞击问题。(2) 液固撞击的流体动力学过程可分为两个阶段, 本模型适用于第一阶段。(3) 本模型能够计算所有的撞击参数, 并与已有的实验数据据令人满意地吻合。(4) 本模型采用无量纲形式, 具有极大的通用性, 并能够为工程计算提供方便的计算方法。(5) 随着撞击马赫数的增大, 撞击压力峰值先减小而后增大。作为粗略估算, 可取撞击压力为 3 倍的水锤力。(6) 液固临界接触角随着撞击马赫数的增大而增加。

参 考 文 献

- 1 Wahl E. Investigation of the Phenomena of Rain Erosion at Subsonic and Supersonic Speed. Air Force Material Laboratory Report AFML-TR-65-330, 1966
- 2 Zimmernan W F, Rossback R J. Metallurgical and Fluid Dynamic Result of a 2000-Hr Endurance Test on a Two-Stage, 200-Horsepower Turbine in a Wet Potassium Vapor. ASME, 1967: No. GT-67
- 3 Fyall A A. Single Impact Studies of Rain Erosion. Shell Aviation News, 1967, 374 (15): 40-47
- 4 Heymann F J. High Speed Impact Between a Liquid Drop and a Solid Surface. J. Appl. Phys., 1969, 40 (13): 5113-5122
- 5 施红辉, 俞茂铮, 蔡颐年. 一个新的关于液滴与固体表面高速碰撞的力学模型. 见: 西安交通大学工程热物理研究所, 多相流与传热论文集. 北京: 原子能出版社, 1989: 98-105
- 6 Field J E, et al. The Effects of Target Compliance on Liquid Drop Impact. J. Appl. Phys., 1989, 65 (2): 533-540
- 7 西安交通大学流体力学教研室. 流体力学 (下册). 北京: 高等教育出版社, 1985: 78-80
- 8 Hwang J B G, Hammitt F G. High-Speed Impact Between Curved Liquid Surface and Rigid Flat Surface. Trans. ASME, J. Fluid Eng., 1977, 80 (3): 396-404
- 9 Field J E, et al. Studies of Two-Dimensional Liquid-Wedge Impact and Their Relevance to Liquid-Drop Impact Problems. Proc. R. Soc. Lond., 1985, Ser. A 401: 225-229

(责任编辑 魏星禄)