

用非线性分析法研究转子振动故障特征

清华大学 唐锡宽* * 康卫泽

【摘要】 用非线性分析方法对航空发动机等高速旋转机械常见振动故障:突发不平衡、转子裂纹、静动部件碰摩进行研究。用三维边界元法,分析含开闭裂纹的转子刚度随转角变化的关系。用作用力模型来模拟动、静部件的碰摩。采用传递矩阵和有限元结合的方法建立系统运动方程。用 Wilson- θ 积分法数值求解非线性方程。经过分析,得出了一些有助于故障诊断的振动特征。

主题词: 非线性方程 转子 振动分析 故障诊断 裂纹

1 分析模型

(1) 整个转子划分为 n 个有限元单元。每个节点有 5 个自由度:节点平移位移 x, y , 垂直于轴线 s 平面内的 2 个角位移 u, v 和平面的扭转位移 θ 。在节点 k 与 $k+1$ 之间再划分为 m_k 个子单元,用传递矩阵法作小段处理。轴承的动态特性可用 4 个刚度系数和 4 个阻尼系数表示。在大涡动时,或需考虑其非线性性质时,可按非线性模型简化。对于滚动轴承,采用计算轴承力 $F^{[1]}$ 。对于滑动轴承,则根据所用轴承类型,分别按轴心位置来计算油膜力。对于突发不平衡,采用阶跃力来模拟。每个轴承座在水平和垂直方向均简化为质量弹簧阻尼系统。

(2) 认为轴段上的横向裂纹在自重作用下,随转角变化而开合。当把裂纹轴段作为转子的一个子单元时,系统的刚度矩阵中将出现随转角(时间)变化的量。采用三维边界元法^[2],求刚度和转角变化的关系。以裂纹面为对称面,取长度为轴径的 3 倍的轴段来分析。其上作用有重力和旋转惯性力。轴段表面用 8 节点四边形单元划分共 80 个单元 232 个节点。设在各向同性弹性区域 Ω 的边界 $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$ 。其中 Γ_1 为位移边界, Γ_2 为力边界。对于 Γ_1, Γ_2 边界上的点应分别满足边界条件: $\Gamma_1: u = \bar{u}$ (已知量), $\Gamma_2: p_j = \bar{p}_j$ (已知量); $j = 1, 2, 3$ 。 u 和 p_j 分别表示位移和单位面积作用力在 j 方向的分量。根据每一点的平衡方程、应变应力关系,可得积分方程:

$$c^i u^i + \int_{\Gamma} u_{pik}^* d\Gamma = \int_{\Gamma} p_k u_{ik}^* d\Gamma + \int_{\Omega} b_k u_{ik}^* d\Omega \quad (l, k = 1, 2, 3) \quad (1)$$

u^l 为点 i 在 l 方向的位移; p_{ik}^* 和 u_{ik}^* 为 l 方向的单位力对另一点的 k 方向产生的面力和位移

$$p_{ik}^* = \frac{-1}{8\pi(1-\nu)r^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \left[(1-2\nu) \Delta_{lk} + 3 \frac{\partial}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \right] - (1-2\nu) \left[\frac{\partial}{\partial x_l} n_k - \frac{\partial}{\partial x_k} n_l \right] \right\} \quad (2)$$

$$u_{ik}^* = \frac{1}{16\pi G(1-\nu)r} \left[(3-4\nu) \Delta_{lk} + \frac{\partial}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_k} \right] \quad (3)$$

G 为剪切模量; ν 为泊松比; n 为物体表面的法线; r 为从载荷作用点到所考虑点的距离; Δ 为 Kronecher- δ b 为体积力。 c^i 为常数: 当 i 点在域内, $c^i = 1$, 当 i 点在尖端边界上, $c^i = 1/2$, 当 i 点在任意边界上, c^i 为一可求出的数, 当 i 在域外则 $c^i = 0$ 。

把重力和旋转惯性力(体力)变换成边界积分形式,并引入矩阵和向量后,式(1)成为:

$$CU^i + \int P^* U dT = \int U^* P d\Gamma + \int \bar{P} dT \quad (4)$$

其中 $C = \text{diag}(c_1 \ c_2 \ c_3)$, $X = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$, $U = [u_1, u_2, u_3]^T$, $P = [p_1 \ p_2 \ p_3]^T$

$$P^* = [p_{lk}^*]_{3 \times 3}, \quad U^* = [u_{lk}^*]_{3 \times 3}, \quad \bar{P} = [\bar{p}_1 \ \bar{p}_2 \ \bar{p}_3]^T$$

$$\text{而 } \bar{p}_i = \frac{1}{8\pi G} \left\{ \rho g_i \left(\sum_{j=1}^3 \left[n_j \frac{\partial}{\partial x_j} \right] \right) - \frac{1}{2(1-\nu)} \rho \left(\sum_{j=1}^3 g_j \frac{\partial}{\partial x_j} \right) n_i + \left(\sum_{j=1}^3 (g_{ij} x_j) \right) \left(\sum_{j=1}^3 \left[\frac{\partial}{\partial x_j} n_j \right] \right) \right. \\ \left. - \frac{1}{2(1-\nu)} \left(\sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left[\frac{\partial}{\partial x_k} g_{jk} x_j \right] n_i + (1-2\nu) \bar{r} \left(\sum_{j=1}^3 g_{ij} n_j \right) \right) \right\} \\ i = 1, 2, 3$$

ρ 为材料密度; g_i 为重力场分量; g_{ij} 为旋转惯性矩阵 $g_{ij} = \rho(\Delta_{ij}\omega_i\omega_j - \omega_i\omega_j)$; ω 为角速度分量。

按有限元法划分为单元后,任一点的位移和面力可用节点的相应量来表示,然后代入积分方程,利用高斯求积公式,得到积分方程的数值形式,并考虑边界条件后,形成各节点的位移和面力为未知数的线性方程组:

$$Az = F \quad (5)$$

其中 A 为 $3n \times 3n$ 矩阵, z 为节点未知位移和面力的列阵。解此方程,可得到边界上的全部位移和面力。考虑裂纹的开合以水平直径为分界线。在轴段右端端加一小的弯矩 M_x 或 M_y , 求出相应的变形,从而求出裂纹轴段的刚度系数。以裂纹位于最下端时作为转角 $\varphi = 0^\circ$ 。对应于 $\varphi = 0^\circ \sim 157.5^\circ$, 求出相当的刚度系数 $k_{xx}, k_{xy}, k_{yx}, k_{yy}$ 。其变化曲线如图 1 所示。

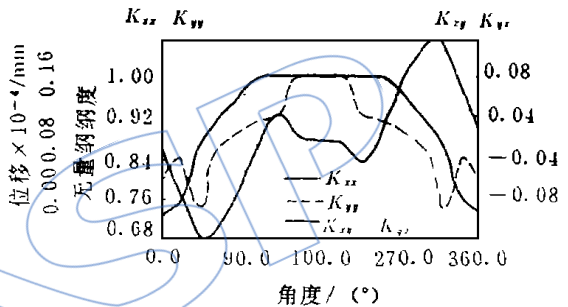


图 1 裂纹轴段刚度与转角关系

(3) 转子和定子发生碰摩部位通常在叶片和外壳、密封等间隙小的地方。一般认为碰摩为干摩擦。发生碰摩时,动、静部件间将有相互作用力。设转子中心 O_1 相对于定子中心 O 的移动距离为 δ , 这时发生碰摩,其间的法向力和切向力分别为 $\bar{f}_n$ 和 $\bar{f}_t$ [3]。

$$\bar{f}_n = k_R(\delta - \delta_0), \quad \bar{f}_t = \mu \bar{f}_n \quad (6)$$

其中 k_R 为转子和定子接触区的等效刚度系数; μ 为摩擦系数; δ_0 为开始接触时的中心距。

当接触刚度很大、位移很小,或作整圈碰摩时,认为法向正压力为常量。这种模型称之为常力模型。若考虑到接触时的过渡状态则认为相互作用力为

$$\left. \begin{aligned} f_n &= \bar{f}_n [1 - (\varphi - \varphi_0)^2 / \Delta\varphi^2] & \varphi - \varphi_0 \leq \Delta\varphi \\ f_n &= 0 & \varphi - \varphi_0 > \Delta\varphi \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中 $\Delta\varphi$ 为碰摩接触区, φ 为转子涡动角度。这时称为变力模型。把碰摩力放置在发生碰摩的相应有限元单元中。通过改变碰摩位置 φ_0 , 碰摩延续区间 $\Delta\varphi$ 及开始碰摩的最小位移 δ_0 , 可以研究在不同情况下系统的碰摩响应特性。

2 振动响应分析

考虑到转子的材料内阻尼(滞后阻尼和粘弹阻尼),轴承反力的广义力以及支座的振动,采用有限单元和传递矩阵结合的方法得出系统的总动力学方程:

$$(M + M_{ul})\ddot{X} + Y_1 S \dot{X} + 2N \dot{Y} + (S + Y_0 N)X + (Y_1 \omega - Y_0)S + \dot{N})Y = Q_x + Q_{bx} \quad (8)$$

$$(M + M_{u2})\ddot{Y} - 2N\dot{X} + Y_1 S \dot{Y} - (Y_1 \omega - Y_0)S + N^{\circ} X + (S + Y_0 N^{\circ})Y = Q_y + Q_{by} \quad (9)$$

$$(\Psi + \Psi_u)H^{\circ} + (Y_1 S \theta + Y_r)H + S \theta H = Q_{\theta} + X^T \frac{\partial N}{\partial \theta} \ddot{Y} - \dot{X}^T \frac{\partial N}{\partial \theta} \dot{Y} + M_d \quad (10)$$

$$M_{xb}\ddot{X}_b + C_{xb}\dot{X}_b + K_{xb}X_b = -F_{by} \quad (11)$$

$$M_{yb}\ddot{Y}_b + C_{yb}\dot{Y}_b + K_{yb}Y_b = -F_{by} \quad (12)$$

其中 M_{u1}, M_{u2} 为不平衡量引入的质量矩阵; Ψ, Ψ_u 为扭转质量矩阵及不平衡引起的扭转质量矩阵。 $s\theta$ 为扭转刚度矩阵; Q_x, Q_y, Q_{θ} 为广义力向量。需要说明的是由于将弯曲和扭转振动联合起来, 两者的耦合反映在陀螺矩阵 N 中。 Y_0 为滞后阻尼系数, Y_1 为粘弹阻尼系数; ω 为转子中心相对固定坐标的频率; Q_{bx}, Q_{by} 为轴承对转子的动态反力广义力向量; M_d 为驱动和工作力矩, Y_r 为轴承旋转摩擦阻力系数, 矩阵为一对角矩阵, M_{xb}, M_{yb} 为支座的质量矩阵, C_{xb}, C_{yb} 为支座阻尼矩阵, K_{xb}, K_{yb} 为支座刚度矩阵, F_{bx}, F_{by} 为轴承力向量; X_b, Y_b 为支座位移向量。式(8)~(12)是一个非线性方程组。本文采用了 Wilson- θ 法作数值求解。

3 故障振动特征

针对某压气机转子进行了故障振动分析。该转子支承在两个滚动轴承上, 由直流电机通过柔性联轴节拖动。转速可调, 高达 6 万 r/min。计算中把转子分为 9 个有限元单元。

3.1 突发不平衡响应振动特征

突发不平衡响应存在一过渡阶段。幅值有较大的增加, 然后恢复到新的稳态不平衡响应。在其频谱图中反映出, 在临界转速频率处有一峰值, 这意味着由于突发不平衡, 会激起固有频率的振动分量。

3.2 含横向裂纹转子的振动特性

含横向裂纹转子的时域稳态响应见图 2。其中开始部分的复杂振动是由于计算时从

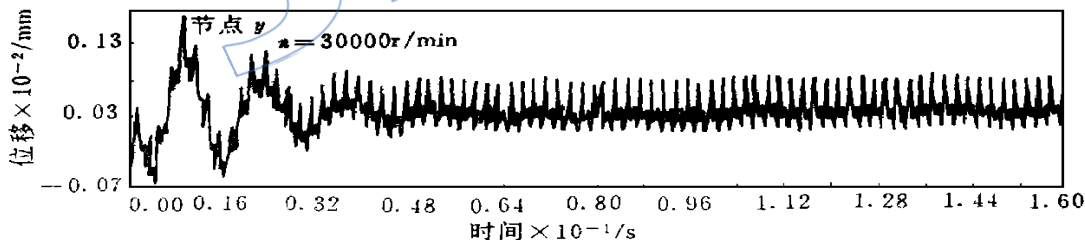


图 2 裂纹转子稳态响应(时域)

纹过渡到有裂纹的过渡态响应。从图中可看出, 其稳态响应主要为 $1\times$ 及 $2\times$ 振动分量。其频谱图(图 3a)中明显看出高频分量, 并伴有低频。当转速高达 6 万 r/min 时, 则有较大的 $1/2\times$ 频率分量(图 3b)。在升速响应中, 当转速趋于 $1/2$ 、 $1/3$ 等固有频率时, 振动出现峰值。此外, 在裂纹附近的振动响应比远离裂纹处的响应更能明显地反映出含裂纹转子的故障特征。

3.3 动、静部件碰摩时的振动特性

经过计算分析, 得出以下一些特征: (1) 碰摩的宽频特性。激起的响应既含有同频、 $2\times$ 、 $3\times$ 等高频分量, 又含有 $1/2\times$ 、 $1/3\times$ 等低频分量。当转子转速低于系统一临界时, 由于高次谐波频率接近于系统某固有频率, 所以其高阶成份较头富。当转速很高时, 其亚次谐波频率接近

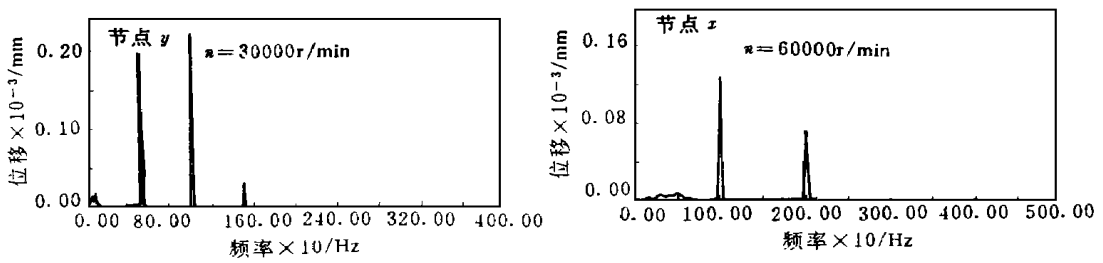


图 3 裂纹转子稳态响应频谱

于一阶或某些低阶固有频率,所以亚次谐波分量较明显,而且形成一定带宽的振动(图 4a、b)。(2)碰摩强度愈大(例如当式(6)中的 K_R 大和 δ_0 小而使 f_n 大时),则响应的次谐波分量增加。

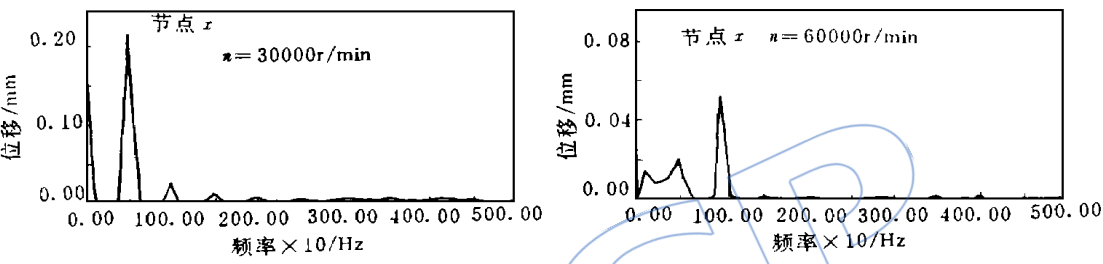


图 4 碰摩响应

(3)碰摩时间愈短,则高频分量愈明显。当发生整圈碰摩时,则响应主要为 $1\times$ 分量。(4)碰摩时产生零阶频谱。(如图 4a)。

参 考 文 献

- 1 Adams M L. Nonlinear Dynamics of Flexible multi- Bearing Rotors. J. of Sound and Vib, 1980, 71(1): 129- 144
- 2 Luchi M L, Rizzuti S. Boundary Elements for Three- Dimensional Elastic Crack Analysis. Intl J for numerical Methods in Eng, 1987, 24: 2253- 2271
- 3 Choy F K, Padovan J, Batur C. Rub Interaction of Flexible Casing Rotor Systems. Trans. of ASME J. of Engineering for Turbine and power, 1989, 111: 652- 658

(责任编辑 杨再荣)