

液滴—固面高速撞击问题中 固体变形性的影响

西安交通大学 鄢宇鹏** 孙 弼

【摘要】 将液滴—固面高速撞击的非线性流体动力学模型应用于固体动力学行为的研究之中, 导出了固体可变形系数及其内部应力张量的计算方法, 从而使作者提出的非线性理论模型能够计及固体变形性对撞击效应的影响。对刚性和可变形固面的撞击过程进行了比较计算和分析, 表明在高速撞击条件下两者有较大的差别, 并且固体的可变形性对撞击有着强化—缓解双重作用, 这在工程选材时必须加以考虑。同时, 本文还给出了工程材料的刚性判据。

主题词: 液滴 碰撞 (力学) 液体—固体界面 非线性

分类号: O 353.4

1 引言

迄今在液滴—固面高速撞击现象的理论研究中, 只对液体对象建立了激波模型, 对于固体都认为是刚性的。这样就可以在低撞击速度条件下进行线性简化, 从而得到撞击压力的显式表达。这类方法在数学上的局限性, 作者在文献 [1] 中进行了分析。如果从应力分析的角度来看, 刚体处理的方法不适于研究应力、力或者变形, 无法正确描述撞击的详细特征如波的传播或局部接触现象。另外从工程实践的角度来看, 材料在液体撞击作用下发生冲蚀是有门槛速度 V_{th} 的, 当撞击速度 V_i 小于 V_{th} 时, 无论经过多少次撞击, 材料均不发生破坏^[2]。所以, 在低速条件下简化, 很可能造成数学模型和物理现象的不一致。本文在文献 [1] 基础上进一步发展, 将激波理论应用于固体动力学行为的研究中。分析了固体内部质点的应力状态和运动关系, 提出用可变形系数 γ 来表征固体在高速液滴撞击下的动力响应, 并导出了计算公式。

2 前提和假设、理论分析

对于本文所研究的固体, 提出如下假定: (1) 固体是均匀和各向同性的线弹性体 (2) 不计内摩擦 (无粘) 和应力波的厚度 (3) 固体是绝热的, 也没有化学反应。

仍然同文献 [1] 一样, 让固体平面自下向上垂直撞击一个静止的球形液滴 (如图 1)。液滴半径为 R_L , 撞击马赫数是 Ma_i ($Ma_i = V_i/a_o$, a_o 是液体中音速)。对于撞击过程的第一阶段 ($V_e > a_o$, V_e 是液固接触边缘的水平

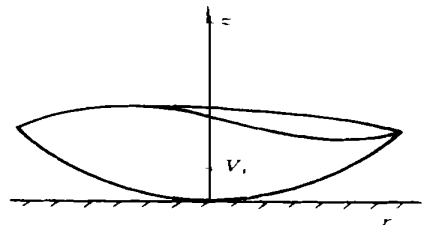


图 1 撞击开始时坐标系的选取

扩展速度), 若记 e 点处的液体压力为 P_1 , 那么固体表面所受到的垂直作用力也是 P_1 。文献 [1] 导出 $\bar{P}_1$ ($\bar{P}_1 = P_1 / (\rho_0 a_0 V_i)$) 满足以下非线性关系式:

$$\begin{aligned} \bar{P}_1^2 M a_e^2 F(M a_i \bar{P}_1) - (\bar{P}_1 - M a_i)^2 - M a_e^2 \\ = \bar{Y}^2 \bar{P}_1^2 (M a_e^2 + M a_i^2) - 2 \bar{Y} \bar{P}_1 (M a_e^2 + M a_i^2 - M a_i \bar{P}_1) \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $F(\eta) = [1 - (1 + \eta)^{-1/\gamma}] / \gamma$, γ 是等熵指数, $\bar{Y} = \rho_0 a_0 Y$, $Y = V_w / P_1$, V_w 是固体表面运动速度。上式中的 Y 是固体的可变形系数, 其物理意义是在单位冲击压力下, 固体表面的运动速度。在高速加载的工程研究中, 往往关心的是撞击面的速度—应力关系。例如在金属的爆炸加工中, 用以下关系确定工件表面的载荷^[3], 即 $\sigma = \rho U V_w$ 。其中 U 是应力波传播的速度, V_w 是工件表面的运动速度。

在研究液—固高速冲撞现象时, 采用速度—应力关系不仅便于进行理论分析, 而且在试验研究和数值计算中使用也很方便。

在文献 [1] 中已经指出, 液滴破碎之前液体在固体表面高速扩散。于是对固体而言, e 点处的压力 P_1 相当于一个负法向突加载荷, 并且这个法向载荷沿水平方向以速度 V_e 运动着, $V_e > C_1 > C_2$, C_1 和 C_2 分别是固体中纵波 (膨胀波) 和横波 (畸变波) 的波速。这样从 e 点发源的纵波和横波将固体内部分为 3 个区域: I 为未扰动区; II 为纵波扰动区; III 为纵波、横波扰动区, 如图 2 所示。

根据问题的性质, 可知固体内部是平面应变状态, 任一点的应力张量写为矩阵形式为

$$[S] = \begin{bmatrix} \sigma_n & \tau & 0 \\ \tau & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \nu(\sigma_n + \sigma_m) \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 σ 表示正应力, τ 表示剪应力, ν 是泊松比; 下标 n 表示法向, m 表示切向。

以下标 1 表示纵波, 2 表示横波, 在坐标系 $\vec{n}_\alpha - \vec{m}_\alpha$ ($\alpha = 1, 2$) 中, 根据间断面上的守恒条件对纵波

$$\sigma_n = -\rho_s C_1 V_1, \quad \sigma_m = -[\nu/(1-\nu)]\sigma_n, \quad \tau = 0$$

对横波

$$\sigma_n = \sigma_m = 0, \quad \tau = -\rho_s C_2 V_2$$

其中 V_1 、 V_2 分别是纵波、横波的诱导速度, ρ_s 是固体的密度。于是区域 II 与 III 中的平面应力张量

$$[S_1^{(II)}] = (-\rho_s C_1 V_1) T_1, \quad [S_1^{(III)}] - [S_2^{(III)}] = (-\rho_s C_2 V_2) T_2 \quad (3)$$

其中

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \nu/(1-\nu) \end{bmatrix}, \quad T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

注意到式 (3) 中二式分别是在 $\vec{n}_1 - \vec{m}_1$ 和 $\vec{n}_2 - \vec{m}_2$ 中写出的, 根据欧氏空间中张量变换的法则^[4], 可将它们在同一坐标中写出。我们取这个坐标系为 $\vec{e}_r - \vec{e}_t$, 那么有

$$[\bar{S}_1^{(II)}] = (-\rho_s C_1 V_1) A_1 T_1 A_1^T, \quad [\bar{S}_1^{(III)}] - [\bar{S}_2^{(III)}] = (-\rho_s C_2 V_2) A_2 T_2 A_2^T \quad (4)$$

其中 $A_\alpha^T = (\vec{n}_\alpha, \vec{m}_\alpha)$ ($\alpha = 1, 2$) 是转换矩阵: $\bar{S}_{mn} = A_{m\alpha} A_{nj} S_{ij\alpha}$

现在来考虑区域 III 中的情况, 经过纵波、横波扰动后, 该区中质点的速度为

$$\vec{Q}_3 = V_1 \vec{n}_1 + V_2 \vec{m}_2 \quad (5)$$

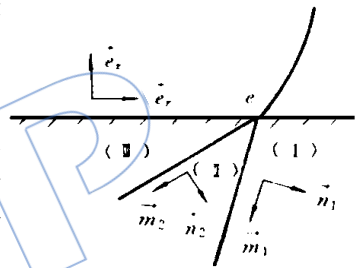


图 2 固体中的波系和扰动区

$\vec{Q}_3$ 在 $\vec{e}_z$ 方向的投影应等于壁面质点的负法向运动速度 V_w , 即

$$V_w = - \vec{Q}_3 \cdot \vec{e}_z = Y P_1 \quad (6)$$

而壁面上的应力状态为

$$[S_w^{(III)}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -P_1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

即在壁面上只有负法向载荷作用 (液体是无粘的)。

从式 (4)、(7) 可以导出 V_1 、 V_2 和 P_1 的关系, 再考虑 (5)、(6) 两式, 经推导可得

$$\bar{Y} = \rho_o a_o Y = \frac{(\rho_o a_o / \rho_s C_1) (1 - M a_{ie}^2)^{1/2}}{1 - 4\theta^2 M a_{ie}^2 [M a_{ie}^2 + (1/\theta^2 - M a_{ie}^2)^{1/2} (1 - M a_{ie}^2)^{1/2}]} \quad (8)$$

$$\text{和} \quad (tr[S])/P_1 = -2(1 - \theta^2)(1 + 2\theta^2 M a_{ie}^2)Y / (1 - M a_{ie}^2)^2 \quad (9)$$

其中 $\theta = C_2/C_1$, $M a_{ie}^2 = C_1/V_\infty$ 。对于一个给定的问题, C_1 、 C_2 、 ρ_s 和 v 都是已知的, 于是可由式 (1) 和 (8) 解出 $\bar{Y}$ 和 $\bar{P}_1$, 再通过 (4)、(5) 和 (9) 等式解出各个应力。

以上导出了计算固体可变形系数和应力、速度的计算方法和公式。这些和文献 [1] 中的工作一起建立了统一的关于液滴—固面撞击的非线性动力学模型。

3 算例与分析

选择钢为固体材料, 其力学性能为^[5]: $\rho_s = 7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $v = 0.29$, $C_1 = 5800 \text{ m/s}$, $C_2 = 3100 \text{ m/s}$, 液体为水 (20°C 时), $\rho_o = 1000 \text{ kg/m}^3$, $a_o = 1500 \text{ m/s}$, $\gamma = 7.15$ 。

图 3 是撞击马赫数 $M a_i$ 与无量纲压力临界值 $(\bar{P}_1)_{cr}$ 之间的关系 (图 3- 图 5 中的一为 $Y = 0$, - · - 为 $Y > 0$)。由图可见, 虽然两者的 $(\bar{P}_1)_{cr}$ 都随着 $M a_i$ 的升高而增大, 但当 $Y \neq 0$ 也就是考虑固体可变形性时, 高 $M a_i$ 数下的 $(\bar{P}_1)_{cr}$ 要比 $Y = 0$ 时减小许多。再由图 4 可以看到在 $M a_i$ 相同时, 固体的可变形性使得边缘射流马赫数降低。这些都说明固体的可变形性对撞击效应有缓解作用, 这正与液体可压缩性的作用相反。

然而固体的可变形性除了对撞击效应有缓解作用以外, 它还具有强化作用。分析图 5 可以看到, 随着 $M a_i$ 增大, 考虑固体可变形性时液滴破碎的临界时间 t_{cr} 增大了。这意味着固体的变形和应力更大; 从能量积分的角度来看, 传递给固面的能量也就更多。这无疑是对撞击效应的增强作用。这一点在工程上选择抗冲蚀材料时必须加以注意。

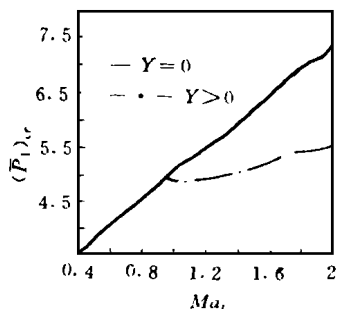


图 3 $M a_i$ 和 $(\bar{P}_1)_{cr}$ 的关系

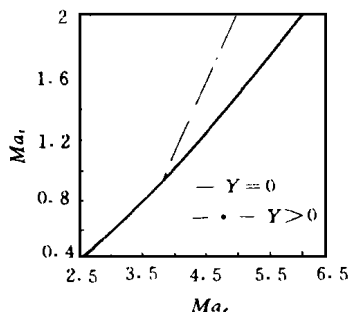


图 4 固体可变形性对射流马赫数的影响

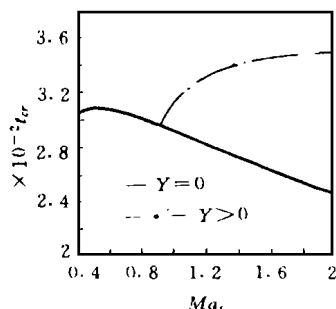


图 5 液滴破碎临界时间的变化

图 5 显示当 M_{ai} 数增大到 1.8 以上时, $\bar{t}_{cr}$ 逐渐趋于一个常值。这是由于在较高的撞击速度下 ($> 2700 \text{ m/s}$), 加载速度如此之高, 加载范围如此之小, 以至于材料的惯性抗力的影响非常显著, 而其分子结合力和原子键结合力的阻抗实际上已不起作用, 材料的性质已可以用不可压缩流体模型来描述了^[6]。这样材料本身的机械性能对撞击效应几乎不起作用, 撞击效应只取决于外加载荷的性质和材料的惯性。因此 $\bar{t}_{cr}$ 不随 M_{ai} 的增加而增加, 但 $(\bar{P}_l)_{cr}$ 和 $(M_{de})_{cr}$ 仍继续升高。

从图 3- 图 5 还可以看到当 $M_{ai} \leq 0.75$ 时, $Y = 0$ (刚性) 和 $Y > 0$ (可变形) 的曲线是重合的, 这说明, 当 M_{ai} 较小时可以不考虑固体的可变形性。固体有一个重要性质就是在超过比例极限后显示出来的对变形速度的敏感性, 这是由于材料的位错 (缺陷) 造成的; 一般可以说变形速度越高, 动力屈服点越高。但是就钢材而言, 其等级越高, 变形速度对强度改善的影响就越小^[7,8], 对于汽轮机中常用的 Cr 系不锈钢, 我们建议以 $M_{ai} = 0.5$ 作为材料刚性判据, 即当 $M_{ai} < 0.5$ 时, 认为材料是刚性的。对于玻璃、PMMA 材料等, 我们修正文献 [9] 中的刚性判据为 $M_{ai} = 0.7$ 。

4 结 论

(1) 进一步发展了适用于液滴—固面撞击问题的非线性动力学模型, 适用速度范围宽广。
(2) 提出用固体的可变形性系数 Y 来表征液滴—固面撞击时的固体的动力响应特性。
(3) 固体的可变形性对于撞击效应有缓解和强化的双重作用, 当撞击速度越高时这种作用就越明显。但它们之间的消长关系有待于进一步研究。
(4) 在撞击速度较低时, 才可用刚体模型处理固体性能。不同的材料有不同的刚性判据, 本文提出了两类材料的刚性判据。

参 考 文 献

- 1 鄢宇鹏, 孙弼 液滴—固壁高速撞击问题的流体动力学分析 航空动力学报, 1996, 11 ():
- 2 鄢宇鹏, 孙弼, 蔡颐年 汽轮机动叶片水蚀问题的研究 汽轮机技术, 1994, 36 (5): 305- 317
- 3 宋秀娟, 浩谦 金属爆炸加工的理论和应用 北京: 中国建筑工业出版社, 1983: 87
- 4 Borg S F. Matrix- Tensor Method in Continuum Mechanics Sec ed New York: World Scientific Pub Co Pte Ltd 1990: 43
- 5 Rinhart J S Stress Transients in Solids New York: Hyperdynamics Pub 1975: 35
- 6 Я Б弗里德曼 金属的机械性能 (第一册). 北京: 机械工业出版社, 1982: 213
- 7 J 亨利奇, 熊建国等译 爆炸动力学及其应用 北京: 科学出版社, 1987: 34
- 8 史巨元 钢的动态力学性能及应用 北京: 冶金工业出版社, 1993: 86- 103
- 9 施红辉, 俞茂铮, 蔡颐年 高速液—固碰撞时固体弹性和液体可压缩性对撞击压力影响 应用力学学报, 1989, 6 (4): 74- 76

(责任编辑 魏星禄)