

两种 $k-\epsilon$ 模型用于 扩压器内流数值模拟的比较

西安交通大学 黄淑娟* 赖焕新

【摘要】 同时采用标准 $k-\epsilon$ 及非线性 $k-\epsilon$ 模型在附体坐标系下求解定常不可压 N-S 方程组计算扩压器内湍流流场, 得到了扩压器的压力恢复系数和速度分布, 与实验结果对比发现非线性 $k-\epsilon$ 模型预测的结果更吻合实验值, 且能测出临界扩压角下的局部分离流。文中着重研究了非对称扩压器, 并给出了用两种模型计算的湍流量。

主题词: 湍流 湍流结构 扩压器 数值模拟
分类号: V231.3

扩压器在几何结构上通常有较大的展高比 b/h_1 (见图 1), 可作为二维流动来计算。常用的边界层积分法^[1]存在不少缺陷, 尤其当流动存在分离时, 计算扩压器的压力恢复系数与实验值相差很大^[2], 且无法获得湍流量的分布。为此本文对扩压器内流进行全粘性的计算, 在附体坐标系下求解 N-S 方程。考虑到扩压流动的复杂性, 尤其当存在分离时流动呈现明显的湍流各向异性, 这就要求湍流模型能够反映雷诺应力与变形率的非线性关系, 因此选用了在雷诺应力表达式中包含变形率非线性项的非线性 $k-\epsilon$ 模型^[3], 同时采用标准 $k-\epsilon$ 模型作为对比。计算表明, 不管对称扩压器或非对称扩压器, 无论有无局部分离, 非线性 $k-\epsilon$ 模型均较标准 $k-\epsilon$ 模型具有更好的预示性能。

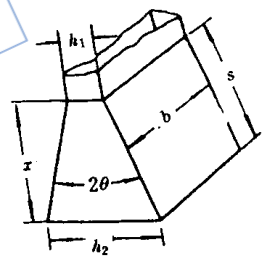


图 1 扩压器的几何形状

1 流动方程及算法

任意斜交曲线坐标下流动方程的守恒形式为^[4]

$$\nabla \cdot (\vec{U}\Phi - \Gamma\varphi\nabla\Phi) = S\varphi \quad (1)$$

$\Gamma\varphi$ 用转量矩阵可省三项, 其中 $\Phi = [1 \ U^i \ k \ \epsilon]^T$, $\Gamma\varphi = [1 \ \nu + \nu \ \nu/\sigma_k \ \nu/\sigma_\epsilon]^T$ 。

$$S\varphi = \begin{bmatrix} 0 \\ - (1/\rho) g^{ij} (\partial P / \partial x^j) - U^j U^k \Gamma_{jk}^i + (1/\bar{g}) (\partial/\partial x^j) (\bar{g} \Gamma g^{jk} U^m \Gamma_{mk}^i \partial x^j) \\ + \Gamma g^{jk} U_{,k}^n \Gamma_{jn}^i - (2/3) g^{ij} k_{,j} + g^{qi} U^j_{,q} \nu_{,j} + S\varphi' \\ P_k - \epsilon \\ (c_1 \epsilon / k P_k) - (c_2 \epsilon^2 / k) \end{bmatrix}$$

$P_k = - \overline{u^i u^j} U_{ij}$ 表示湍流动能 k 的生成项; $S\varphi'$ 表示非线性附加源项, 当采用标准 $k-\epsilon$ 模型时 $S\varphi'$

$= 0$ 。 P_k 中的雷诺应力部分采用标准 $k-\epsilon$ 模型的 Boussinesq 假设

$$-\overline{u^i u^j} = - (2/3) g^{ij} k + 2\nu D^{ij} \quad (2)$$

或非线性 $k-\epsilon$ 模型

$$-\overline{u^i u^j} = - (2/3) g^{ij} k + 2\nu D^{ij} + \gamma_1 \left[\hat{g}^{in} D_{mn} D^{nj} - (1/3) D_{mn} D^{mn} g^{ij} \right] + \gamma_2 \hat{D}^{ij} - (1/3) g^{mn} \hat{D}_{mn} g^{ij} \quad (3)$$

其中 $D^{ij} = (1/2)(g^{gi} U^j_{,q} + g^{gj} U^i_{,q})$, $\hat{D}^{ij} = (\partial D^{ij} / \partial \alpha) + \vec{U} \cdot \nabla D^{ij} - D^{kj} U^i_{,k} - D^{ki} U^j_{,k}$ 分别表示流体质点的变形率张量及其 oldroyd 导数^[3]。 $\nu = c_\mu k^2 / \epsilon$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 4c_D k^3 / \epsilon^2 C_u^2$, 湍流模型参数为: $c_1 = 1.44$, $c_2 = 1.92$, $\sigma_k = 1$, $\sigma_\epsilon = 1.3$, $c_\mu = 0.09$, $c_D = 1.68$ 。

对于形如式(1)的守恒型方程本文采用压力修正算法求解,在固体壁面上采用壁面函数法,来流给定均匀流速,出口给定均匀静压和局部单向化条件:

$$\partial \Phi / \partial s = 0 \quad (\vec{s} \text{ 为主流线方向}, \Phi = U^1, U^2, k, \epsilon) \quad (4)$$

2 数值计算及结果分析

对称直壁扩压器。图2表示对称扩压器的压力恢复系数 $C_p = (p - p_1) / [(1/2) \rho U_1^2]$ 的分布。实验值来自文献[2],注脚1表示扩压器的进口。计算雷诺数 $Re = U_1 h_1 / \nu = 2.2 \times 10^5$, 均匀来流给定在喉部上游 34cm 处, $k_m = (1/200) U_1^2$, $\epsilon_m = c_\mu k_m^{3/2} / (0.03L)$, L 为特征长度,计算时取扩压器出口产生局部分离时的扩张角 $2\theta = 9^\circ$;为了改善收敛性,出口用光滑圆弧与平行平板连接后再按式(4)处理。由图2可见,非线性 $k-\epsilon$ 模型校标准 $k-\epsilon$ 模型与实验吻合得更好。数值计算可以发现,标准 $k-\epsilon$ 模型没有预测到分离,因而压力恢复系数偏离较大,而非线性 $k-\epsilon$ 模型预测到了负速度,因而真实地反映了出口附近局部分离流动情况。本算例采用两种模型的迭代次数为:标准 $k-\epsilon$ 210 次,非线性模型 $k-\epsilon$ 235 次。

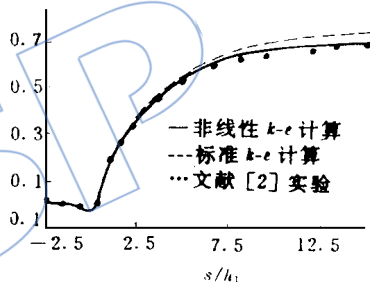


图2 对称扩压器压力恢复系数

非对称直壁扩压器。文献[5]中的非对称扩压器上壁为水平板,下壁为斜角 $\theta = 5.39^\circ$ 的倾斜板。介质为空气, $U_1 = 15 \text{ m/s}$, $Re = 1.2 \times 10^6$, 进口阻塞 $2\delta / h_1 = 0.045$ (δ 为边界层厚度)。文献[6]指出,扩压器内流对来流条件非常敏感,因此必须准确地给定 k, ϵ 的分布。计算时取扩压器上游 $15h_1$ 处给定进口条件, k, ϵ 的给法同算例1。试算结果发现,当来流速度取为均匀流速时算得扩压器的速度分布与实验偏差较大。因此本文还是采用文献[5]的作法,在进口处强加一个扰动涡。强加扰动涡的诱导速度 $U_{pe} = CU_1(y/h_1 - 0.5)$, C 为扰动系数, $-0.05 \leq C \leq 0.05$, 取 $C = -0.035$ 时计算与实验值吻合,结果表示在图3中。可以看出非线性 $k-\epsilon$ 模型比标准 $k-\epsilon$ 模型

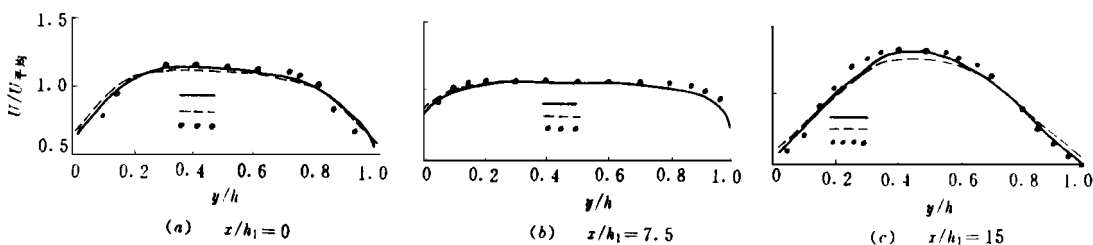


图3 非对称扩压器的速度分布(—非标准 $k-\epsilon$ 计算, ---标准 $k-\epsilon$ 计算, ...实验^[5])

预测得更准确。

图 4(a) 中的 A 、 B 曲线是均匀来流时 $RQ = Q_i / Q_b$ 的分布(— 非线性 $k-\epsilon$ 计算, - - 标准 $k-\epsilon$ 计算, ... 文献[5] 实验; $\circ$ 非线性 $k-\epsilon$ 计算(无扰动), $\square$ 标准 $k-\epsilon$ 计算(无扰动))。这里 Q_i 和 Q_b 代表扩压器上、下半截面的容积流量, RQ 曲线表示沿上下不对称的壁面边界层发展的相对快慢。可看出 A 、 B 线与实验值相差很大, 增加扰动涡($C = -0.035$) 后的 C 、 D 线与实验值吻合得很好, 而非线性模型的预示值与实验结果吻合得更好。图 4(b) 是扩压器的压力恢复系数 C_p 沿下壁面的分布。(— 非线性 $k-\epsilon$ 计算, - - $C = 0.035$, - - $C = 0$)。采用非线性 $k-\epsilon$ 模型预测出无扰动时的 C_p 较有扰动时的值略小。本算例迭代次数: 标准 $k-\epsilon$ 150 次, 非线性 $k-\epsilon$ 170 次。

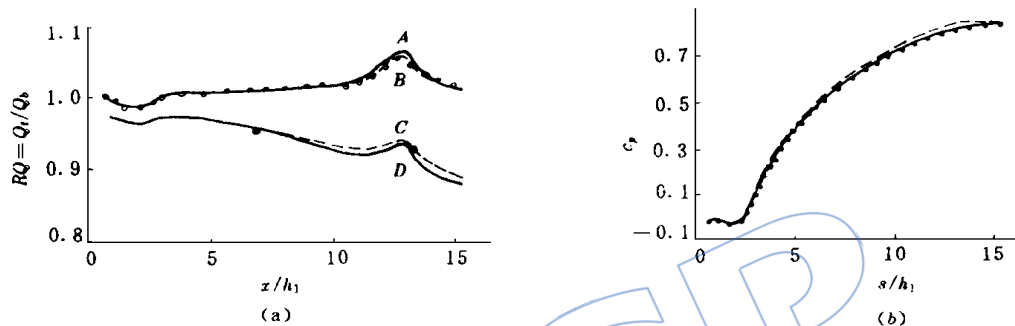


图 4 非对称扩压器(a) $RQ-x$ 曲线(b) 压力恢复系数

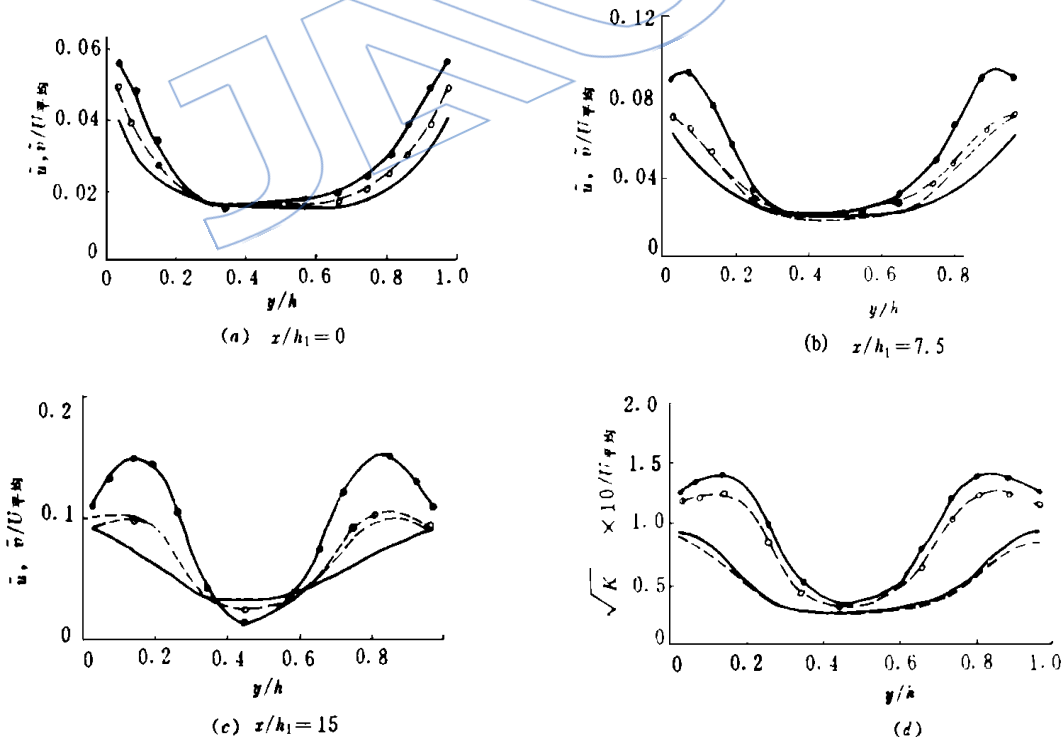


图 5 非对称扩压器的的湍流强度(a、b、c)和湍流强度分布(d)

为进一步了解非对称扩压器内的湍流流动, 同时为考证其他湍流模型提供对比数据, 在图 5 (a、b、c) 中我们给出了采用两种 $k-\epsilon$ 模型计算湍流强度的结果(— $\tilde{u}$ (非线性 $k-\epsilon$ 计算), — $\tilde{u}$ (标准 $k-\epsilon$ 计算); — $\tilde{u}$ (非线性 $k-\epsilon$ 计算), — (标准 $k-\epsilon$ 计算))。从图 5(a、b、c) 可见沿着流动方向湍流强度有增强的趋势。从图 5(d) (— $x/h_1=7.5$, — $x/h_1=15$, 非线性 $k-\epsilon$ 计算; — $x/h_1=7.5$, — $x/h_1=15$, 标准 $k-\epsilon$ 计算) 也可以看出扩压器出口截面的湍流动能比其中间截面明显增大。采用非线性 $k-\epsilon$ 模型预测的湍流强度 $\tilde{u}=\overline{u^2}$, $\tilde{v}=\overline{v^2}$ 呈现出明显的各向异性, $\tilde{u}>\tilde{v}$, 而标准 $k-\epsilon$ 模型的 $\tilde{u}$ 与 $\tilde{v}$ 非常接近。 $\tilde{u}$ 在横截面上的分布从扩压器进口的单凹曲线发展成山形曲线的分布。

3 结 论

(1) 求解 N-S 方程模拟二维扩压器中的流动不但可获得压力恢复系数, 还可以获得湍流量的分布, 采用非线性 $k-\epsilon$ 模型能预测局部分离流, 有助于深入研究扩压器内的流动。(2) 无论是对称扩压器还是非对称扩压器或流场中是否存在局部分离, 非线性 $k-\epsilon$ 模型预测出扩压器的压力恢复系数和速度分布均比标准 $k-\epsilon$ 模型更吻合实验结果, 而计算机时的增加并不明显。(3) 在扩压器中湍流强度沿流动方向明显地增强, 并呈现出各向异性, 所以在雷诺应力表达式中包含变形率张量的非线性项的非线性 $k-\epsilon$ 模型更适合用于预测这种流场。(4) 当扩压器的扩张角增大时, 会引起大尺度的分离, 使高阶导数难以获得准确而稳定的数值, 导致收敛情况恶化, 必须寻找更好的数值计算方法, 才能应用非线性 $k-\epsilon$ 模型来计算大尺度的扩压分离流动。

参 考 文 献

- 1 Ghose S, Kline S J. The Computation of Optimum Pressure Recovery in Two-Dimensional Diffusers. ASME J. Fluids Eng., 1978, 100
- 2 Ashjace J, etc. Straight-Walled 2-D Diffuser- Transitory Stall and Peak Pressure Recovery. ASME J. Fluids Eng., 1980, 102
- 3 Speziale C G. On Non-Linear $k-\epsilon$ and $k-\epsilon$ Models of Turbulence. J. Fluid Mech., 1987, 178
- 4 赖焕新. 非线性 $k-\epsilon$ 模型及二维复杂流动数值模拟: [学位论文]. 西安交通大学, 1994
- 5 Mingshun Yuan, etc. Numerical Analysis of Turbulent Flow in a 2-D Nonsymmetry Diffuser. ASME J. Fluid Eng., 1991, 113
- 6 Hoffman, etc. Effect of Small-Scale High Intensity Inlet Turbulence in a Two-Dimensional Diffuser. J. Fluid Eng., 1984, 106

(责任编辑 魏星禄)